Arch. civ. 65

4°

Rösling

<36621902800017

<36621902800017

Bayer. Staatsbibliothek

Neugegründeter und vollſtändiger

Unterricht

in dem

Gewölb-Bogen-Bau,

geſtützt

auf Berechnung der Preſſungen von

Keil zu Keil,

gemeinfaßlich gegeben und noch beſonders nützlich gemacht durch Beifügung

eines

deutlichen Werkmeiſter-Büchleins,

welches die durch Rechnungsbeiſpiele verdeutlichten Regeln für die Beantwortung aller möglichen in der Gewölbbogen-Conſtruction aufgeſtellten Fragen enthält,

von

Dr. Chriſtian Lebrecht Rösling,
Profeſſor der Mathematik,

und

Carl Wilhelm Rösling,
der Architekt. Befl.

Mit 5 Figurentafeln.

Ulm, 1829.
in der Stettiniſchen Buchhandlung.

BIBLIOTHECA
REGIA
MONACENSIS.

Vorrede.

Die Veranlaſſung zu dem gegenwärtigen völlig neuen und äußerſt mühevollen Werke haben wir in dem *erſten* Hauptſtücke deſſelben angegeben; wir haben da literariſch aus Gründen nachgewieſen, wie bis auf den heutigen Tag die den Gewölbbogenbau betreffenden Lehren und Regeln theils unzulänglich und theils völlig grundlos und falſch ſeyen. Um zu Mitteln zu gelangen, wodurch dieſem Mangel in der Scienz und Technik abgeholfen werde, ſo haben wir im *zweiten* Hauptſtücke dieſes Werkes zuvörderſt *allgemeine* Betrachtungen über die in einem Gewölbbogen *von Keil zu Keil vor ſich gehenden Preſſungen* angeſtellt. Dieſe haben wir dann im *dritten* Hauptſtücke auf kreisbogenförmige gleichdicke Gewölbbögen zur Beſtimmung der allen möglichen Fugenriſſen widerſtehenden *Dicke*, die man ihnen zu geben hat, der Berechnung des *Seitendruckes*, welchen ſie ausüben und der nach dieſem einzurichtenden *Widerlagerſtärke* angewendet. Dabey haben wir ſowohl die *nackten*, als auch die *übermauerten* und durch eine Nutzlaſt *beſchwerten* Gewölbbögen in Betrachtung genommen und haben die erhaltenen Reſultate zur Verdeutlichung derſelben auf die *von Keil zu Keil fortlaufende* Berechnung eines flachen Gewölbbogens, welcher 120 Fuße weit, 30 Fuße hoch iſt und aus zweimal 47 oder 94 Keilen beſteht, angewendet. Dieſe Berechnung liefert mannigfache mit mathematiſcher Gewißheit veſtſtehende Beweiſe von den irrigen Anſichten, die bis jetzt in der Gewölblehre Statt gefunden haben, und aus der ſehr großen Mühe, die ſie wegen ihrer Weitläufigkeit verurſacht, wird offenbar, warum man ſich immer geſcheut hat, ſich auf die von Keil zu Keil fortgehende Berechnung der Gewölbbögen einzulaſſen, und bemüht geweſen iſt, die Gewölbbögen auf anderen Wegen zu berechnen. Der Abſcheu vor der Nachahmung dieſer Berechnung, welcher bei der größeren Anzahl der Architekten Statt haben muß, veranlaßte uns, kürzere, aber doch gehörig begründete Regeln

für die Berechnung der Gewölbebögen ausfindig zu machen, und das konnten wir, weil wir uns dabey der in der möglichſt genauen ſtatiſchen Berechnung des vorgenannten Bogens erhaltenen Rechnungsreſultate als Fundamente, die bis jetzt gefehlt hatten, bedienen konnten. So kam es zu dem, was im vierten Hauptſtücke enthalten iſt, wo wir eine uns eigenthümliche Art der Seitendrucksberechnung gezeigt und den Rechnungsbeiſpielen einen Gewölbbogen zum Grunde gelegt haben, welcher ſo, wie die Bögen der jetzt zu erbauenden neuen Donaubrücke bey Ulm eingerichtet und hiernach 60 Fuße weit und 10 Fuße hoch seyn ſoll. Im fünften Hauptſtücke haben wir von den korbbogenförmigen gleichdicken Gewölbbögen in der Art gehandelt, daß wir alle die mit der beſonderen Berechnung ſolcher Bögen verbundenen Schwierigkeiten aus dem Wege geräumt haben. Im ſechsten Hauptſtücke iſt das Nöthigſte von der rückwürkenden Veſtigkeit der Steine rückſichtlich des Brückenbaues beigebracht worden. Da an dieſem vermeinten Ende unſerer Arbeit bey der nochmaligen Reviſion derſelben der Gedanke in uns lebendig wurde, daß unſer ganzes viertes Hauptſtück vielleicht doch noch nicht leicht und brauchbar genug für die Werkmeiſter seyn möchte, ſo fügten wir endlich im ſechsten Hauptſtücke noch ein deutliches Werkmeiſterbüchlein bey, worin 29 durch Beiſpiele erläuterte Operationen angegeben ſind, die ein Werkmeiſter, welcher einen Gewölbbogen berechnen will, vorzunehmen hat und vornehmen kann, wenn er nur die vier Species der Decimalbruchrechnung verſteht. Die Figuren ſind ohne Rückſicht auf techniſche Verhältniſſe blos zum Zwecke des Verſtehens der von uns vorgetragenen Lehren gezeichnet worden.

Die Verfaſſer.

Inhaltsverzeichniß.

Erſtes Hauptſtück:

Seite.

Von verſchiedenen den Gewölb- und beſonders Brückenbogen-Bau betreffenden Schriften und darin vorkommenden ungegründeten Lehren; 1 — 32.

Zweites Hauptſtück.

Allgemeinſte Erwägungen der Preſſungen, die zwiſchen den Keilen eines Gewölbbogens Statt haben müßen; 32 — 39.

Drittes Hauptſtück.

Von den kreisbogenförmigen mit gleichgroßen und gleichſchweren Keilen verſehenen Gewölbbögen, worin die Fugenſchnitte in den Richtungen der Halbmeſſer der Wölbungslinie laufen; 39 — 210.

Erſter Abſchnitt:
Von dem Halbmeſſer, dem Centriwinkel, der Länge des Bogens und den Keildicken; 39 — 44.

Zweiter Abſchnitt:
Von den zwiſchen den gleichſchweren Keilen eines nackten Bogens Statt habenden Preſſungsdifferenzen und von der Berechnungsweiſe derſelben mit der dabey nothwendig werdenden Beſtimmung der Größe des Keilwinkels; 44 — 61.

Dritter Abſchnitt:
Von dem Geſetze der Preſſungsdifferenzen und den daraus hervorgehenden Preſſungsſummen und Schubkräften; 61 — 74.

Vierter Abſchnitt:
Von den Kräften, wodurch in einem kreisbogenförmigen gleichdicken und nackten Bogen Fugenriſſe entſtehen können und von dem Mittel gegen ſolche Riſſe, welches in der gehörigen Beſtimmung der Bogendicke beſteht; 74 — 104.

Fünfter Abſchnitt: (*)
Von der möglichen Fugenriſſen widerſtehenden Gewölbdicke, die man bey einem belaſteten Bogen anzuwenden hat; 104 — 184.

Erſte Abſchnittsabtheilung:
Von der richtigen Vorſtellungsweiſe, wie die den Gewölbkeilen aufgelegte Belaſtung gegen dieſe preßt; 104 — 108.

Zweite Abſchnittsabtheilung:
Von der Art, wie man den Druck der Brüſtungsmauern, der Brückenbahn und der Nutzlaſt dem Drucke der Uebermauerung einzurechnen habe; 108 — 117.

(*) In dieſem Abſchnitte muß Abſchnittsabtheilung ſtatt des Wortes Kapitelabtheilung geleſen werden.

Dritte Abſchnittsabtheilung: Seite.

Von der Art, wie man die Preſſungen, welche die Keile des Gewölbbogens von der ihm aufgelegten Belaſtung leiden, zu beſtimmen und ſodann die zwiſchen den Keilen Statt habenden Preſſungen zu berechnen habe; 117 — 171.

Vierte Abſchnittsabtheilung;

Die Berechnungsweiſe der Dicke eines belaſteten Gewölbbogens ſelbſt; 171 — 184.

Sechster Abſchnitt:

Von dem Seitendrucke nackter und belaſteter Gewölbbögen und der Berechnung der Stärke der Widerlager; 184 — 210.

Viertes Hauptſtück.

Ausmittelung kurzer und ſicherer Regeln für die Berechnung der Dicke, des Seiten- und lothrechten Druckes und der Widerlagerſtärke bey kreisbogenförmigen Gewölbbögen mit Nachweiſung aller übrigen dabey erforderlichen Rechnungsregeln und Erläuterungen durch Rechnungsbeiſpiele für die neue Donaubrücke bey Ulm; 210 — 262.

Erſter Abſchnitt: 211 — 238.

Für die nackten Bögen.

Regeln für die Berechnung der Bogendicke, §. 48 ꝛc., 211 — 233.

Regeln für die Berechnung des Seitendruckes, §. 55; 233 — 236.

Regeln für die Berechnung der Widerlagerſtärke, §. 56 ꝛc.; 236 — 238.

Zweiter Abſchnitt:

Für die übermauerten Bögen. 238 — 262.

Regel für die Berechnung der Bogendicke, §. 60; 243 — 244.

Regeln für die Berechnung des Seitendruckes, §. 64; 255 — 259.

Regeln für die Berechnung der Widerlagerſtärke, §. 65; 259 — 263.

Fünftes Hauptſtück.

Von den korbbogenförmigen mit gleichgroßen und gleichſchweren Keilen verſehenen Gewölbbögen; 263 — 280.

Erſter Abſchnitt:

Conſtruction und Berechnung der Korblinien; 263 — 275.

Zweiter Abſchnitt:

Berechnungsweiſe der Keilwinkel in ſolchen Bögen; 275 — 277.

Dritter Abſchnitt:

Berechnungsweiſe der Bogendicke, der Seitenpreſſung und der Widerlagerſtärke für ſolche Bögen; 277 — 280.

Sechstes Hauptſtück.

Von der rückwürkenden Veſtigkeit der Steine rückſichtlich des Brückenbaues; 280 — 285.

Siebentes Hauptſtück.

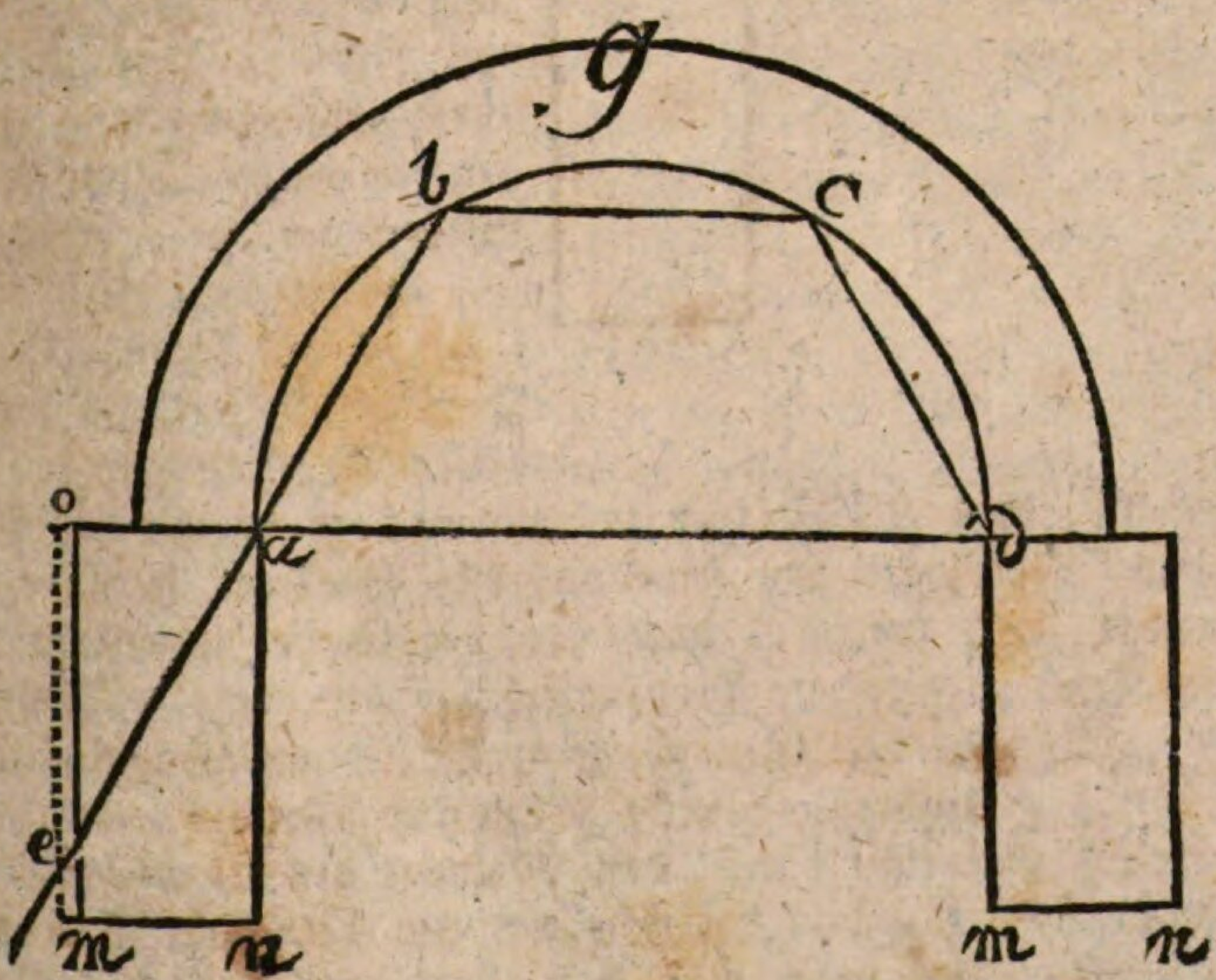
Gemeinfaßliches Werkmeiſter-Büchlein, worin 29 Arbeiten, die man bey der Berechnung eines Gewölbbogens vorzunehmen hat, ordnungsmäßig und auf eine Weiſe aufgeſtellt und durch Rechnungsbeiſpiele erläutert ſind, bey welcher dem Verſtehen und Anwenden derſelben weiter nichts, als das, daß man mit Decimalbrüchen zu rechnen und einen gemeinen Bauriß zu machen verſtehe, erforderlich iſt; 285 bis zum Ende.

Erſtes Hauptſtück.

Von verſchiedenen den Gewölbe- und beſonders den Brückenbogen-Bau betreffenden Schriften und darin vorkommenden ungegründeten Lehren.

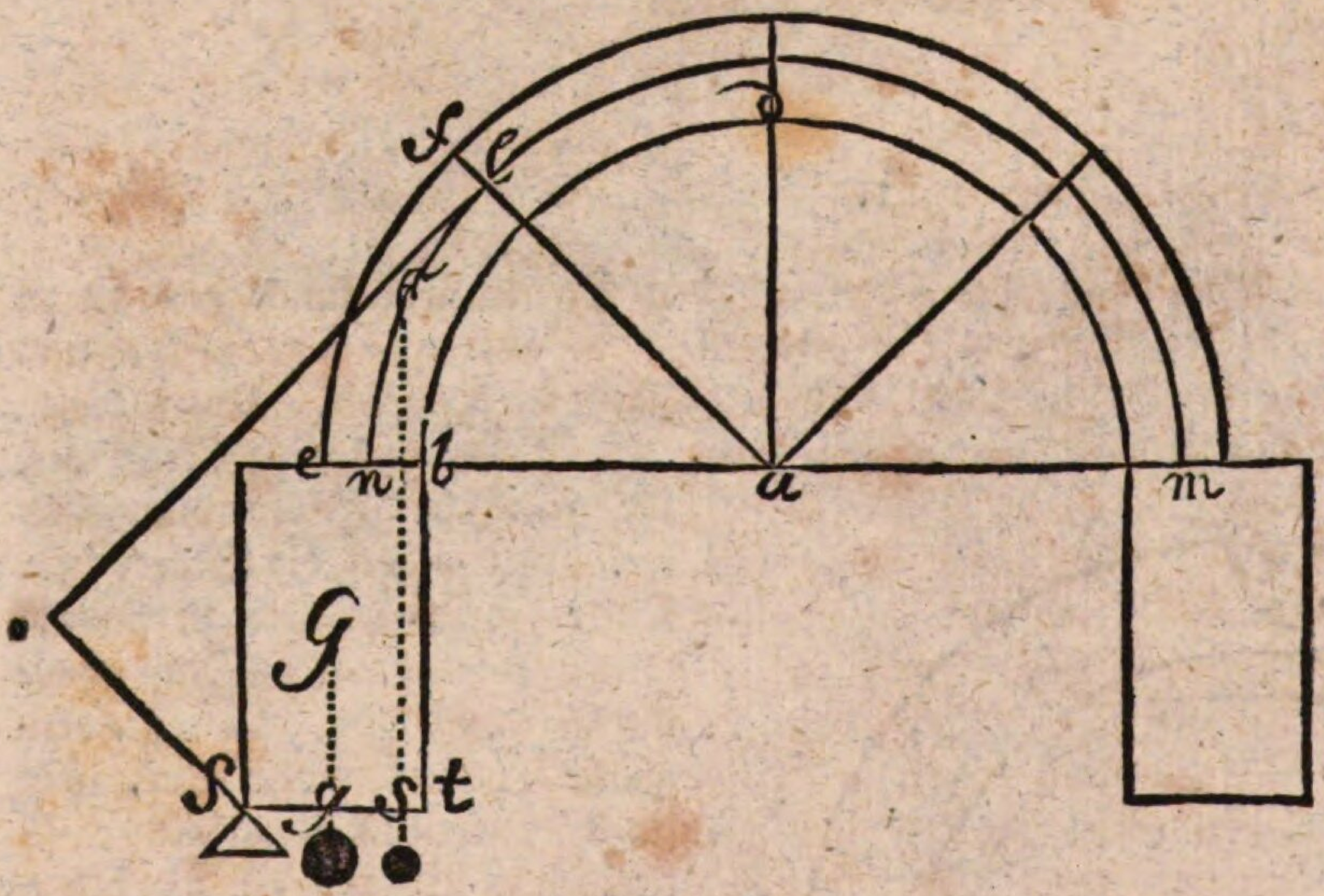
§. 1.

Die erſten, welche den Gewölbebau, der ſchon bey den Etruskern bekannt geweſen zu ſeyn ſcheint, theoretiſchen Unterſuchungen unterworfen und auf geometriſche und ſtatiſche Gründe zu ſtützen verſucht haben, ſind die Franzoſen geweſen. Unter dieſen ſcheint der Pater Deran den Anfang gemacht zu haben. Dieſer gab eine Regel an, für einen halbkreisförmigen Gewölbbogen a G d die Stärke oder Dicke der Widerlager zu finden, welche folgende iſt: Man theile die innere Wölbungslinie in drey gleiche Theile ab = bc = cd, ziehe die Sehne ab und verlängere ſie rückwärts ſo, daß die Verlängerung ae der Sehne ba gleich iſt; ſo erhält man die wahre Stärke der Widerlager, wenn man durch das Punct e mit der von der Kämpferlinie ao herunter laufenden Linie an eine parallele Linie zwiſchen die Horizontallinie nm.... und ao... zieht. — Dieſe Regel beruht auf keinem zureichenden Grunde, ſie wurde aber doch von Blondel, Dechales und andern Baumeiſtern angenommen.



§. 2.

Im Jahre 1712 gab de la Hire Formeln über den Druck der Gewölbe in einer Abhandlung: sur la construction des vautes dans les edifices, in den Mem. de l'acad. de Paris, und Senes lieferte im Jahre 1719 Regeln für die Berechnung des cubiſchen Inhaltes derſelben. De la Hire zeigte wohl richtig, daß der Druck der Gewölbebögen allezeit nach der Direction der Tangenten, die nach den Krümmungen der mittleren Wölbungslinie gezogen werden, geſchehe, ſtellte aber dabey die auf bloſe Erfahrungen gegründete Hypotheſe auf, „daß die ſchwächſte Stelle eines Gewölbebogens 45 Grade über der horizontalen Baſis deſſelben liege." Belidor nahm in ſeiner Science des Ingenieurs die von de la Hire aufgeſtellten Grundſätze auf und machte ſie für die Praktiker anwendbar, die ſich hernach dieſer ſeiner Lehren eine geraume Zeit hindurch bedienten. — Seine Methode, die Stärke der Widerlager zu beſtimmen, beſteht, dem Weſen nach, in Folgendem:



Durch die Mitte des Bogens ed ſoll man auf den dieſer Stelle zugehörenden Halbmeſſer al ein Perpendikel lo... ziehen, welches nun da eine Tangente der mittleren Wölbungslinie nlm iſt. In der Richtung dieſer Tangente drückt das obere Bogenſtück fd durch ſein Gewicht g gegen das untere fb und das Widerlager bS, welches hier ſo betrachtet wird, als ſtehe es mit fb in veſtem Zuſammenhange. Durch dieſen Druck = g ſtrebt die obere Bogenhälfte fd das untere mit dem Widerlager zuſammenhängende Bogenſtück auswärts zu treiben, und ſomit das Widerlager um ſeine äußerſte Stelle S herum zu drehen und zwar mit einem Momente E.g, worin E das aus der Umdrehungsſtelle S auf die Richtungslinie fo... der Kraft g gezogene Perpendikel So bedeutet. Dieſem Momente aber würkt entgegen das Moment des Gewichtes g der untern Bogenhälfte fb, deſſen Schwerpunctslinie σs von der Umdrehungsſtelle S um die Weite Ss oder e abſteht und deſſen Moment alſo = e.g iſt, und ferner das Moment des Gewichtes G des Widerlagers, deſſen Schwerpunctslinie Gg von der Stelle S um die Weite Sg oder ε abſteht und deſſen Moment = εG iſt. Es ſteht alſo dem Momente E.g die Momentſumme e.g + ε.G entgegen und es muß für den Fall des Gleichgewichtes

E.g = e.g + s.G ſeyn. Daraus nun läßt ſich durch fortgeſetzte Betrachtung diejenige untere Breite des Widerlagers beſtimmen, bey welcher S ſo weit hinaus fällt, alſo So oder E ſo kleiu und mithin das Moment E.g in dem Grade groß wird, daß es die Momentſumme eg + sG nicht überwinden kann. Für die Ableitung dieſer Widerlagerbreite B hat Belidor die Regeln gegeben, die man in ſeinem vorhin angeführten Werke und auch in den erſten Gründen der bürgerlichen Baukunſt von Suckow (Jena, 1798), welcher Tabellen nach dieſen Regeln berechnet hat, angegeben findet. Daß dieſe Regeln auf unſtatthaften Hypotheſen beruhen, iſt offenbar, denn man kann nicht gründlich beweiſen, daß das obere und preſſende Bogenſtück fd gerade die Hälfte von dem ganzen Bogenſchenkel ſey ꝛc. Beſondere Betrachtungen über dieſe Theorie, die aber ebenfalls nicht völlig richtig ſind, findet man in Carl Chriſtian Langsdorfs Lehrb. der Hydraulik, Altenburg 1794. S. 251 ꝛc.

§. 3.

Im Jahre 1716 erſchien Traité des ponts, où il parle de ceux des Romains et de ceux des modernes, de leurs matieres, tant de ceux de maçonnerie, que de charpante et de leur disposition en toute sorte de lieux etc. par Sr. Gautier, à Paris. Ein Jahr darauf erſchien von demſelben Autor: Dissertation sur l'epaisseur des culées de ponts, sur la largeur des piles, sur la portée des voussoirs, sur l'effort et la pesanteur des arches à differens surbaissemens etc. à Paris. Aus dieſem Werke hat Suckow in ſeinem Werke über die erſten Gründe der bürgerlichen Baukunſt (Jena, 1798) eine Tabelle ausgezogen, worin die Verhältniſſe zwiſchen der Bogenweite und Höhe der Gewölbſteine, — aus veſten und aus mürben Steinen — angegeben werden. Man ſieht dieſen Verhältniſſen ſogleich an, daß ſie auf keinen gründlichen ſtatiſchen Unterſuchungen beruhen, ſondern daß ihnen ein willkührlich gewähltes progreſſives Fortſchreiten in den zuſammengehörenden Abmeſſungen zum Grunde gelegt ſey. — In den Mem. de l'acad. de Paris lieferte Couplet 1729 und 1730 Abhandlungen de la poussée de voutes, worin die Lehre vom Drucke der Gewölbe gründlicher, als vor ihm geſchehen war, behandelt wird, ſeine Formeln aber fanden, wegen ihrer Weitläuftigkeit, keinen Beifall. Im Jahre 1734 lieferte auch Bouger in denſelben Memoiren eine Abhandlung: sur les lignes courbes, qui sont propres à former les voutes en domes. 1737 ꝛc. lieferte Frezier einen Auszug aus ſeinem Werke: La theorie et la pratique de la coupe des pierres et des bois etc. unter dem Titel: Elemens de Stereotomie á l'usage de l'architecture, wo man im dritten Theile Regeln für die Berechnung der Flächen, des cubiſchen Inhaltes und auch des Druckes der Gewölbe findet, die hernach von Miller 1646 in ſeiner Praktikal-Fortification verbeſſert wurden. 1756 erſchien ferner: Receuil de différens projects d'architecture de charpente et autres, concernant la construction des ponts, par Pitrou, redigés et mis en ordre par l. Sr. Tarbif, à Paris (Fol.). Lambert hatte in ſeinen Beiträgen zum Gebrauche der Mathematik (Berlin, 1772) einen Verſuch gewagt, die Theorie von dem Drucke der Ge-

wölbe in das Reine zu bringen, ſeine Schlüſſe und Rechnungen aber waren falſch (ſ. Langsdorfs Hydraul.). In den Mem. de l'acad. de Paris erſchienen 1774 und 1776 zwey Abhandlungen von Boſſut unter dem Titel: Recherches sur l'equilibre des voutes, von welchen Prony in ſeiner Architect. Hydraul. ſagt, daß ſie das Beſte enthalten, was bis zu ſeiner Zeit über die Statik der Gewölbe geſchrieben worden ſey. Um dieſelbe Zeit ſchrieb auch Silberſchlag, und ſtellte im zweyten Theile ſeiner Hydrotechnik eine Theorie vom Drucke der Gewölbe auf, die aber gleichfalls höchſt fehlerhaft iſt (ſ. Longsdorfs Hydraul.) — In Frankreich entſtand bald darauf, nachdem Boſſut ſeine recherches etc. geliefert hatte, ein Streit über den Bau der Kuppel zu Genevieve von Paris, welcher eine Memoire von Gauthey veranlaßte, worin dieſer die Belidor'ſchen Formeln zergliederte, viele lehrreiche theoretiſch-praktiſche Bemerkungen beifügte, und auch die Sätze von Frezier zu berichtigen ſuchte. Noch muß hier nachgeholt werden, daß ſchon vorher Perronet einen Tractat über das Rüſten und Abrüſten der Bogen ſteinerner Brücken geliefert hatte, worin er die im Jahre 1767 von dem berühmten franzöſiſchen Brückenbaumeiſter Pitot gelieferte Abhandlung über denſelben Gegenſtand berichtigt und dabey ſehr viel Praktiſches über den Gewölbebau vorbringt. Ferner iſt auch noch das Werk von Ch Hutton the principles of Bridges, 1772, the second Edition, London 1801. und J. Leupolds theatrum pontificale, Leipzig, 1735 und 1774 zu merken. — In den Act Petrop. vom Jahre 1779 gab Lorgna eine Theorie vom Drucke der Gewölbe heraus, worin ſich dieſer beſonders auf die Vortheilhaſtigkeit der Kettenlinie bey Gewölbebögen einläßt, worüber auch von Nils Landerbeck in den Verhandlungen der ſchwediſchen Akademie der Wiſſ. vom Jahre 1779 eine Abhandlung geliefert worden iſt. Ein Jahr darauf erſchien dann ein Verſuch über die Mechanik der Gewölbe von Nieuport und um dieſelbe Zeit kam auch nochmals die erforderliche Verbeſſerung der Belidor'ſchen Formeln zur Sprache. Beſonders beurtheilte dieſe der Freiherr von Abpfaltern in ſeiner 1782 herausgekommenen Schrift über den Druck der Gewölbe ſehr gründlich. Er zeigte auch, daß die als beſonders vortheilhaft zu Gewölbbögen angeprieſene Kettenlinie keineswegs den großen Vortheil, den man von ihr bewieſen zu haben glaube, gewähren könne, was auch ſchon vor ihm Leibnitz erinnert hatte, dem aber Bernoulli Gegenbemerkungen machte (Leib. et Bern. Epist. T. I, p. 416). In den Bemerkungen der churpfälz. phyſikal. ökonom. Geſellſchaft theilte Däzel im Jahre 1783 einen analytiſchen Aufſatz über die beſte Figur der Gewölbe und Schwibbögen mit, die auch im Leipz. Magazine v. J. 1784 zu finden iſt. Im Jahre 1780 erſchien des bewährten deutſchen Brückenbaumeiſters Voch Abhandlung der Brückenbaukunſt (Augsburg). 1788 erſchien die neue Ausgabe des vorzüglichen Werkes von Perronet: Descriptions des projects et de la Construction des Ponts de Neully, de Nantes, d'Orleans, deſſen erſte Ausgabe ſchon 1782 erſchienen war, worin alle bey dem Brückenbaue vorkommende Arbeiten und höchſt intereſſante Bemerkungen über den Gewölbbau vorkommen. Prony gab 1790 ſeine nouv. archit. hydraul. heraus, die 1795 von Langsdorf in das Teutſche überſetzt wurde, und darin wird ebenfalls die Lehre vom Gleichgewichte der Gewölbe, aber ganz nach den

ſchon vorhin erwähnten recherches etc von Boſſut abgehandelt. In den Commentarien der Göttinger Societät der Wiſſenſchaften vom Jahre 1790 lieferte Käſtner eine Abhandlung über die Cylinderſchnitte und die darauf gegründete Verbeſſerung der von Senes, Frezier und Penther für die Berechnung der Flächen und des cubiſchen Inhaltes der Gewölbe gegebenen Regeln. 1791 lieferte Fuchs ſein praktiſches Handbuch für Hydrotechniker, worin ebenfalls vom Gewölbebau gehandelt wird, und 1792 lieferte Müller eine analytiſch-praktiſche Abhandlung über die Conſtruction großer gedrückter Gewölbebögen in vorzüglicher Hinſicht auf den Brückenbau (Göttingen). 1794 gab Parrot eine Beſchreibung eines neuen Ellipſographs heraus, worin auch von dem Gewölbebau geſprochen wird. In demſelben Jahre erſchien auch das ſchon vorhin erwähnte Lehrbuch der Hydraulik von Langsdorf, worin man ſchon beſſere Unterſuchungen über den Seitendruck der Gewölbbögen, als vorher vorhanden waren, findet. 1799 erſchien das erſte Heft von Kosmanns vollſtändiger Theorie der Gewölbe, worin die Berechnung der Flächen und des körperlichen Inhaltes der Gewölbe gelehrt wird; ob auch über die Statik der Gewölbe noch Hefte erſchienen ſeyen, das wiſſen wir nicht. 1802 erſchien zu Berlin der erſte Theil des Syſtems der reinen und angewandten Mathematik veſter Körper von J. J. A. Jde, worin auch von der Statik der Gewölbe gehandelt wird, und in demſelben Jahre kamen zu Frankfurt a. M. von C. Fr. Meerwein Beiträge zur richtigen Beurtheilung der Eigenſchaften und Würkungen der Gewölbe heraus.

§. 4.

Endlich erſchien im Jahre 1808 der zweite Theil der Statik veſter Körper von J. A. Eytelwein, worin von Seite 122 an bis 233 die Statik der Gewölbe und ihrer Widerlager abgehandelt wird. Man kann gar wohl behaupten, daß erſt von dieſem Werke an der allein richtige Weg für die Unterſuchungen über das Gleichgewicht der Gewölbtheile unter einander eingeſchlagen worden ſey. —

Eytelwein theilt ſeine Theorie der Statik der Tonnengewölbe und ihrer Widerlager in zwey Abtheilungen A und B. In der Abtheilung A werden die genannten Gewölbe rückſichtlich der Bedingung des Gleichgewichtes ihrer Keile unter einander, und zwar ohne alle Rückſicht auf Reibung und Cohäſion, in Betrachtung genommen, und in der Abtheilung B werden eben ſolche Gewölbe für die Vorausſetzung, daß die Keile derſelben alle gleich lang und alſo nicht, wie es das Gleichgewicht erfordert, vom Scheitel des Gewölbes herunter gegen das Widerlager hin immer länger genommen ſeyen, betrachtet. — In der Abtheilung A nimmt Eytelwein ſo, wie es ſich gehört, die Preſſungen im Gewölbe von Keil zu Keil in Unterſuchung. Nachdem er dieſes gethan hat, ſo unterſucht er weiter, wie die Keile vom Gewölbeſcheitel an gegen das Widerlager hin an Länge oder Höhe und ſomit an Gewicht immer mehr und mehr zunehmen müßen, damit jedesmal der ſeichter liegende eben ſo ſtark normal aufwärts preſſe, als er von dem über ihm liegenden Keile normal auf ſeiner Rückenfläche abwärts gepreßt wird. Da ergiebt

ſich dann natürlicher Weiſe, daß die unteren Keile bey einem langen Bogen eine Länge erhalten müßen, die man ihnen in der Ausübung nicht geben kann; für einen Bogen, der vom Scheitel an bis zum Widerlager hin 90° enthält, müßte der unterſte Keil unendlich lang werden. Schon daraus geht hervor, daß dieſe Unterſuchung keinen ſonderlichen praktiſchen Werth habe, noch mehr aber wird dieſes offenbar, wenn man bedenkt, daß bey Gewölbbögen, die durch Mauerwerk überbaut werden, von welcher Art doch die meiſten ſind, die Conſtruction derſelben mit Keilen, die, für ſich ſelbſt genommen, im Gleichgewichte unter einander ſtehen, d. h., gleich ſtark in ihren Berührungsflächen normal auf- und abwärts gegen einander preſſen, ein gänzlich unnützes Unternehmen deswegen ſey, weil ja durch die Beſchwerung der Keile mit Mauerwerk ihr ganzes beſorgtes Gleichgewicht unter einander wieder aufgehoben wird. — Wie alſo auch immerhin vorzüglich der von Eytelwein eingeſchlagene Weg der Unterſuchung der Geſetze, nach welchen die Preſſungen der Gewölbtheile gegen einander erfolgen, dadurch iſt, daß er die Preſſungen von Keil zu Keil fort in Betrachtung genommen hat, ſo verliert doch ſeine ganze Bemühung deswegen ſehr viel an praktiſchem Werthe, weil er ſie auf einen Fall anwendet, der in der Praxis von keiner Wichtigkeit iſt. Dazu kommt nun leider auch noch dieſes, daß Eytelwein in ſeiner Nr. B, wo die Gewölbe mit gleichlangen Keilen und mit Uebermauerung in Unterſuchung genommen werden, ſeinen vorher richtigen und löblichen Weg der Unterſuchung verläßt und da, um Differential- und Integral-Rechnung anwenden zu können, ſich einen Gewölbbogen aus unendlich dünnen Keilen und eine Uebermauerung deſſelben aus unendlich dünnen den Keilen aufgeſetzten Säulen componirt vorſtellt. Dadurch iſt Eytelwein für die meiſten Praktiker unverſtändlich geworden, weil bekanntlich äußerſt wenige Architekten höhere Mathematik und Dynamik verſtehen, und hat alſo weit weniger genützt, als er hätte nützen können, wenn er die Lehre von den Preſſungen, die bei gewöhnlicheu aus gleich hohen Keilen componirten und durch Mauerwerk und andere Laſten beſchwerten Gewölbbögen Statt haben, ohne Anwendung der höheren Mathematik und zwar ebenfalls ſo, daß er darin von Keil zu Keil fortgieng, aufgeſtellt hätte. Daß dieſes für einen ſo geſchickten Mann, als welchen ſich Eytelwein bekanntlich durch alle ſeine Werke bewieſen hat, keine ſehr ſchwere Arbeit geweſen ſeyn würde, das iſt wohl nicht zu bezweifeln. Freilich kann man hier einwenden, daß Eytelwein auf einem ſolchen Wege höchſt weitläuftige und deswegen für die Praxis untaugliche Formeln erhalten haben würde. Dieſe Einwendung hat aber keinen Werth. Eytelweins Formeln ſeyen, wie auch immerhin richtig und kurz, ſo wird ſich doch ein gewiſſenhafter Praktiker wohlweislich in Acht nehmen, ſich derſelben zu bedienen, wenn er die Deduction derſelben nicht verſteht, und es iſt in Ermangelung dieſer Einſicht gar leicht, wie ich nachher zeigen werde, möglich, daß dergleichen Formeln ganz falſch verſtanden und auf die lächerlichſte Weiſe ſchief angewendet werden. Seyen ferner andere auf dem Wege der niederen und den meiſten Praktikern verſtändlichen Mathematik für den Gewölbebau aufgeſuchte Formeln wie auch immerhin weitläuftig, ſo ſind ſie doch, wenn ſie nur richtig ſind, für die meiſten Architekten verſtändlich und brauchbar, befördern die Ein-

ſicht derſelben in das innere Weſen der Gewölbe und ihre Weitläuftigkeit kann nur bequeme und faule Leute oder Ignoranten, von welchen überhaupt kein Staat Gebrauch machen ſollte, abſchrecken. Die Erbauung großer und bedeutender Brückenbögen, bey welchen es dem Baumeiſter Noth thut, ſich in jeder Hinſicht gegen Unwiſſenheit ſicher zu ſtellen, kommt ja nicht alle Tage vor, und wenn einmal ein Baumeiſter in den Fall kommt, einen ſolchen Bau zu unternehmen, ſo hat er wahrhaftig während der Zeit, in welcher dieſer projectirt wird, Zeit genug, ſein Werk nach richtigen Grundſätzen und Formeln, wie auch immerhin lang dieſe ſeyn mögen, mit Beihülfe von Proberechnern von Grund aus zu berechnen, ſo daß er am Ende von jedem Keile, den er legt, über das Wie? und das Warum? richtige Rede und Antwort geben kann, die ihm freilich mangeln muß, wenn er in ſeiner Schwachheit und Unwiſſenheit genöthigt iſt, blind und auf gutes Glück nach fremden Formeln, die ihm nicht von Grund aus verſtändlich ſind, zu rechnen oder gar nach Erfahrungstabellen, die meiſtens von den Franzoſen erborgt ſind, als ein armer teutſcher Brückenbaumeiſter, der eben nicht ſo viel kann, wie ein Franzoſe, zu beſtimmen, was er durch ſtatiſche Berechnung herauszubringen nicht vermag. — Ein noch beſonders bemerklich zu machender Hauptmangel in Eytelweins Theorie der Gewölbe iſt der, daß man darin für die Berechnung der Gewölbdicke oder Keillänge gar nichts findet.

Ein Beiſpiel von nicht verſtandener und falſcher Anwendung ſolcher Formeln, deren Deduction man nicht verſteht, giebt uns Röder in ſeiner praktiſchen Darſtellung der Brückenbaukunde (Darmſtadt, 1821) im erſten Theile Seite 198. Dieſer ſagt uns Folgendes: „Wenn das Gewicht des halben Brückenbogens und ſeiner Belaſtung S „Pfunde enthält und der Winkel am Mittelpuncte, aus welchem die innere Wölbungs„linie eines kreisbogenförmigen Gewölbes gezogen iſt und welcher dem halben Bogen „zugehört, α Grade hat, ſo iſt der in Pfunden ausgedrückte horizontale Seiten„druck W, welchen dieſer halbe Bogen gegen ſein Widerlager ausübt, durch die Gleichung

$$W = \frac{S}{\text{Tang}\,\alpha} \text{ oder S. Cot. } \alpha$$

„beſtimmt und nach dieſer zu berechnen.“ Fiat applicatio!

Es ſey der dem halben Bogen entſprechende Centriwinkel $\alpha = 90°$, alſo der halbe Bogen der Schenkel eines halbkreisförmigen, eines ſogenannten vollen Gewölbbogens. Für dieſen Winkel $\alpha = 90°$ iſt Tang. α = Tang. 90 = ∞ und Cot. α = Cot. 90° = 0°. Dafür wird alſo der Seitendruck

$$W = \frac{S}{\infty} = S.\,0 = 0$$

Ein ſolcher Bogen übte alſo hiernach gar keinen Seitendruck gegen die Widerlager aus, er verhielte ſich gerade ſo, wie ein nur aus einem Stücke beſtehender auf zwey Unterlager aufgeſetzter Bogen, obſchon er aus einer Reihe nicht veſt unter einander zuſammenhängender Keile beſteht! Daß dieſe Anwendung der Formel S Cot. α großer Irrthum ſey, das bedarf keiner weiteren Erörterung. Woher aber doch wohl dieſe Formel? Sie ſteht in Eytelweins Statik, Band 2, S. 130. Nr. I, wo

ſtatt S der Buchſtabe Q gebraucht iſt, und bezieht ſich dort keineswegs auf alle und jede Gewölbbögen, ſie iſt alſo keineswegs eine allgemeine Seitendrucksformel, als welche ſie von Röder angewendet wird, ſondern ſie bezieht ſich dort nur auf ſolche Bögen, „in welchen die Keile vom Gewölbeſcheitel an gegen das Widerlager hin im„mer fort in ſolchem Grade höher oder länger genommen ſeyn ſollen, daß jeder „untere Keil eben ſo ſtark nach dem auf der Fugenlinie ſtehenden Perpendikel aufwärts „gegen den oberen an ihm anliegenden Keil preßt, als er von dieſem in der Richtung „des vorgenannten Perpendikels abwärts gepreßt wird.“ Da muß dann freilich in einer horizontalen Widerlagerfuge, in welcher ein Bogen aufgeſetzt iſt, der Seitendruck = o ſeyn. Was aber für einen aus ſolchen für das Gleichgewicht der Keile unter einander conſtruirt gedachten Bogen, worin die Keile nach einem gewiſſen Geſetze vom Scheitel an abwärts immer länger und länger werden müſſen, gültig iſt, das kann doch wahrhaftig nicht für einen jeden andern Bogen, der aus gleichlangen Keilen beſteht, gelten.

§. 5.

Aus der bis hierher dargeſtellten Geſchichte der literariſchen Bearbeitung der Lehre von den Gewölben und der Erſcheinung, daß ſelbſt der vortreffliche Eytelwein im Jahre 1808 bey aller ſeiner Beleſenheit und Geſchicklichkeit und ſeinem vortrefflichen Unternehmen, die Statik der Gewölbe und ihrer Widerlager auf Berechnungen, die von Keil zu Keil gehen, zu gründen, noch nichts lieferte, was den Praktikern angemeſſen ſeyn und ſie befriedigen konnte, geht hervor, daß man dieſen gar wohl verzeihen kann, wenn ſie in theoretiſcher Blindheit herumtappend ſich zum Wenigſten ein empiriſches Aug zu verſchaffen und mit dieſem zu ſehen ſich bemühten, und zwar auf ſolchem Wege, „daß ſie nach Tabellen ſuchten, worin die Abmeſſungen würklich ſtehender „Brückbögen, deren Tragkraft und Dauer durch die Erfahrung und Zeit bewährt „iſt, angegeben ſind, und ſich dieſer bey zu unternehmenden Bauwerken ſo gut, als ſie „konnten, als Rathgeber bedienten.“

Im Jahre 1809 und 1813 erſchien von Gauthey (den man nicht mit dem am Anfange des Paragraphens 3 angegebenen Gautier zu verwechſeln hat) folgende Schrift: Traité de la construction des ponts par M. Gauthey, Inspect génér. des ponts et chaussées, membre de la légion d'honneur; publié par M. Navier, Ingénieur ordinaire des ponts et chaussées. Tom. I, 399 S. in gr. 4. mit XVI Kupfertafeln, Paris, 1809, und T. II, 396 S. mit XI Kupfertafeln, Paris, 1813. 1814 kam zu München der dritte Band von Wiebekings theoret. praktiſcher Waſſerbaukunſt heraus, welcher die Brückenbaukunde enthält. 1821 gab Röder eine Brückenbaukunde heraus, worin eine Tabelle der oberwähnten Art aus Gauthey, aber etwas anders geordnet, herausgezogen enthalten iſt.

§. 6.

Schon vor dieſer von Röder erſchienenen Brückenbaukunde hatte im Jahre 1817 K. Chriſtian Langsdorf eine gemeinfaßliche durchaus auf Erfahrung gegründete Anleitung zum Straßen- und Brückenbau (Mannheim und Heidelberg) herausgegeben. In dieſem Werke findet der Brückenbaumeiſter für die Auflöſung der ihm vorkommenden Aufgaben Formeln, welche der Verfaſſer mit vieler Einſicht und Geſchicklichkeit aus Angaben der Abmeſſungen für wichtige beſtehende Brückenbögen abgeleitet hat, und die zwar weit beſſer, als die vorerwähnten Tabellen, zu gebrauchen, aber doch noch ſehr mangelhaft ſind. Aus verſchiedenen Aeußerungen des Verfaſſers läßt ſich abnehmen, dieſer ſey, wenigſtens zu der Zeit, als er das vorgenannte Werk ausarbeitete, überzeugt geweſen, „daß man am Beſten verfahre, wenn man ſich im „Brückenbaue blos an die auf Erfahrungen gegründeten Tabellen und Formeln über „die den Bogen, Pfeilern und Widerlagern zu gebenden Abmeſſungen halte und die „ſtatiſche Begründung derſelben als ein unſicheres Unternehmen betrachte."

Z. B. Seite 210 dieſes Werkes ſagt der Verfaſſer deſſelben Folgendes: „Bey „den Brückenbögen kommt es darauf an, zuſammenpaſſende Abmeſſungen für „Bogenweite, Bogenhöhe, Dicke und Höhe der Gewölbſteine und Dicke der Pfeiler „anzugeben. Die Theorie kann aber hierbey wenig leiſten. Zur Sicherheit „in der Ausübung muß man ſchon verſuchte und gelungene Arbeiten zum Grunde „legen ꝛc." Und S. 555 wird Folgendes geſagt: „Die Mathematik leiſtet uns für „das praktiſche Leben in unzähligen Fällen einen ſo weſentlichen Nutzen und ſo vollſtändige Hülfe, daß es ihr durchaus nicht zur Entehrung gereichen kann, wenn ſie „uns dagegen in manchen Fällen, wie insbeſondere in der Lehre vom Baue der Gewölbbögen, im Stiche läßt. Die mannigfaltigen Anwendungen ihrer Lehren bey „großen Vermeſſungen, bey Maſchinen, in der Aſtronomie ꝛc. geben uns hinlängliche „Beweiſe von der Wichtigkeit der Kenntniſſe nicht nur in der Elementar- ſondern auch „in der höheren Mathematik. Aber man darf es ja nicht außer Acht laſſen, daß eine „Mechanik der Bogengerüſte und der Gewölbe (?) ungleich größeren Schwierigkeiten „unterworfen ſey, als eine Mechanik des Himmels. Nach unſerem Bedünken (freilich „wohl nur Bedünken) iſt man es daher vielmehr der Ehre der Mathematik ſchuldig, „nicht in ſolchen Fällen Anſpruch auf ihre Hülfe zu machen, wo wir ihr die Data, „welche ihre Anwendung möglich machen, nicht unterlegen können und wir ihr Reſultate abnöthigen müßten, welche den Glauben an ihre Orakelſprüche und ihr Anſehen „bey dem Praktiker nothwendig ſchwächen müßen."

Da möchte man nun doch fragen, welche Data denn diejenigen hochwichtigen ſeyen, die wir der ſtatiſchen Berechnung eines ſteinernen Brückenbogens und ſeiner Widerlager nicht genau genug unterlegen können, und die daher keine ſicheren Reſultate zulaſſen. Wenn man freilich Data zu Rechnungen, was öfters geſchieht, ganz verkehrt anwendet, wenn man z. B. ein Stück Gewölbbogen wie einen in ſeinen Theilen zuſammengewachſenen Balken anſieht, was er doch wahrlich nicht iſt, da iſt es gar kein Wunder, wenn hin und wieder Rechnungsreſultate erhalten werden, welche bey den Praktikern nicht in Anſehen kommen können.

Die Ueberzeugung, in welcher der Verfaſſer die vorangeführten Stellen niederſchrieb, kann kaum mit den bekannten Beſtrebungen ſeines tiefforſchenden Geiſtes zuſammengereimt werden. Daß ſie aber würklich nur eine zufällige und vorübergehende war, das erwies ſich ſehr bald durch die Herausgabe eines Werkes, welches Langsdorf ſeinem vorigen Werke im Jahre 1819 unter dem Titel folgen ließ: „Ausführliche Berechnungen über die ſichere Beſtimmung aller bey dem Baue ſteinerner Brücken vorkommenden Abmeſſungen, für die unmittelbare Ausübung, erſte Abtheilung, worin die kreisbogenförmigen Gewölbebögen in Betrachtung genommen werden (Heidelberg).“ Obſchon der Verfaſſer, nach dem Vorhinigen, meinte, daß die Theorie in der Beſtimmung der Abmeſſungen der Gewölbebögen, Pfeiler und Widerlager nur wenig leiſten könne ꝛc., ſo ſagte er doch zwey Jahre ſpäter in der Vorrede zu dem letztern Werke, S. 7 derſelben, Folgendes: „Ich geſtehe aufrichtig, daß ich ſeit dem Abdrucke meines Werkes (des Straßen- und Brückenbaues) die „Größe der Schwierigkeiten, (NB.) allgemeine Verhältnißbeſtimmungen in den „Bauten ſelbſt, die (NB.) nach keinen allgemeinen Geſetzen conſtruirt wurden, „aufzuſuchen, immer mehr fühlte und die Einlaſſung in theoretiſche Unterſuchungen „immer wichtiger und unerlaßlicher fand.“ —

Da ſteht nun mein vormaliger mir ewig verehrungswürdiger Lehrer in ſeinem kräftigen Geiſte und zu meiner herzlichen Freude wieder da und wagt ſogar, was nicht gewagt worden iſt, die theoretiſche Beſtimmung, die ſtatiſche Berechnung der Bogendicke oder Keilhöhe! Wir müßen, meint er, und das mit vollem Rechte, wiſſen, ob wir denn doch nicht bey aller unſerer hochgeprieſenen Empirie und in theoretiſcher Blindheit glänzender Praxis größere Abmeſſungen genommen haben, als eigentlich nöthig geweſen wären, ob z. B. ſtatt der 5 Fuße großen Höhe der Keile in der Brücke zu Neuilly nicht auch eben ſo gut eine Höhe von 4 oder gar von 3 Fußen hätte genommen werden können. Solche dem ſchwankenden Empiriker unauflösliche Fragen gehören, ſagt er, in eine wiſſenſchaftliche Brückenbaukunde und können nur auf dem Wege der Theorie beantwortet werden. So iſt alſo die Theorie wieder in die volle Linie des Leiſtens, aus der ſie vorhin verwieſen war, zurück gerufen! Langsdorfs Geiſt konnte nicht anders — —.

§. 7.

Aus dem letztgenannten und wahrhaftig höchſt mühevollen Werke wollen wir nun die oberſte Unterſuchung, von welcher dieſes ausgeht, ausheben und unſeren Bemerkungen unterwerfen.

1) Es ſey (Fig. 1) nmdn′m′ ein in der Horizontallinie ncn′ aufſitzender Gewölbbogen und aodea′o′ ein Stück deſſelben, welches gleiche Schenkel ad, a′d hat und in den Fugen in ao und a′o′ aufſitzt. Das Gewicht eines jeden dieſer Schenkel ſey $=$ M und das Gewicht eines jeden von den Fußſtücken na und n′a′ ſey M′. Da ſich die Gewichte M und M′, wie die Centriwinkel w und α verhalten müßen, ſo hat man

$$\alpha : w = M : M',$$

woraus $M' = \frac{w}{\alpha} M$ oder $\phi . M$ folgt,

wenn man nämlich $\frac{w}{\alpha}$ durch ϕ bezeichnet. Stehen die beiden Schenkel in de in veſter Verbindung unter einander und es bildet aodea'o' einen aus einem Stücke beſtehenden Bogen, ſo muß dieſer ganz gewiß mit ſeinem ganzen Gewichte M+M oder 2 M auf die Fußſtücke in den Flächen in ao und a'o' lothrecht abwärts preſſen; das Fußſtück na leidet alſo in dieſem Falle ganz gewiß in ao eine lothrechte Preſſung M von dem Schenkel aode und von Seitenpreſſungen der Schenkel ad und a'd gegen die Fußſtücke na und n'a' kann hier keine Rede ſeyn. — Wenn aber die beiden Schenkel des oberen Bogenſtückes ada' in de oder in irgend einer Nebenſtelle getrennt ſind und da in einer Fugenfläche an einander liegen, ſo drücken dieſe Schenkel die Fußſtücke nicht blos lothrecht abwärts, ſondern es finden auch noch Seitenpreſſungen Statt. Der Bogenſchenkel ad z. B. drückt das Fußſtück na mit einer gewiſſen Kraft Δ lothrecht abwärts und übt gegen daſſelbe auch noch einen horizontalen Seitendruck Σ aus. Wenn nun die Fußſtücke nicht Widerſtand genug leiſten können, ſo muß ſich die Fuge, in welcher ſich die Schenkel des oberen Bogens gegen einander lehnen; z. B. die Fuge in de, unten in e öffnen, indem ſich die Schenkel ad und a'd etwas um die ſich ſenkende Stelle d drehen, ſie müßen die Fußſtücke na, n'a' in den Stellen a und a' auswärts treiben, ſo daß in ao und a'o' Fugenriſſe von o nach a und von o' nach a' hin entſtehen und ſich die Fußſtücke na und n'a' um die Stellen n und n' auswärts drehen und ſomit Riſſe, die von m nach n und von m' nach n' hin gehen, entſtehen.

2) Hier nimmt nun Langsdorf zuvörderſt ein Bogenſtück aode, welches in ao auf einem Fußſtücke nmao aufſitzt und in de an einem Gegenſtücke a'o'de anliegt, in Betrachtung und unterſucht für den Fall, daß das Fußſtück nmao aus Mangel an Stabilität um die Stelle n auswärts gedreht würde, alſo in ao, de und nm Riſſe entſtänden und das Stück aode mit ſeiner ganzen Kraft blos auf die Stelle a des Fußſtückes würkſam würde,

„wie groß in ſolchem Falle des oberen Bogenſtückes aode lothrechter Druck Δ, „von a nach k hin, und horizontaler Seitendruck Σ, von a nach β hin, gegen „das Fußſtück mnoa ſeyn muß."

Nach Langsdorf ſoll von a nach k hin der lothrechte Druck

$$\Delta = \frac{bi . M.}{ai}$$

ſeyn. Er ſtellt ſich nämlich das Gewicht M des aode in dem Schwerpuncte y dieſes Bogens vereinigt vor, wornach alſo yb die Schwerpunctslinie iſt, und fragt nun, wie groß eine an dem aode angebrachte und lothrecht aufwärts von a

nach g hin ziehende Kraft ſeyn müßte, um den Druck Δ des aode von a nach k hin aufzuheben. Da denkt er ſich das Stück aode als einen um d drehbaren Hebel, an welchem in y ein Gewicht M lothrecht abwärts von y nach b zieht, und ſtatt dieſer Vorſtellungsweiſe kann man ſich auch in aode die ſteiſe Hebellinie ayd und in dieſer in der Stelle y der Schwerpunctslinie yyb das Gewicht M würkſam denken. Hier iſt nun die horizontale Entfernung der Würkungslinie hyyb des Gewichts M von der Umdrehungsſtelle d des Hebels die Linie dh = bi und alſo das Umdrehungsmoment des M rückſichtlich der Stelle d

= dh . M oder bi . M.

Soll nun eine Kraft K an dem Hebel ayd in der Stelle a lothrecht aufwärts von a nach g hin ſo ſtark würken, daß das Gewicht M verhindert iſt, den Hebel um d abwärts zu drehen, ſo muß, wenn man bey der Entfernung dg der Richtungslinie gak ihres Würkens von der Umdrehungsſtelle d ihr Moment = dg . K oder ai . K ſetzt, die K ſo groß ſeyn, daß dieſes ihr Moment

ai . K = bi . M iſt, woraus $K = \frac{bi}{ai} . M$ folgt.

Wie groß aber K ſeyn muß, um die Umdrehung des Stückes aode um die Stelle d und das Beſtreben der Stelle a, abwärts zu gehen, zu verhindern, eben ſo groß muß auch der lothrechte Druck Δ, welchen aode in der Stelle a nach k hin ausübt, ſeyn.

Das alles wäre ganz richtig, wenn das Stück aode oder die Hebellinie ayd in der Stelle d durch ein Gewinde beveſtigt, alſo da um einen Zapfen, deſſen Axe durch d ginge, drehbar wäre. Dieſer würde verhindern, daß das Stück aode nicht von d nach a hin ſchieben kann, es bliebe dann blos dem Stücke aode in der Stelle a noch ein Umdrehungsbeſtreben $= \frac{bi . M}{ai}$ übrig; da aber das Stück aode in der Umdrehungsſtelle d nicht durch einen Zapfen zurückgehalten iſt, von d nach a hin zu ſchieben, da es ſich in der Fläche in de nur an das Gegenſtück a'o'de anlehnt, ſo übt es in a nebſt ſeinem Umdrehungsbeſtreben auch noch einen Schub S gegen die Fläche in ao des Fußſtückes mnao aus, welcher zur Folge hat, daß der lothrechte Druck Δ, den es in a ausübt, größer als $\frac{bi . M}{ai}$ iſt. Wie groß aber iſt denn würklich Δ? Es läßt ſich ohne alle Rechnung leicht begreifen, „daß das in ao aufgeſetzte und in de blos „angelehnte Bogenſtück aode, deſſen Gewicht M doch getragen werden muß, „in der Fläche in ao einen lothrecht abwärts gehenden Druck Δ ausüben müße, „welcher dem ganzen Gewichte M deſſelben und nicht blos einem Theile $\frac{bi}{ai} . M$ „von M gleich iſt, weil ja die Stelle d von dem Gewichte M gar nichts trägt, „und daß ſich dieſer in der Fläche in ao vertheilte Druck Δ = M in dem Augenblicke, in welchem ſich das Fußſtück mnao um ein Geringes um die Stelle n auswärts dreht, alſo das Stück aode etwas in d niederſinkt und in ao ein Fugenriß „von o nach a hin aufgeht, völlig auf die Stelle a hinwerfen muß."

Das giebt auch folgende Rechnung: Wie das in der Stelle η der ſteifen Hebellinie aηd lothrecht abwärts ziehende Gewicht M rückſichtlich der Umdrehungsſtelle d mit einem Umdrehungsmomente ηe. M = bi. M in η würkt und dadurch in a die auf die Entfernung dg = ai reducirte und lothrecht abwärts würkende Kraft

$$\mathfrak{K} = \frac{bi.M}{ai}$$

erzeugt, ſo würkt auf ähnliche Weiſe das Gewicht M rückſichtlich der andern Umdrehungsſtelle a der Hebellinie ad, da würkt M in der Entfernung ba von a mit einem Momente ab. M und bringt in der Stelle d, die um das Perpendikel ai von der Umdrehungsſtelle a entfernt iſt, eine lothrecht abwärts von d nach i hin würkende Kraft

$$\mathfrak{K}' = \frac{ab.M}{ai}$$

hervor. Dieſe beiden lothrecht abwärts und der Richtung ηb des M parallel würkenden Kräfte K und K′ erzeugt M in den Stellen a und d und die Summe derſelben iſt

$$\mathfrak{K} + \mathfrak{K}' = \frac{bi.M}{ai} + \frac{ab.M}{ai} = \frac{(ab+bi)M}{ai} = M,$$

wie es ſich gehört. — Von dieſen beiden Kräften iſt aber blos die K in a diejenige, welcher in ihrer Stelle ein Widerſtand entgegengeſetzt iſt, nämlich das Fußſtück nmoa, und wodurch alſo dieſes einen Druck = K in ſeiner Stelle nach k hin leidet; was hingegen die andere Kraft K′ in d anbelangt, ſo iſt dieſer in ihrer Richtung de kein lothrecht aufwärts reagirender Widerſtand entgegengeſetzt, die Hebellinie aηd liegt in d nicht durch einen Zapfen veſt, ſie iſt bloß eine angelehnte Linie, und darum muß die Stelle a auch noch von der in d lothrecht abwärts nach i hin würkſamen Kraft K′ afficirt werden. Dieſe K′ übt gegen die Fläche in de einen auf ihr ſenkrechten Druck dl oder D aus und ſchiebt dabey die Hebellinie dηa mit einer gewiſſen Kraft dλ oder S in ihrer Richtung gegen die Stelle a des Fußſtückes nmoa; in den Richtungen dl und dλa wird ihr widerſtrebt. Dieſe beiden Seitenkräfte D und S, worein ſich die K′ zerlegt, ergeben ſich aus dem Parallelogramme dδlλ, worin der W. dλδ = dai = v, der W. δdl = dδλ = 90° — v iſt und die dδ = K′, die dλ = S und die dl = D ſeyn ſoll. Man hat hier

$$d\lambda \text{ oder } \mathfrak{S} = d\delta.\ \text{Sec}\,(90^\circ - v) = \mathfrak{K}'\ \text{Cosec}\ v = \frac{ab}{ai}\ M\ \text{Cosec.}\ v,$$

$$dl \text{ oder } \mathfrak{D} = d\delta.\ \text{Tang}\,(90^\circ - v) = \mathfrak{K}'\,\text{Cot.}\ v = \frac{ab}{ai}\ M\ \text{Cot.}\ v.$$

Dem Drucke dl oder D wird durch einen ihm gleichen Horizontaldrucke D′ des Gegenbogens a′o′ed in d reagirt und der Schub S oder dλ preßt das Bogenſtück aode in der Richtungslinie da von a gegen γ hin und verurſacht in a zwey Preſſungen; eine horizontale aβ oder Σ und eine lothrechte aδ oder Δ′. Dieſe Preſſungen werden erhalten durch das bey a rechtwinklichte Parallelogramm aγβδ, worin der W. βaγ = aγδ = dai = v iſt und aγ = S, aβ = Σ und aδ = Δ′ ſeyn ſoll. Man hat

$$a\beta \text{ oder } \Sigma = a\gamma.\ \mathrm{Cos.}\ v = \mathfrak{S}.\ \mathrm{Cos.}\ v = \frac{ab}{ai} M.\ \mathrm{Cosec.}\ v.\ \mathrm{Cos.}\ v.$$

$$= \frac{ab}{ai} M.\ \frac{1}{\mathrm{Sin.}\ v} \cdot \mathrm{Cos.}\ v. = \frac{ab}{ai} M.\ \mathrm{Cot.}\ v;$$

„es iſt alſo der $a\beta$ oder Σ unten in a dem dl oder $\mathfrak{D}$ oben in d gleich;" und ferner hat man auch

$$a\delta \text{ oder } \Delta' = a\gamma.\ \mathrm{Sin.}\ v = \mathfrak{S}.\ \mathrm{Sin.}\ v = \frac{ab}{ai} M.\ \mathrm{Cosec.}\ v.\ \mathrm{Sin.}\ v$$

$$= \frac{ab}{ai} M \frac{1}{\mathrm{Sin}\ v}.\ \mathrm{Sin}\ v = \frac{ab}{ai} M.$$

Nimmt man nun dieſen durch den Schub $\mathfrak{S}$ in a lothrecht abwärts erzeugten Druck Δ' oder $\frac{ab}{ai}$ M mit der vorhin erhaltenen ebenfalls lothrecht abwärts von a nach k hin würkſamen Kraft. $\mathfrak{K}$ oder $\frac{bi}{ai}$. M (welche lothrechte $\mathfrak{K}$ nichts zu dem horizontalen Seitendrucke von a nach β hin beitragen kann) zuſammen, ſo hat man für die Stelle a die lothrechte Druckſumme

$$\Delta = \mathfrak{K} + \Delta' = \frac{bi.M}{ai} + \frac{ab.}{ai} M. = \frac{bi + ab}{ai} M = \frac{ai}{ai} M = M.$$

„Es iſt alſo dieſe Δ auch nach dieſer nicht widerlegbaren Rechnung dem ganzen Ge„wichte M des Bogenſtückes aode und nicht blos, wie Langsdorf angenommen hat, „dem bloſen Theile $\frac{bi}{ai}$ M von M gleich."

3) Nachdem Langsdorf den lothrechten Druck Δ, welchen das obere Bogenſtück aode auf die Stelle a des Fußſtückes nmao ausübt, nach ſeiner Anſicht beſtimmt, dieſen aber zu klein angeſetzt hat, ſo geht er dann zur Berechnung des horizontalen Seitendruckes Σ, welchen das obere Bogenſtück gegen das Fußſtück von a nach β hin ausübt, über; da findet er ganz richtig, was in der vorigen Rechnung gefunden worden iſt, daß nämlich dieſer Seitendruck

$$a\beta \text{ oder } \Sigma = \frac{ab}{ag}.\ M$$

ſey; denn dort wurde $\Sigma = \frac{ab}{ai}.\ M.\ \mathrm{Cot}\ v = ab.\ M.\ \frac{\mathrm{Cot}\ v}{ai}$ gefunden; da aber die $ai = di.\ \mathrm{Cot}\ v = ag.\ \mathrm{Cot}\ v$ iſt, ſo hat man $\frac{ai}{ag} = \mathrm{Cot}\ v$ und alſo

$$\Sigma = ab.\ M.\ \frac{\mathrm{Cot}\ v}{ai} = ab.\ M.\ \left(\frac{ai}{ag} : ai\right) = \frac{ab}{ag}.\ M.$$

Und nachdem er ſomit weiß, welche lothrechte und horizontale Preſſung das

obere Bogenſtück aode gegen das Fußſtück nmoa Statt hat, ſo beſtimmt er den Widerſtand, welchen das Fußſtück dem Seitendrucke Σ, welcher dieſes um n auswärts zu drehen beſtrebt iſt, entgegenzuſetzen hat. Es ſey z das Schwerpunct des Fußſtückes nmoa und alſo zt die lothrechte Schwerpunctslinie dieſes Stückes, deſſen Gewicht M′ in voriger Nr. 1 durch φM ausgedrückt wurde. Das in z vereinigt vorgeſtellte Gewicht M′ oder φM des Fußſtückes nmoa würkt in der Entfernung nt von der Umdrehungsſtelle n dieſes Stückes mit einem Momente

$$\text{tn} \cdot M' = \text{tn} \cdot \phi M$$

der Seitenpreſſung aβ oder Σ des oberen Stückes entgegen. Dazu kommt noch der lothrecht abwärtsgehende Druck Δ, welchen das obere Stück aode in der Stelle a nach k hin gegen das Fußſtück nmoa ausübt und deſſen Richtungslinie ak von der Umdrehungsſtelle n des nmoa um die Weite nk abſteht, deſſen Moment alſo rückſichtlich der Stelle n durch nk . Δ auszudrücken iſt. Es würkt alſo das Fußſtück nmoa dem Seitendrucke aβ oder Σ mit einer Momentſumme

$$\text{tn} \cdot \phi M. + \text{nk} \cdot \Delta$$

entgegen. Das Moment des Seitendruckes aβ oder Σ, welcher das Fußſtück um die Stelle n auswärts herum zu drehen ſtrebt, wird erhalten, wenn man auf die verlängerte Richtungslinie aβ.... des Σ aus der Umdrehungsſtelle n ein Perpendikel nb′ zieht. Da hat man für das Moment von Σ oder $\frac{\text{ab}}{\text{ag}}$ M den Ausdruck

$$\text{nb}' \cdot \Sigma = \text{ak} \cdot \Sigma = \text{ak} \cdot \frac{\text{ab}}{\text{ag}} M$$

zu ſetzen. „Es iſt alſo hier ſo, als wenn an dem um n drehbaren Winkelhebel b′nk „an dem lothrechten Arme nb′ in der Stelle b′ horizontal auswärts das „Umdrehungsmoment

$$\frac{\text{ak} \cdot \text{ab}}{\text{ag}} \cdot M$$

„und an dem horizontalen Arme nk in den Stellen t und n lothrecht ab„wärts die Momentſumme

$$\text{tn} \cdot \phi M + \text{nk} \cdot \Delta$$

„würkſam wäre.“ Dieſer beiden einander entgegengeſetzten Kraftmomente möglicher Unterſchied iſt nun folgender:

$$\frac{\text{ak} \cdot \text{ab}}{\text{ag}} M - (\text{tn} \cdot \phi M + \text{kn} \cdot \Delta)$$

und wenn man ſo, wie es ſich gehört, Δ = M ſetzt, ſo erhält man für dieſe mögliche Momentdifferenz den Ausdruck

$$\left[\frac{\text{ak} \cdot \text{ab}}{\text{ag}} - (\text{tn} \cdot \phi + \text{kn})\right] M;$$

ſetzt man aber, nach Langsdorf, ſtatt Δ nur $\frac{\text{bi}}{\text{ai}}$ M, ſo erhält man für die Moment-

Differenz den Ausdruck

$$\left[\frac{ak \cdot ab}{ag} - \left(tn \cdot \phi + \frac{kn \cdot bi}{ai}\right)\right] M$$

oder, weil $bi = ck - ab$ und $ai = ck$ iſt, alſo ſtatt $\frac{bi}{ai}$ der Ausdruck $\frac{ck - ab}{ck} = 1 - \frac{ab}{ck}$ geſetzt werden kann, die Momentdifferenz

$$\left[\frac{ak \cdot ab}{ag} - \left(tn \cdot \phi + kn \left(1 - \frac{ab}{ck}\right)\right)\right] M.$$

In dieſer ſollte, nach den bisherigen Unterſuchungen, der Subtractor

$$(tn \cdot \phi + kn)\, M$$

ſeyn, da er hingegen, nach Langsdorf, kleiner, nur

$$\left(tn \cdot \phi + kn \left(1 - \frac{ab}{ck}\right)\right) M$$

iſt. Langsdorf bringt alſo für die nützliche dem ſchädlichen Seitendrucke $\Sigma = \frac{ab}{ag} \cdot M$, der mit dem Momente $ab' \times \frac{ab}{ag} M = \frac{ak \cdot ab}{ag} \cdot M$ würkt, reagirende Momentſumme, die am Hebelarme nk in den Stellen t und k lothrecht abwärts würkſam iſt, zu wenig in Rechnung, daher es kommen muß,

„daß er alle die aus ſeiner Momentdifferenz abgeleiteten Abmeſſungen, durch welche der „Auswärtsumdrehung des Fußſtückes nmoa um die Stelle n begegnet werden ſoll, zu „groß erhalten muß, vorausgeſetzt, daß er nicht auch wiederum zu wenig rechne des„wegen, weil er Gewölbſtücke, die in Keile zerſchnitten ſind, ſo betrachtet, als wenn „ſie aus einem Stücke beſtänden.“

4) Der Ueberſchuß des Seitendruckmomentes $nb' \cdot \Sigma$ oder $ak \cdot \frac{ab}{aq} \cdot M$ über die nützliche Momentſumme, die in den vorigen Differenzen als Subtractor ſteht, würkt in der Stelle b′, wie eine Kraft $\mathfrak{M}$ mit dem Momente $nb' \cdot \mathfrak{M}$ oder $ak \cdot \mathfrak{M}$ an dem Fußſtücke nmoa horizontal auswärts und ſtrebt das Fußſtück um die Stelle n zu drehen und dieſe Kraft $\mathfrak{M}$ nennt Langsdorf die brechende Kraft des Bogens. Weil ihr Moment

$$ak \cdot \mathfrak{M} = \left[\frac{ak \cdot ab}{ag} - \left(tn \cdot \phi + kn \left(1 - \frac{ab}{ck}\right)\right)\right] M$$

iſt (nach Langsdorf nämlich, der einen zu kleinen Subtractor angenommen hat), ſo iſt hiernach die brechende Kraft

$$\mathfrak{M} = \left(\frac{ab}{ag} - \frac{tn \cdot \phi + kn \left(1 - \frac{ab}{ck}\right)}{ak}\right) M$$

„Dieſe iſt deſto größer, je größer der bejahte Werth iſt, welchen dieſe Formel giebt,

„und es muß dieſe Formel, damit M gar nicht Statt habe, einen Werth = o geben; „zu noch größerer Sicherheit aber muß ſie, damit M nicht nur nicht Statt habe, ſon„dern zudem auch die nützliche Kraftſumme (der Subtractor) in der Formel die ſchäd„liche Kraft (den Minuendus) in der Formel übertreffe, einen in gewiſſem Maaße „großen negativen Werth geben.“

5) Da nun die Brechungsſtelle a um unzählige Winkel ocd oder x von der lothrechten Linie cd abſtehen kann und ſich ſtatt des Fußſtückes nmoa auch ein anderes um ſeine hintere Stelle auswärts drehen kann, ſo drückt Langsdorf die vorige Formel ſo aus, daß ſie als eine völlig allgemeine zu betrachten iſt und wendet hernach dieſe zur Berechnung derjenigen Gewölbdicken nm = de oder δ an, bey welchen die Gewölbbögen nicht in einer Stelle a brechen können, weil bey ihnen die brechende Kraft M = o oder gar negativ iſt. Bey dieſer Rechnung verfährt er ſo: Er denkt ſich den einer gewiſſen Bogenweite und inneren Bogenhöhe zugehörenden Halbmeſſer R in 1000 gleiche Theile getheilt und giebt nun willkührlich der Bogendicke de oder δ eine gewiſſe Anzahl ſolcher Theile. Dazu nimmt er einen gewiſſen Brechungswinkel ocd oder x an, ſucht dazu den Fußwinkel w und daraus die Größe $\phi = \frac{w}{x}$ (Nr. 1). Daraus berechnet er dann die Linien ab, ag, tn, ck, kn, ak und das Gewicht M, wofür er nur die Fläche des oberen Bogenſtückes ſtatt des Gewichtes deſſelben nöthig hat. Aus dieſen Rechnungsgrößen ſucht er dann nach der vorigen Formel die brechende Kraft M. Kommt dieſe als eine poſitive Größe heraus, ſo bricht der Gewölbbogen, im Gegentheile aber nicht. U. ſ. w.

5) Daß der bisher angegebene ganz neue Weg, auf welchem Langsdorf zur Erkenntniß der dicken be gleichdicker Gewölbbögen zu gelangen ſucht, äußerſt mühſam ſey, das iſt ſchon aus dem Bisherigen leicht abzunehmen und man kann ſich aus ſeinem Buche davon zureichend überzeugen. Daß Langsdorf keine völlig richtigen Reſultate aus ſeiner für M conſtruirten Formel erhalten habe, das iſt daraus gewiß, weil er, wie wir in vor. Nrn. 2 und 3 dargethan haben, ſtatt des Subtractors

$$(tn \,.\, \phi + kn)\ M$$

den Subtractor $\left(tn \,.\, \phi + kn\left(1 - \frac{ab}{ck}\right)\right) M$, der zu klein iſt,

in Rechnung gebracht hat. Dadurch iſt Langsdorfs Ausdruck für die brechende Kraft M zu groß und dieſer erfordert alſo eine größere Gewölbdicke, als er erfordern würde, wenn er für den größeren von den beiden vorerwähnten Subtractoren eingerichtet worden wäre. Vielleicht aber könnte er auch zu klein ſeyn, weil Gewölbſtücke, die aus Keilen componirt ſind, etwa doch anders würken könnten, als wenn ſie nur aus einem Stücke beſtänden.

§. 8.

Die im vorigen Paragraphen vorgenommene Betrachtung über die oberſte Unterſuchung, von welcher Langsdorf in ſeinem in §. 6 genannten Werke ausgeht, wollen wir hier noch etwas weiter fortſetzen, um auszumitteln,

„ob denn der Seitendruck $\Sigma = \frac{ab}{ag} M$, welchen der nur aus einem Stücke beſtehende obere Bogentheil aode gegen die Stelle a des Fußſtückes nmoa ausübt, „auch noch dann völlig derſelbe bleibe, wenn man den Bogentheil aode in zwey „Theile $\alpha\omega$de und ao$\alpha\omega$ (Fig. 2) nach der Richtung des Halbmeſſers c$\alpha\omega$ zerſchnei„det und dabey annimmt, der Schnitt in $\alpha\omega$ ſey dergeſtalt vorgenommen, daß „die Gewichte S′ und S″ der beiden Theile $\alpha\omega$de und ao$\alpha\omega$ einander das „Gleichgewicht halten, alſo in $\alpha\omega$ beiſammen bleiben und ein gleichſam nur „aus einem Stücke beſtehendes Bogenſtück aode bilden müßen.“

1) Der Obertheil $\alpha\omega$de des Stückes aode habe ſein Schwerpunct in η und die Entfernung ſeiner lothrechten Schwerpunctslinie $\eta\beta$ von der Umdrehungsſtelle α ſey die $\alpha\beta$, ſo iſt das Moment dieſes Obertheils bey ſeinem Gewichte S′ rückſichtlich der Umdrehungsſtelle α

$$\alpha\beta \,.\, S'.$$

Dieſes giebt für die Stelle d, die um αj von α entfernt iſt, die in d lothrecht abwärts würkende Kraft

$$K' = \frac{\alpha\beta \,.\, S'}{\alpha j}.$$

Da nun der Theil $\alpha\omega$de in de blos angelehnt und nicht an einen Zapfen befeſtigt iſt, ſo übt er nach den in Nr. 2 und 3 des vorigen Paragraphens vorgetrageuen Lehren in der Stelle α Folgendes aus:

einen lothrechten von α nach i hin gehenden Druck und

$$\Delta' = S',$$

einen horizontalen von α nach β' hin gehenden Druck

$$\Sigma' = \frac{\alpha\beta}{\alpha\gamma} \,.\, S'.$$

(Siehe vorzüglich Nr. 3 im vorigen Paragraphen.)

2) Der Untertheil ao$\omega\alpha$ des Stückes aode habe ſein Schwerpunct in η und die Entfernung ſeiner lothrechten Schwerpunctslinie ηb von der Umdrehungsſtelle a ſey die ab, dann iſt bey ſeinem Gewichte S″ rückſichtlich dieſer Stelle a das Moment

$$= ab \,.\, S''$$

Dieſes giebt für die Stelle α, in welcher die Hebellinie aα an der Schnittfläche in $\alpha\omega$ anliegt, die Kraft

$$K'' = \frac{ab}{ai} \,.\, S'',$$

welche die Stelle α der Linie $a\alpha$ lothrecht abwärts von α nach i hin zu treiben, und dabey die $a\alpha$ um a zu drehen ſtrebt.

Zu dieſer K'' aber kommt auch noch der lothrechte Druck $\Delta' = S'$, welchen das Oberſtück $\alpha\omega$de nach Nr. 1 in der Stelle α nach i hin gegen das Unterſtück ausübt, wornach alſo das Unterſtück $ao\alpha\omega$ in der Stelle α lothrecht abwärts von einer Kraftſumme

$$K''' = S' + K'' = S' + \frac{ab}{ai} S''$$

gepreßt wird. — Rückſichtlich der Stelle α iſt das Moment des Gewichtes S'' des Untertheiles $ao\omega\alpha = bi \cdot S''$, und das giebt für die Stelle a den lothrecht abwärts gehenden Druck $\Delta'' = \frac{bi}{ai} \cdot S''$.

3) Da das Untertheil $ao\omega\alpha$ in der Stelle α nicht durch einen Zapfen beveſtigt iſt, ſondern nur an der Fläche in $\alpha\omega$ anliegt, ſo leidet es in der Richtung der Linie αa einen Schub $\mathfrak{S}$ von α nach a hin durch die Kraftſumme

$$K''' = S' + \frac{ab}{ai} \cdot S'' \text{ oder } \frac{ai \cdot S' + ab \cdot S''}{ai}.$$

Dieſe K''' nämlich zerlegt ſich in der Stelle α in zwey Seitenkräfte, wie hier folgt:

in einen Horizontaldruck $\mathfrak{D} = K''' . \text{Cot} \cdot \alpha ai = K''' \text{Cot } v$, von α nach β hin, welcher dem Seitendrucke Σ', der von α nach β' hin von dem $\alpha\omega$de ausgeübt wird, entgegen würkt, und ferner

in eine Schubkraft $\mathfrak{S} = K''' . \text{Cosec. } v$, von α nach a hin (vergl. N. 2 des vor. Paragraphens).

Mit dieſer $\mathfrak{S}$ ſtemmt ſich nun das Unterſtück $ao\omega\alpha$ in der Stelle a gegen das Fußſtück nmoa an, in der Richtung von α nach a und μ hin, und übt da nach dem Parallelogramme $a\mu\beta''\gamma$, worin $a\mu = \mathfrak{S}$ ſeyn ſoll und der W. $\mu a\beta'' = \alpha ai = v$ iſt, aus:

einen horizontalen Seitendruck

$$a\beta'' \text{ oder } \Sigma'' = a\mu \cdot \text{Cos. } v = \mathfrak{S} . \text{ Cos. } v = K''' . \text{ Cosec. } v . \text{ Cos. } v$$
$$= K''' . \text{ Cot. } v = \frac{ai . S' + ab . S''}{ai} . \text{ Cot. } v,$$

einen lothrechten Druck

$$a\gamma \text{ oder } \Delta''' = a\mu \cdot \text{Sin. } v = K''' , \text{ Cosec. Sin. } v = K''' . \frac{1}{\text{Sin. } v} . \text{ Sin. } v$$
$$K''' = \frac{ai . S' + ab . S''}{ai}.$$

4) Es iſt aber die Cot. v $= \frac{1}{\text{Tang. v}}$ und $\alpha i =$ ai . Tang. v, alſo $\frac{\alpha i}{ai} = \text{Tang. v}$

und folglich Cot. v $= \frac{1}{\text{Tang. v}} = \frac{ai}{\alpha i}$,

wornach alſo der obige Seitendruck

$$a\beta'' \text{ oder } \Sigma'' = \frac{ai \cdot S' + ab \cdot S''}{ai} \cdot \frac{ai}{\alpha i} = \frac{ai \cdot S' + ab \cdot S''}{\alpha i}$$

ſeyn muß.

Die Stelle a leidet den lothrechten Druck

$a\gamma$ oder $\Delta''' = S' + \frac{ab}{ai} \cdot S''$ (Nr. 3) und auch noch

$\Delta'' = \frac{bi}{ai} \cdot S''$ (Nr. 2), alſo, von a nach γ hin,

die Druckſumme

$$\Delta^* = \Delta''' + \Delta'' = S' + \frac{ab}{ai} \cdot S'' + \frac{bi}{ai} \cdot S''$$

$= S' + \frac{ab + bi}{ai} \cdot S'' = S' + S''$, d. h. die Stelle a wird von „der ganzen Summe der Gewichtstheile des Bogenſtückes aode, welches ja, da ſich „ſeine Theile nur an einander anlehnen, blos von dem Fußſtücke nmao getra„gen werden muß, lothrecht abwärts gepreßt."

5) Der Seitendruck Σ' des Obertheiles $\alpha\omega$de iſt von α nach β' hin in voriger Nr. 1 durch die Gleichung

$$\Sigma' = \frac{\alpha\beta}{\alpha\gamma} \cdot S'$$

beſtimmt worden. Der Seitendruck $\mathfrak{D}$ ferner, welchen der Untertheil ao$\omega\alpha$ in einer der $\alpha\beta'$ direct entgegengeſetzten Richtung $\alpha\beta$ dem Σ' entgegenſetzt, iſt nach voriger Nr. 3 dieſer:

$$\mathfrak{D} = K''' \cdot \text{Cot. v} = \frac{ai \cdot S' + ab \cdot S''}{ai} \cdot \text{Cot. v}$$

$$= \frac{ai \cdot S' + ab \cdot S''}{\alpha i},$$

weil ja nach Nr. 4 die Cot. v $= \frac{ai}{\alpha i}$ ſeyn muß. —

Wenn nun zwiſchen beiden Theilen $\alpha\omega$de und ao$\omega\alpha$ Gleichgewicht Statt haben und wenigſtens in dieſer Rückſicht das zweigliederige Bogenſtück aode als nur aus einem Stücke beſtehend betrachtbar ſeyn ſoll, ſo muß nothwendig $\mathfrak{D} = \Sigma'$, d. h.

es muß $$\frac{ai\,.\,S' + ab\,.\,S''}{\alpha i} = \frac{\alpha\beta}{\alpha\gamma}\,.\,S'$$

und alſo auch $\frac{ab}{\alpha i}\,S'' = \left(\frac{\alpha\beta}{\alpha\gamma} - \frac{ai}{\alpha i}\right) S'$ ſeyn,

es muß ſich demnach verhalten:

$$S' : S'' = \frac{ab}{\alpha i} : \left(\frac{\alpha\beta}{\alpha\gamma} - \frac{ai}{\alpha i}\right)$$

„Alſo nur in einem ſolchen beſonderen Falle, wenn die hier angegebenen Verhält„niſſe Statt hätten, würde ſich das zweitheilige Bogenſtück $\alpha\omega$de + ao$\omega\alpha$ wenig„ſtens in der Rückſicht, daß die Compoſitionsfuge in $\alpha\omega$ nicht aufginge, wie ein nur „aus einem Stücke beſtehendes Bogenſtück aode verhalten.“

6) Angenommen nun, daß aode würklich ſo in zwey Theile $\alpha\omega$de und ao$\omega\alpha$ geſchnitten ſey, deren Gewichte S′ und S″ ſich dergeſtalt gegen einander verhalten, daß ſie im Gleichgewichte unter einander ſtehen müßen und alſo in der Compoſitionsfuge in $\alpha\omega$ kein Riß entſtehen, daß mithin das Oberſtück $\alpha\omega$de das Unterſtück ao$\omega\alpha$ nicht in α heben und eine Auswärtsdrehung des ao$\omega\alpha$ um die Stelle o hervorbringen kann, wie groß iſt in ſolchem Falle der horizontale Seitendruck, welchen das in $\alpha\omega$ componirte Bogenſtück $\alpha\omega$de + ao$\omega\alpha$ oder aode in der Stelle a gegen das Fußſtück nmoa ausübt? Dieſer iſt nach der vorigen Rechnung (Nr. 4.)

$$\Sigma'' = \frac{ai\,.\,S' + ab\,.\,S''}{\alpha i}$$

gefunden worden. — Wie groß aber war denn der für daſſelbe Bogenſtück aode gefundene Seitendruck Σ, der in Nr. 3 des vorigen Paragraphens unter der Vorausſetzung, daß aode nur aus einem Stücke beſtehe, gefunden worden iſt? Nach den dortigen Unterſuchungen war dieſer

$$\Sigma = \frac{ab}{ag}\,.\,M = \frac{ab}{ag}\,(S' + S'') = \frac{ab\,.\,S' + ab\,.\,S''}{ag},$$

wenn man ſich nämlich hier M nur arithmetiſch nach zweien Stücken $\alpha\omega$de und ao$\omega\alpha$, deren Gewichte S′ und S″ ſind, vorſtellt. —

Wenn man nun die beiden Ausdrücke

$$\Sigma'' = \frac{ai\,.\,S' + ab\,.\,S''}{\alpha i} \text{ und}$$

$$\Sigma = \frac{ab\,.\,S' + ab\,.\,S''}{ag}$$

vergleicht und ſie nach den Werthen der in ihnen vorkommenden Linien (ſ. die Figur) auf einander zu reduciren ſucht, ſo ergiebt ſich, „daß ſie unmöglich gleichwerthig „ſeyn können.“

7) Was aber geht denn hieraus hervor?
„Daß man bey der Berechnung des horizontalen Seitendruckes, welchen ein Bogen„ſtück aode gegen die Stelle a eines Fußſtückes mnoa ausübt, ſelbſt auch ſchon in „dem ganz einfachen Falle, wenn aode nur aus zweien in einer Fuge $\alpha\omega$ gegen „einander geſtellten Theilen $\alpha\omega$oe und ao$\omega\alpha$ componirt iſt, durchaus nicht zum rich„tigen Reſultate gelange, falls man das componirte Stück $\alpha\omega$de + ao$\omega\alpha$ als ein „nur aus einem Stücke beſtehendes Stück aode betrachte, geſetzt auch, daß die Theile „des componirten Stückes ſich das Gleichgewicht halten und in $\alpha\omega$ keinen Fugenriß zu „laſſen, und daß man alſo noch um ſo viel weniger bey Gewölbbögen, die aus „Keilreihen componirt ſind, zu richtigen Rechnungsreſultaten gelangen könne, wenn „man, wie auch Langsdorf noch in ſeinem vorerwähnten neuen Werke über die Ge„wölbe gethan hat, den Seitendruck von den aus Keilen componirten Gewölbſtücken „eben ſo berechne, als wenn dieſe Bögen wären, die nur aus einem Stücke „beſtehen.“

§. 9.

Wenn wir bedenken, was wir denn eigentlich gethan haben, daß wir uns im vorigen Paragraphen bemühten, einen Beweis für den Satz, „der Seitendruck der aus „Keilen componirten Gewölbebögen und ihrer componirten Theile könne nicht als „der, welchen die nur aus einem Stücke beſtehenden Bögen ausüben, betrachtet „und berechnet werden,“ durch Rechnung zu führen, ſo müßen wir jene Rechnung faſt bereuen, weil es für die Richtigkeit des eben angegebenen Satzes Gründe giebt, die weit faßlicher und eindringender ſind, als die zum Beweiſe ſeiner Gültigkeit aufſtellbaren Rechnungen.

1) Zuvörderſt iſt doch handgreiflich gewiß, daß, wenn man einen Gegenſtand nicht ſeiner wahren Natur nach betrachtet, wenn man ihn nicht als das nimmt, was er eigentlich iſt, ſondern ihm eine ganz andere Natur unterſchiebt, keine Betrachtungsreſultate über ihn erhalten werden können, von welchen man behaupten kann, daß ſie gültig ſeyen. Und wenn man auch nachgiebig ſeyn und beachten will, daß man ja die erhaltenen Betrachtungsreſultate doch nur als adproximative gelten laſſen wolle, ſo iſt auch damit noch nicht viel geholfen, weil man den Grad, in welchem ſich die Reſultate der Wahrheit nähern, in keinem Falle, worin man den betrachteten Gegenſtand als ein ganz anderes Ding, als er würklich iſt, angenommen hat, beſtimmen kann. Soll man aber dennoch, obſchon das hier Geſagte unleugbar iſt, die aus Keilen componirten Gewölbbögen in den über ſie anzuſtellenden ſtatiſchen Betrachtungen nicht als das annehmen, was ſie würklich ſind? Soll man nicht die in ihnen Statt habenden Preſſungen von Keil zu Keil fort in Rechnung nehmen? Warum nicht? Etwa deswegen, weil dieſe Arbeit zu ſchwierig iſt und auf Reſultate führt, die für die Ausübung zu weitläuftig ſind? Sind denn weitläuftige Reſultate, wenn ſie richtig ſind, nicht bey Weitem beſſer, als bloſe adproximative oder vielleicht gar unrichtige? Soll man, um dem ſchwierigen Wege zur

Wahrheit zu entgehen, lieber den leichten, auf dem man nur Halbwahres oder vielleicht gänzlich Falſches findet, einſchlagen?

2) Wie ganz unrichtig aber das Unternehmen ſey, wenn man ſtatiſche Unterſuchungen über Gewölbebögen, die aus Keilen componirt ſind, anſtellt, dabey aber, aus Maximen und Beſorgniſſen von gewiſſer Art, die Preſſungen ſolcher Gewölbſtücke, die aus einer Keilreihe beſtehen, gerade ſo berechnet, als wenn ſie nicht aus Keilen componirt wären, das wird wohl, zur völligen Ueberzeugung, daß wir hier nicht grundlos reden, aus Folgendem abzunehmen ſeyn:

A. Wenn man ein oberes Bogenſtück, wie z. B. aode in Fig. 1, betrachtet und davon, daß es aus Keilen componirt ſey, abſtrahirt, ſo iſt immer der Grundgedanke bey einem ſolchen Bogenſtücke der, daß es durch das in ſeinem Schwerpuncte y vereinigt gedachte Gewicht M ein Beſtreben habe, ſich um die untere Stelle a ſeines Fußſtückes nmoa einwärts zu drehen und ſomit das Fußſtück um die Stelle n auswärts zu treiben. Die Frage, „ob denn nicht vielmehr umgekehrt ein ſolches Bogen„ſtück aode, und zwar nur allein durch die Gewichte ſeiner eigenen Keile, „ein Beſtreben haben könne, ſich um die obere Stelle o auswärts zu drehen,“ muß bey der Abſtraction von dem Componirtſeyn des Bogenſtückes aus Keilen nothwendig als eine völlig abſurde erſcheinen. Gerade das aber, was bey einem aus Keilen componirten Bogen als abſurd erſcheint, falls man von ſeinem Componirtſeyn abſtrahirt, iſt das Wahre, nnd was man hingegen bey dieſer Abſtraction als möglich annimmt, iſt eine abſolute Unmöglichkeit, wenn man der eben gedachten Abſtraction entſagt.

B. Damit man ſich aber hiervon auf dem leichteſten Wege überzeuge, ſo ziehe man Folgendes in aller möglichen Schärfe in Ueberlegung: Es ſey AA′K′K″ (Fig. 3) ein aus einer Keilreihe componirter und auf einem Fußſtücke oder Widerlager in K′K″ aufſitzender halber Gewölbebogen, der ſich oben in der lothrechten Fläche in AA′ an ſeinen eben ſo großen Gegenbogen anlehnt; die Keile 1, 2, 3.... deſſelben ſeyen alle gleich groß und ſchwer. — Was iſt es nun, was ſich in den folgenden von Keil zu Keil fortlaufenden Sätzen läugnen ließe?

a) Die Keile liegen zwiſchen den Flächen in AA′ und K′K″ eingeſpannt an einander und ihre in ihren Schwerpuncten a, b, c.... concentrirt denkbaren und lothrecht abwärts ziehenden hier als gleich gedachten Gewichte S, S, S.... bewürken, daß die Keilmaſſen in ihren Fugenflächen gewiſſe Preſſungen auf- und abwärts gegen einander ausüben müßen.

b) Die größte Preſſung, die ein Keil gegen ſeinen Nebenkeil, der zunächſt über oder unter ihm liegt, ausüben kann, iſt die, deren Richtung auf der gepreßten Keilfläche ſenkrecht oder normal iſt. Zieht man nun die Schwerpuncte a, b, c, d ꝛc. durch gerade Linien ab, bc, cd ꝛc. zuſammen, ſo ſind dieſe Linien Sehnen der Bögen ab, bc, cd ꝛc. des durch die Schwerpuncte a, b, c... geführten Schwerpunctbogens mm, deren Mitten die Puncte α, β, γ ꝛc. ſind,

durch welche die aus dem Mittelpuncte C der Bögen K'A und K''A' gezogenen Fugenlinien laufen, und es ſind alſo dieſe Sehnen ab, bc, cd ꝛc. auf den Fugenlinien ſenkrecht und zeigen die Richtungen der auf- und abwärts gehenden Normal- oder größten Preſſungen, welche die Keile in ihren Fugenflächen gegen einander ausüben können. Der Keil 1 z. B. preßt mit einer gewiſſen Kraft N' von a nach α hin normal abwärts und der Keil 2 preßt mit einer gewiſſen Gegenkraft C'' von b nach α hin normal aufwärts. Beide Preſſungen begegnen ſich in α und würden einander aufheben, wenn N' = C'' wäre. Da aber hier die Gewichte S und S der beiden Keile gleich groß ſeyn ſollen und der Keil 1 weit ſteiler liegt, als der 2, ſo kann die Aufwärtspreſſung C'' des Keiles 2 unmöglich ſo groß ſeyn, als die Abwärtspreſſung N' des 1 iſt, es muß alſo eine Ueberwucht der N' des 1 über die C'' des 2, eine Normalpreſſungsdifferenz N' — C'', in α entſtehen und dieſe ſtrebt den Gewölbebogen K'K''α in der Richtung αba auf die Seite zu treiben. — Aus dem Bisherigen iſt nun ohne Weiteres leicht abzunehmen, daß zwiſchen den Keilen 2 und 3, 3 und 4, 4 und 5 ꝛc. eben ſolche Ueberwuchten in den Richtungen βcb, γdg, δed ꝛc. Statt haben müßen.

c) Alſo Ueberwuchten der Normalpreſſungen N, welche „die Oberkeile abwärts „in den Rückenflächen ihrer Unterkeile ausüben, über die Normalpreſſungen C, „welche dieſe Unterkeile aufwärts in den Fugenflächen ihrer Oberkeile den Preſ„ſungen N entgegenſetzen können, finden bey gleichſchweren Keilen Statt und „dieſe Ueberwuchten würken an dem Gewölbebogen AA'K'K'' in Richtungen „αa, βb, γg, δd, εe ꝛc. ſeitwärts wie Kräfte, die an ihm angebracht und ein „gewiſſes Stück deſſelben um die obere Stelle K'' ſeiner Widerlage EDK'K''K „oder um irgend eine andere obere Fugenſtelle, z. B. die Stelle o, eines Fuß„ſtückes des Bogens auf- und auswärts zu drehen beſtrebt ſind.“

Die hier angegebene Art und Weiſe, wie von dem Scheitelkeile 1 an, den man auch als einen halben Schlußſtein anſehen kann, gegen das Widerlager hin die Keile durch ihre Gewichte gegen einander preſſen, iſt in einem Grade richtig, bey welchem ſelbſt auch dem Anfänger in der Statik kaum der Gedanke möchte kommen können, daß man den ſtatiſchen Berechnungen der Gewölbebögen nicht dieſe Würkungsweiſe der Keile gegen einander als das einzigwahre Ausgangspunct zum Grunde zu legen habe, ſondern daß man in ſolchen Berechnungen weit richtiger verfahre, wenn man ſich ganze Stücke eines Gewölbebogens als einen in allen ſeinen Theilen zuſammengewachſenen krummen ſteinernen Balken vorſtelle und ſomit gewiſſe Würkungen von Cohäſionskräften zwiſchen den Gewölbekeilen annehme, obſchon dieſe gar nicht vorhanden, alſo bloſe Fictionen ſeyen.

C. Nach der vorigen Nr. B kommt man alſo, wenn man in einen Gewölbebogen, der aus gleichſchweren Keilen componirt iſt, die Würkungen der Keilgewichte gegen einander ſo, wie ſie von Keil zu Keil gegen einander erfolgen, in Betrachtung

nimmt, auf auswärts würkende Kräfte, durch welche obere Theile des Bogens um obere Fugenſtellen auf- und auswärts gedreht werden können, und dieſe Kräfte und ihre möglichen Würkungen ſind ſolche, daß der Gedanke von ihnen abſolut unmöglich iſt, ja ſogar, wenn er durch bloſes Fragen erweckt wird, als ein ganz abſurder erſcheinen muß, ſo lange man ſich Bogenſtücke in der Abſtraction von ihrem Componirtſeyn aus Keilen blos als ganze in ihren Theilen zuſammengewachſene Maſſen vorſtellt (vergl. Nr. A). Dagegen iſt, gerade umgekehrt, bey der Betrachtung der Bogenſtücke als das, was ſie würklich in ihrer Compoſition aus Keilen ſind, jener Gedanke abſurd, von dem man ſich nicht losmachen kann, wenn man ein Bogenſtück, wie z. B. aode (Fig. 1), als eine nur aus einem Stücke beſtehende Maſſe anſieht, jener Gedanke nämlich, daß das im Schwerpuncte y des Bogenſtückes vereinigt gedachte Gewicht M deſſelben dieſes Stück um eine untere Fugenſtelle a einwärts zu drehen ſtrebe. Unmöglich iſt bey der in Fig. 3 dargeſtellten Würkungsweiſe der Keile gegen einander der Gedanke, daß ſich ein gehörig eingeſpanntes Gewölbſtück, wie z. B. aode, um eine untere Fugenſtelle einwärts drehen könne, deswegen, weil ja die in den Richtungslinien αa, βb, γg ꝛc. durch die Keilgewichte S, S, S ꝛc. erzeugten Zugkräfte die einzigen ſind, wodurch eine Bewegung im Gewölbebogen entſtehen kann, dieſe aber doch, handgreiflicher Weiſe, keineswegs für, ſondern nur gegen ſolche Bewegungen von Gewölbetheilen würken können, die ſich als um untere Fugenſtellen einwärts erfolgend zwar denken laſſen, die aber in Rückſicht auf Realität weiter nichts, als bloße Chimären ſind.*).

D. Aus dem Bisherigen iſt offenbar genug, „daß man die Keilbögen als das, „was ſie ſind, zu betrachten habe, wenn man eine Statik von ihnen aufſtellen will.“

§. 10.

Die ſeit de la Hire in Schwung gekommene und nach den vorigen Erwägungen ganz gewiß unrichtige Verfahrungsweiſe, Bogenſtücke, die aus Keilen componirt ſind, ſo zu betrachten und nach den Hebelgeſetzen zu behandeln, als wenn ſie krumme Balken wären, hat auch die ganz falſche Meinung herbeigeführt, daß es in jedem Schenkel eines Gewölbebogens, ſey die Dicke deſſelben, welche ſie wolle, eine gewiſſe Stelle gebe, die um einen beſtimmten Winkel über der durch das Mittelpunct C der Wölbungslinie des Bogens gehenden Horizontallinie liege und in welcher der Bogen am leichteſten brechen könne, die man alſo die ſchwächſte Bogenſtelle zu nennen habe. Wenn ein Gewölbbogen dick genug genommen iſt, ſo würken, wie wir in der Folge deutlich darſtellen werden, alle Zugkräfte, deren Richtungen die Linien αa, βb, γg ꝛc. (Fig. 3) ſind, einerſeits auf die Fläche in K′K″ für die Stabilität des Bogens, anderſeits aber ſind ſie auch insgeſammt beſtrebt, den Bogen um die Stelle K″ auf- und auswärts zu drehen und in dieſem Falle iſt eigentlich K″ des Bogens ſchwächſte Stelle. Iſt der Bogen nicht in dem Grade dick genommen, daß nicht alle die obgedachten Zugkräfte zuſammengenommen für die

*) Beobachtungen an desorganiſirten Gewölbbögen beweiſen nichts, denn ꝛc. — — —

Stabilität des Bogens in der Fläche in K'K'' würkſam werden können, ſondern daß eine gewiſſe Anzahl von den oberſten Kräften in αa, βb ꝛc. allein nur für Auswärtsumdrehung des Bogens um eine gewiſſe über der K'' hinauf liegende obere Fugenſtelle würkſam ſeyn muß, ſo liegt die ſchwächſte Bogenſtelle über der K'' und dieſe kann, wie ſich leicht beweiſen läßt, wegen der verſchiedenen Grade, in welchen man einen Bogen zu dünn, alſo ſeine Keile zu kurz nehmen kann, ſehr verſchiedene Lagen in der oberen Wölbungslinie des Bogens haben, ſie muß aber allemal eine Fugenſtelle in dieſer Linie ſeyn. Es giebt alſo in einem Gewölbeſchenkel nicht blos eine ſchwächſte Stelle deſſelben, die um einen beſtimmten Winkel über der vorgenannten Horizontallinie liegt und ſich nicht verändert, man mag die Gewölbedicke annehmen, wie man will, ſondern es giebt nach den verſchiedenen Gewölbdicken, die ſich denken laſſen, ſehr verſchiedene ſchwächſte Stellen in den Gewölbeſchenkeln.

§. 11.

Noch wollen wir auf ein Vorurtheil aufmerkſam machen, welches die Dicke des Schlußſteines betrifft.

1) Es ſey AA'B'B in Fig. 3 und 4 die eine Hälfte des Schlußſteines, das Gewicht derſelben heiße S, die untere Dicke AB derſelben ſey die Sehne, welche zu dem eben ſo genannten Bogen gehört und hier durch δ bezeichnet wird, die obere der δ parallele Dicke A'B' ſey Δ, die Keilhöhe AA' heiße b, der Winkel ACB ſey hier durch α und der Halbmeſſer CA durch R bezeichnet.

2) Hier verhält ſich nun

$$CA : AB = CA' : A'B', \text{ d. h.}$$
$$R : \delta = (R+b) : \Delta,$$
$$\text{woraus } \frac{\delta . (R+b)}{R} = \Delta \text{ folgt.}$$

Die Sehne AB oder δ aber iſt der doppelte Sinus des halben W. α für den Halbmeſſer R, man hat alſo

$$\delta = 2. R \text{ Sin. } \tfrac{1}{2} \alpha$$
$$\text{und folglich } \Delta = \frac{2 R. \text{ Sin. } \frac{1}{2} \alpha. (R+b)}{R}$$
$$= 2 (R+b) \text{ Sin } \tfrac{1}{2} \alpha.$$

3) Der hier trapezoidiſch angenommene Flächenraum ABB'A' der Stirnfläche des halben Schlußſteines iſt

$$\frac{(\delta+\Delta) b}{2} = \frac{[2 R \text{ Sin } \frac{1}{2} \alpha + 2 (R+b) \text{ Sin } \frac{1}{2} \alpha] b}{2}$$
$$= b \text{ Sin } \tfrac{1}{2} \alpha (2 R + b).$$

Wenn alſo die auf ABB'A' ſenkrechte Ausdehnung des halben Schlußſteins durch L und das Gewicht eines Cubikfußes der Steinmaſſe deſſelben durch g bezeichnet wird, ſo iſt des ganzen Schlußſteines Gewicht

$$S + S = 2\,S = 2\,b.\ \mathrm{Sin}\ \tfrac{1}{2}\alpha\,(2\,R + b)\ L\,g.$$

4) Wenn man nun den Normaldruck $\mathfrak{N}$, welchen dieſes in m lothrecht abwärts ziehende Gewicht 2 S gegen die Fugenfläche in BB' des folgenden Keiles BDD'B' ausübt, ſucht, indem man ſich das hierzu nöthige Parallelogramm moo'p (ſiehe zur Verdeutlichung Fig. 4) conſtruirt, ſo erhält man die Proportion

$$\mathrm{Sin}\ 2\alpha : 2\,S = \mathrm{Sin}\ (90^\circ - \alpha) : \mathfrak{N}$$

$$\text{woraus } \frac{2\,S.\ \mathrm{Cos}\ \alpha}{\mathrm{Sin}\ 2\alpha} = \mathfrak{N}, \text{ oder}$$

$$\text{auch } \mathfrak{N} = \frac{2\,S.\ \mathrm{Cos}\ \alpha}{2\,\mathrm{Sin}\ \alpha.\ \mathrm{Cos}\ \alpha} = \frac{S}{\mathrm{Sin}\ \alpha} \text{ folgt.}$$

Subſtituirt man hierein aus Nr. 3 den Werth von S, ſo hat man

$$\mathfrak{N} = \frac{b.\ \mathrm{Sin}\ \tfrac{1}{2}\alpha\ (2\,R + b)\ L\,g}{\mathrm{Sin}\ \alpha} = \frac{b.\ \mathrm{Sin}\ \tfrac{1}{2}\alpha\ (2\,R + b)\ L\,g}{2\,\mathrm{Sin}\ \tfrac{1}{2}\alpha.\ \mathrm{Cos}\ \tfrac{1}{2}\alpha}$$

$$= \tfrac{1}{2}\,b\ (2\,R + b)\ L\,g.\ \frac{1}{\mathrm{Cos}\ \tfrac{1}{2}\alpha} = \tfrac{1}{2}\,b\ (2\,R + b)\ L\,g\ \mathrm{Sec}\ \tfrac{1}{2}\alpha.$$

5) Nun iſt aber, wenn man in der Stelle A auf CA' ſenkrecht (Fig. 3) die Tangenten Aʒ und Az für den W. $\tfrac{1}{2}\alpha$ und α und ſo auch die Secanten Cʒ und Cz für dieſe W. zieht, die Linie Cz $= R.\ \mathrm{Sec}\ \alpha$ um eine höchſt unbedeutende Differenz größer, als die Linie Cʒ $= R.\ \mathrm{Sec}\ \tfrac{1}{2}\alpha$, woraus Folgendes offenbar iſt:

„Der normale oder ſenkrechte, alſo der größte Druck $\mathfrak{N}$, welchen ein Schlußſtein durch ſein Gewicht gegen die Fugenfläche in BB' des auf ihn folgenden Keiles oder Gewölbbogens ausüben kann, hängt ab von den Größen R, b, L, g „und von dem Winkel $\tfrac{1}{2}\alpha$, welcher der Hälfte des halben Schlußſteines entſpricht; „dieſer $\mathfrak{N}$ aber wächſt um eine höchſt unbedeutende Differenz, wenn man den „halben Schlußſtein doppelt ſo dick nimmt, ſo daß alſo der am Mittelpuncte C „der Hälfte des halben Schlußſteines zugehörende Winkel $= 2.\ \tfrac{1}{2}\alpha = \alpha$ wird.“

6) Beiſpiel (die Abmeſſungen werden hier nur in Rückſicht auf Leichtigkeit der Rechnung gewählt.) Der Halbmeſſer R eines Gewölbbogens habe 100' und der Bogen enthalte vom Widerlager an bis zum Scheitel 45 Grade, dann iſt deſſen Rectificationslänge $= \tfrac{45}{360} \cdot 6{,}283 \cdot 100' = \tfrac{1}{8} \cdot 628 = 78{,}5' = 785''$ Dec. Maaß. Dieſer Bogen faßt 60 Sehnen, von welchen jede $13\tfrac{1}{12}$ Linien lang iſt, denn $60 \times (13\tfrac{1}{12})$ Linien giebt $780'' + 5''$ oder $785''$. Dieſer Bogen ſey nun für 60 Keile vom Widerlager an bis zur lothrechten Scheitellinie in 60 gleiche Theile getheilt, ſo kommt, weil er 45° enthält, auf jeden Keilwinkel α am Mittelpuncte C der Werth $\tfrac{45}{60}$ Grade

$= \frac{3}{4}$ Gr. $= 45$ Min. Alſo iſt hier der W. $\frac{1}{2}\alpha$, welcher der Hälfte des halben Schlußſteines zugehört und zur Berechnung des N nach Nr. 4 erforderlich iſt $= \frac{45}{2}$ Min. $= 22{,}5$ Min. und $Sec\ \frac{1}{2}\alpha = Sec.\ 22{,}5$ Min.

$$= 1{,}0000214.$$

Dafür iſt alſo nach Nr. 4 $N = 1{,}000214 \cdot \frac{1}{2} b\ (2R + b)\ Lg.$

Für $b = 4$ Fußen, $L = 1{,}5$ Fußen, $g = 130$ ℔ und $R = 100$ Fußen iſt

$$\tfrac{1}{2} b\ (2R + b) \cdot Lg = 2\ (200 + 4) \cdot 1{,}5 \cdot 130$$
$$= 408 \cdot 195 = 79560 \text{ ℔},$$

alſo $N = 1{,}0000214 \times 79560 = 79561{,}629$ ℔.

Ließe man nun nicht, wie hier angenommen war, von dem Widerlager herauf erſt 59 Keile und dann für den 60ſten Keil am Scheitel den halben Schlußſtein folgen, zu deſſen Hälfte vorhin der W. $\frac{45'}{2} = 22{,}5$ Min. gehörte, ſondern man wollte nur 58 Keile und dann ſtatt des 59ſten und 60ſten einen doppelt ſo dicken halben Schlußſtein, als vorhin, abwenden, ſo würde hier zu dem halben Schlußſteine am Mittelpuncte ein Keilwinkel $\alpha^* = 2\alpha = 2 \cdot 45$. Min. gehören und zur Hälfte dieſes halben Schlußſteines gehörte alſo der W. $\frac{1}{2}\alpha^* = \frac{1}{2} \cdot 2\alpha = 45$ Min. für die Berechnung ſeiner Normalpreſſung N^*. Es iſt aber die $Sec.\ \frac{1}{2}\alpha^*$ oder $Sec.\ 45'$ $= 1{,}0000857$, wornach alſo hier, zufolge Nr. 4, ſeyn muß:

$$N^* = 1{,}0000857 \times \tfrac{1}{2} b\ (2R + b)\ Lg = 1{,}0000857 \times 79560 \text{ ℔}.$$
$$= 79566{,}818 \ldots \text{ ℔}.$$

Alſo iſt die Differenz

$$N^* - N = \left\{ \begin{array}{r} 79566{,}818 \ldots \\ -\ 78561{,}692 \end{array} \right\}$$
$$= 5{,}126 \text{ ℔},$$

mit welcher der in ſeiner Dicke verdoppelte Schlußſtein ſtärker ſenkrecht auf die Fugenfläche des ihm folgenden Keiles und Gewölbbogens preßt, als der halb ſo dicke Gewölbſtein ſenkrecht auf die Fugenfläche des ihm folgenden Steines drückt.

7) Aus Nr. 6 und 7 läßt ſich zureichend abnehmen, wie diejenigen Praktiker ſehr irrig judiciren, welche lehren, man habe bey der Beachtung des Gewichtes des Schlußſteines, durch deſſen Reactionen gegen die beiden an ihm anliegenden Bogenſchenkel dieſe gegen das Einwärtsſtürzen geſichert und veſtſtehend gehalten werden müßen, keineswegs auf die Höhe allein, ſondern auch auf die Dicke oder Breite deſſelben Rückſicht zu nehmen und es werde auch dadurch viel gewonnen, wenn man dieſe Breite möglichſt groß nehmen könne. Freilich muß der Schlußſtein auch einen gewiſſen Grad von Dicke haben, damit er nicht durch die gegen ihn preſſenden Bogenſchenkel zuſammengequetſcht werden könne, die Beſtimmung dieſer Dicke aber hängt lediglich von dem Grade der Veſtigkeit der Steinart, woraus der Schlußſtein beſteht, ab, und ſie iſt blos in Rückſicht auf dieſe ſo ſicher, als wir es zu thun im Stande ſind, zu berechnen; was aber der Vergrößerung der Schlußſteindicke über diejenige Gränze derſelben hinaus, welche ſchon, wegen der Veſtigkeit der Steinart angewendet werden muß, rückſichtlich des Zweckes anbelangt, daß ja dadurch der Schlußſtein ſchwerer

und alſo auch würkſamer gegen das Einwärtsſtürzen der beiden Gewölbſchenkel werde, ſo iſt, wie in Nr. 5 und 6 dargethan wurde, der Nutzen derſelben in dem Grade gering, daß die Rechnung auf dieſen in das Lächerliche fällt, zumal, da durch eine äußerſt kleine Vergrößerung der Höhe des Schlußſteines die Action deſſelben gegen die beiden Bogenſchenkel bey Weitem mehr erhöht werden kann, als durch eine ganze Verdoppelung der Schlußſteindicke. Der Normaldruck

$$\mathfrak{N} = \frac{S}{\text{Sin.}\,\alpha} \text{ (Nr. 4)},$$

welchen der halbe Schlußſtein durch ſein Gewicht S gegen den an ihm anliegenden Bogenſchenkel ausübt, hängt nämlich von dieſem Gewichte S und von dem Sinus des dem halben Schlußſteine am Mittelpuncte C zugehörenden Winkels α ab. Wenn nun bey einerley Höhe b des Schlußſteines deſſen untere Dicke δ vergrößert wird, ſo nimmt hierdurch freilich ſein Gewicht S zu, dagegen aber wächſt auch der W. α und mithin der $\text{Sin}\,\alpha$, welcher in dem Ausdrucke $\frac{S}{\text{Sin}\,\alpha}$ als Diviſor ſteht, und alſo der durch die Vergrößerung des Dividendus S bewürkten Vergrößerung des Werthes dieſes Ausdruckes $\frac{S}{\text{Sin}\,\alpha}$ wieder entgegen würkt, und zwar ſo, daß, wie bereits gezeigt worden iſt, die Vergrößerung des $\mathfrak{N}$ nur eine unbedeutende Differenz ſeyn kann (Nr. 5.)

§. 12.

Nachdem uns nun

1) von Eytelwein im Jahre 1808 in ſeinem in §. 4 genannten Werke zwar eine Statik der Gewölbe geliefert worden, darin aber eine der wichtigſten Aufgaben, die Berechnung der Gewölbedicken nämlich, gänzlich übergangen und durch Anwendung der höheren Mathematik gerade der wichtigſte Theil der Statik der Gewölbe für die meiſten Praktiker unbenutzbar gemacht worden iſt; nachdem uns dann auch

2) Gauthey bis zum Jahre 1813 das in §. 5 genannte Werk geliefert hat, in dieſem aber die Aufſchlüſſe über die wichtigſten Fragen, die ſich bey dem Baue der Brückenbögen erheben, am Ende doch nur darauf hinauslaufen, „daß man gut gebaute „Brücken zu beobachten und von dieſen die Abmeſſungen für neu zu erbauende Brückenbögen abzunehmen habe;“ nachdem wir zu dem auch noch

3) von Langsdorf im Jahre 1817 das in §. 6 genannte Werk deſſelben erhalten haben, worin aber die Möglichkeit einer ſicheren ſtatiſchen Theorie für die Beſtimmung der Abmeſſungen, die man den Gewölbebögen zu geben habe, bezweifelt und daher ebenfalls durchaus auf die Empirie gebaut wird; nachdem weiter

4) Röder im Jahre 1821 in ſeinem in §. 4 genannten Werke für die Beantwortung der wichtigſten Fragen im Baue der Brückengewölbe auch weiter nichts geliefert hat, als eine aus Gauthey's Werk herausgezogene Tabelle, welche die Abmeſſun-

gen beſtehender Brückenbögen enthält, und eine von Röder ganz mißverſtandene und daher auch falſch aufgeſtellte Formel; nachdem dann

5) Langsdorf im Jahre 1819 ſein ebenfalls in §. 6 genanntes Werk herausgegeben und dadurch gezeigt hat, daß er von ſeiner Meinung wieder abgegangen ſey, es ſey die Aufſtellung einer ſicheren Theorie für die Beſtimmung der Abmeſſungen, die man einem Gewölbebogen, damit er ſtabil genug ſey, zu geben habe, nicht möglich und man müße ſich daher lediglich an die Erfahrung halten, und nachdem endlich

6) wir im Jahre 1828 von dem vorhinigen 7ten Paragraphen an bis zum 10ten entwickelt haben, daß ſich Langsdorf in ſeinem letzteren Werke nicht nur in der Conſtruction ſeiner oberſten Grundgleichung geirrt, ſondern auch in dieſem Werke einen Weg der Unterſuchung für die Löſung der wichtigſten im Brückenbaue vorkommenden Aufgaben eingeſchlagen haben, auf welchem unmöglich ganz richtige Reſultate erhalten werden können;

Was iſt es nun, was wir zu dieſem Stande, worin ſich bis auf den heutigen Tag unſere Wiſſenſchaft über den Gewölbbogenbau befindet, ſagen ſollen? Sollen wir etwa nun gar daran verzweifeln, daß man jemals in dieſem Fache des Wiſſens auf das Reine kommen werde? Sind wir denn nicht ſchon wenigſtens in ſo fern weiter in dieſem Fache vorgerückt, daß wir wiſſen, welche Fehler bis jetzt begangen worden ſind und wie man die Sache beſſer anzugreifen habe, um endlich einmal zum Ziele zu gelangen? Was freilich die ſogenannten Praktiker betrifft, ſo meinen wohl die meiſten derſelben, daß hier alle weiteren Bemühungen nicht ſehr wichtig, daß ſie ſchon durch ihre Erfahrungstabellen oder die aus dieſen herausgezogenen Formeln ſicher genug geſtellt ſeyen; ſie fühlen gar nicht, entweder, weil ſie es nicht wollen, oder, weil ſie nicht können, wie mißlich ſie auf ihren vermeinten empiriſchen Stützen ſtehen, wovon wir nun im Folgenden Paragraphen noch beſonders handeln wollen.

§. 13.

Aus Allem, was wir bis hierher beigebracht haben, iſt zureichend offenbar, daß noch niemals eine veſte ſtatiſche Theorie für die Beſtimmung der Abmeſſungen, die man einem Brückenbogen, damit dieſer einen gewiſſen geforderten Grad von Stabilität erhalte, zu geben habe, vorhanden geweſen ſey, daß alſo alle jene hochgeprieſenen Meiſterwerke bey Weitem mehr für Producte des blinden, doch aber glücklichen Zufalls, als für Reſultate würklicher tiefer ſtatiſcher Einſichten in die innere Natur der Gewölbe zu halten ſeyen. Da aber dieſes ganz offenbar ſo iſt, da es, ſagen wir, nicht dem geringſten Zweifel unterliegt, daß eben jene Bauwerke, die wir uns zum Muſter nehmen, und von welchen wir die Abmeſſungen der Theile, die wir neuen und ſtabil zu erbauenden Brückengewölben zu geben haben, abnehmen ſollen, ſelbſt nach keinen allgemeingültigen Geſetzen errichtet worden ſeyen und nach dieſen mit abſoluter Nothwendigkeit das haben leiſten müßen, was ſie durch ihre Ausdauer bewieſen haben; gehen wir denn bey dieſem Stande der Sache würklich in ſolchem Grade, wie man wähnt, ſicher zu Werke, wenn wir nur blindlings annehmen, die Regeln, nach

welchen jene uns zu Muſtern vorſtehenden Werke erbaut ſind, ſeyen würklich allgemeine Geſetze geweſen, und wir dürfen uns alſo nach ihnen in allen und jeden uns vorkommenden Fällen richten? Geſetzt aber auch, daß dieſes geſchehen könnte, ſollen wir uns denn damit begnügen? Ein Architect, der eine Wand in einer gewiſſen Dicke blos deswegen aufführt, weil er dieſe in einem ähnlichen Gebäude eben ſo dick gefunden hat, ſchämt ſich, wenn man ihm nachweiſt, daß er als bloſer Nachahmer ohne wiſſenſchaftliche Gründe und Einſichten zu Werke gehe; ſollen ſich denn aber Brückenbaumeiſter, die nach bloſen Tabellen oder empiriſchen Formeln bauen, nicht auch ſchämen, wenn man ihnen endlich einmal nachweiſt, daß ſie als bloſe Nachbeter deſſen, was ihnen das blinde Glück als Muſter der Haltbarkeit geliefert hat, glänzen zu wollen ſich bemüht haben, ſich aber übrigens um das wiſſenſchaftliche Weiterkommen gar nichts bekümmerten, ja vielleicht gar über alles Streben darnach ſpotteten?

§. 14.

Aus dem bisher Beigebrachten läßt ſich abnehmen, daß unſer Unternehmen, das innere ſtatiſche Weſen der Gewölbebögen durch das hier vorliegende Werk genauer zur Erkenntniß zu bringen, als es bis jetzt gelungen war, und zwar, was eine Hauptſache iſt, ohne Anwendungen der höheren Mathematik, kein überflüſſiges, aber auch kein leichtes Unternehmen geweſen, und daß es uns bey den vielfachen Abänderungen, die wir in der Ausarbeitung dieſes Werkes wegen der Schwierigkeiten der Auflöſung der uns geſetzten Aufgaben unſeren Manuſcripten geben mußten, gewiß nicht übel zu nehmen ſey, wenn ſich in dieſem Werke einige für den Anfänger wenigſtens nicht ſchädliche Wiederholungen finden, deren Beſeitigung noch beſondere verdrießliche Umformungen der Manuſcripte nothwendig gemacht haben würde.

Zweites Hauptſtück.

Allgemeinſte Erwägungen der Preſſungen, die zwiſchen den Keilen eines Gewölbebogens Statt haben müßen.

§. 15.

Wir haben in dem vorigen Hauvtſtücke darauf aufmerkſam gemacht, daß es unmöglich zu einer gehörig begründeten Erkenntniß des inneren ſtatiſchen Weſens eines Gewölbebogens kommen könne, wenn man nicht die in ihm Statt habenden Preſſungen in der Ordnung, wie ſie von dem Gewölbeſcheitel an gegen das Widerlager hin von Keil zu Keil vorhanden ſeyn müßen, in Betrachtung nehme und deren ſtatiſch nothwendige Folgen in Erwägung ziehe. Das ſoll nun hier, und zwar zuvörderſt in höchſter Allgemeinheit, d. h. auf die Weiſe geſchehen, daß in den Unterſuchungen auf die Form der Wöibungstiuien und auf ganz beſtimmte Lagen der Fugenlinien der Keile noch keine beſondere Rückſicht genommen wird.

§. 16.

Die Fundamentalaufgabe in der Gewölblehre.

„Es ſey (Fig. 5) AA′F′F.... ein gegen ein Widerlager, z. B. FF′ geſtüßter „halber Gewölbbogen, der ſich in der lothrechten Ebene in AA′ gegen einen eben „ſo conſtruirten halben Gewölbbogen anlehnt. Die Keile A′B, B′D, D′E ꝛc. dieſes „Bogens ſeyen ſo genommen, daß die Richtungslinien ihrer auf der Ebene A′AF′F „ſenkrechten Fugenebenen in verſchiedenen unter einander liegenden Stellen C′, C″, „C‴ ꝛc. der lothrechten Mittellinie A′V des Gewölbbogens eintreffen und mit der A′V „die Winkel B′C′A′ = α′, D′C″A′ = α″, E′C″A′ = α‴ ꝛc. bilden. Die in den

„Schwerpuncten g′, g″, g‴ ꝛc. der Keile vereinigt vorſtellbaren Keilgewichte, welche „die Keile in lothrechten Linien g′S′, g″S″, g‴S‴ . . . abwärts ziehen, ſeyen durch „S′, S″, S‴ ꝛc. bezeichnet und ſo gedacht, daß ſie entweder gleich groß ſeyen, oder „daß jeder folgende etwas größer, als der vorhergehende ſey. — Man ſoll die Preſ„ſungen dieſer Keile gegen einander beſtimmen.“

Aufloͤſung. 1) Preſſungen des erſten Keiles AB′.

Das im Schwerpuncte g′ dieſes Keiles vereinigt gedachte Gewicht S′ deſſelben zieht dieſen in der lothrechten Linie g′s′S′ abwärts. Dadurch übt der AB′ gegen jede der beiden Fugenebenen in AA′ und BB′, zwiſchen welchen er eingezwängt liegt, eine Preſſung aus, deren Richtung auf der AA′ und auf der BB′ ſenkrecht und die alſo das Maximum von dem iſt, was das Gewicht S′ gegen jede dieſer Ebenen auszuüben vermag. Zur Beſtimmung dieſer beiden Preſſungen denke man ſich in irgend einer Stelle der Schwerpunctsebene AB′ dieſes Keiles und der Schwerpunctslinie g′S′, z. E. in g′ ſelbſt, zwey Perpendikel g′H und g′K auf die Fugenflächen in AA′ und BB′ gezogen; da hat man den Winkel Kg′H, unter welchem die normalen Seitenpreſſungen, welche S′ gegen die Fugenebenen ausübt, gegen einander geneigt ſind. Nun nehme man in der Schwerpunctslinie g′S′, in welcher der Keil von S′ lothrecht abwärts gezogen wird, von der Stelle an, von welcher aus man die Richtungslinien der Seitenpreſſungen gezogen hat, alſo hier von g′ an, für S′ eine Verhältnißlinie g′a an und conſtruire für dieſe und den Winkel Kg′H das Parallelogramm g′abc der Kräfte. (Es iſt hier g′a klein genommen, damit die Zeichnung des Parallelogrammes innerhalb der Fläche ABB′A′ bleibe, welches die Deutlichkeit erfordert; übrigens bleiben offenbar die Verhältniſſe dieſelben, man mag g′a nehmen, wie groß man will.) Durch dieſes Parallelogramm g′abc iſt nun die Größe der normalen Seitenpreſſungen, welche das Gewicht S′ in den Fugen in AA′ und BB′ ausübt, beſtimmt, denn, wenn die Normalpreſſung, die in der Richtung der g′H gegen die AA′ erfolgt, durch C′, die aber, die in der Richtung der g′K gegen die BB′ erfolgt, durch N′ bezeichnet wird, ſo muß ſich hier in dem Parallelogramme g′abc verhalten:

$$C' : N' = g'c : g'b.$$

Man berechne alſo g′c und g′b aus dem Parallelogramme g′abc. Weil der Fugenwinkel A′C′B′ = α′ gegeben ſeyn ſoll, die lothrechte g′s′ aber der lothrechten A′V prallel iſt, ſo ſind bey s die kleineren Vertikalwinkel = α′ und es iſt alſo in dem bey K rechtwinklichten Δecke s′Kg′ der Winkel Kg′s′ oder bg′a = 90° — α′. Mithin iſt die der W. g′ba = α′, weil die ba parallel g′H, die g′H aber auf der g′aS′ ſenkrecht iſt.

Alſo iſt in dem bey a rechtwinklichten Dreiecke bag′

$$\text{die } ba = g'a \,.\, \text{Tang. } bga = S'.\ \text{Tang. } (90° - \alpha') = S' \text{ Cot. } \alpha'$$

und man hat alſo, weil g′c = ba iſt,

$$g'c \text{ oder } C' = S'.\ \text{Cot.}\,\alpha' = S'.\frac{\text{Cos. }\alpha'}{\text{Sin. }\alpha'}.$$

Ferner iſt aber auch die

g'b oder $N' = g'a. \text{Sec.}\ bg'a = S'. \text{Sec.}\ (90^\circ - \alpha') = S'. \text{Cosec.}\ \alpha' = \frac{1}{\text{Sin.}\alpha'}$.

2) Preſſungen des zweiten Keiles BD'.

Das im Schwerpuncte g'' vereinigt gedachte Gewicht S'' dieſes Keiles zieht dieſen in der lothrechten Linie g''s''S''. Dadurch übt der BD' gegen jede der beiden Fugen in BB' und DD' einen Normaldruck aus. Zur Beſtimmung dieſer beiden Preſſungen wird hier zuvörderſt, um weitläuftigen Auseinanderſetzungen zu entgehen, angenommen, es ſeyen alle Keile nach den auf ihren Flächen AB', B'D ꝛc. ſenkrechten Richtungen gleichſtark und es liegen alſo alle ihre Schwerpuncte g', g'', g''' ꝛc. in derſelben lothrechten Schwerpunctsebene AA'FF'. In dieſer Ebene liege alſo das Schwerpunct g'' des Keiles BD' und die Schwerpunctslinie g''s''S''. In dieſer Linie wird der Keil BD' von ſeinem Gewichte S'' gezogen und man kann ſich, nach ſtatiſchen Grundſätzen, dieſes S'' in jedem beliebigen Puncte der Schwerpunctslinie g''s''S'' würkſam denken, alſo auch in dem Puncte d, in welchem die auf der Fuge BB' ſenkrechte Linie g'K, wenn man ſie verläugnet, die g''s''S'' trifft. Dieſes Punct d wollen wir hier annehmen, als das Angriffspunct, in welchem die Maſſe des Keiles BD' von der Kraft S'' lothrecht abwärts gezogen wird. Die den Keil BD' in d angreifende Kraft S'' zerlegt ſich in zwey Seitenkräfte, die in den auf BB' und DD' ſenkrechten Richtungen dK und dL gegen die Keilfugenebenen würken. Zur Beſtimmung derſelben ſey auf der g''s''S'' die de als Verhältnißlinie für die zu zerlegende S'' angenommen und es ſey für dieſe und den Winkel LdK, welchen die beiden Perpendikel dK und dL in d bilden, das Parallelogramm defh conſtruirt. Hier aber iſt, weil der Winkel $A'C''L = \alpha''$ gegeben ſeyn ſoll, und weil, wegen der g''s''S'' parallel A'V, die kleineren Vertikalwinkel bey $s'' = \alpha''$ ſeyn müßen, in dem bey L rechtwinklichten Dreiecke s''Ld der W. Lde oder $fde = 90^\circ - \alpha''$. Was ferner den Winkel edh oder edK betrifft, ſo beſteht dieſer, wenn man von d aus auf die A'A ein Perperdikel dq zieht, aus $edq + qdK = 90^\circ + qdK$ oder $= 90 + pdK$; der W. pdK aber iſt, wegen $\Delta\,pKd \backsim \Delta\,pqC', = \alpha'$, weswegen edK oder oder $fed = 90 + \alpha'$ ſeyn muß. Demnach iſt $fdh = fde + edK = 90^\circ - \alpha'' + 90^\circ + \alpha' = 180^\circ - (\alpha'' - \alpha') = feh$ und mithin W. $f + h$ oder $2f = 360 - 2[180 - (\alpha'' - \alpha')] = 2(\alpha'' - \alpha')$, woraus $f = \alpha'' - \alpha'$ folgt. Da alſo alle Winkel in dem Parallelogramme defh bekannt ſind, ſo kann man die beiden Seitenkräfte $dh = C''$ und $df = N''$ aus $de = S''$ berechnen. Es verhält ſich hier

$$\text{Sin. } f : de = \text{Sin. } fde : fe\ (= dh), \text{ d. h.,}$$

$$\text{Sin. } (\alpha'' - \alpha') : S'' = \text{Sin. } (90^\circ - \alpha'') : C'',$$

woraus $$C'' = \frac{S''.\ \text{Cos.}\ \alpha''}{\text{Sin.}\ (\alpha' - \alpha')}$$ folgt;

und ferner verhält ſich auch

$$\text{Sin. } f : de = \text{Sin. } fed : df, \text{ d. h.,}$$

$$\text{Sin. }(\alpha''-\alpha') : S'' = \text{Sin. }(90^\circ+\alpha') : N'',$$

woraus $N'' = \frac{S.\ \text{Sin.}(90^\circ+\alpha')}{\text{Sin}(\alpha''-\alpha')} = \frac{S''.\ \text{Sin}(90^\circ-\alpha')}{\text{Sin}(\alpha''-\alpha')} = \frac{S''.\ \text{Cos}\ \alpha'}{\text{Sin}(\alpha''-\alpha'}$ folgt.

3) Preſſungen des dritten Keiles DE'.

Das im Schwerpuncte g''' vereinigt gedachte Gewicht S''' dieſes Keiles ziehet dieſen in der lothrechten Linie $g'''s'''S'''$ abwärts. Dadurch übt dieſer Keil gegen jede der beiden Fugenebenen in DD' und EE', zwiſchen welchen er eingezwängt liegt, einen Normaldruck aus. Zur Beſtimmung dieſer beiden Preſſungen denke man ſich unter den beliebig vielen Puncten der Schwerpunctslinie $g'''s'''S'''$, worin man ſich die Maſſe des Keiles DE' von der Kraft S''' angegriffen und gezogen vorſtellen kann, das Punct k, in welchem die $g'''s'''S'''$ von der Verlängerung Lk des auf DD' ſtehenden Perpendikels dL getroffen wird. Von dieſem Puncte k aus nehme man auf der $g'''s'''S'''$ eine Verhältnißlinie $km = S'''$ an, ziehe auf die EE' das Perpendikel kM und dann für km und den W. MkL das Parallelogramm kmnl der Kräfte. Weil der W. $A'C'''M$ oder α''' gegeben ſeyn ſoll und die $g'''s'''S'''$ der A'V parallel läuft, alſo auch die kleineren Vertikalwinkel bey $s''' = \alpha'''$ ſeyn müßen, ſo iſt in dem bey M rechtwinklichten Dreiecke $s'''Mk$ der W. Mkm oder $nkm = 90^\circ - \alpha'''$.

Ferner iſt, wenn man aus k ein Perpendikel kt auf die lothrechte Linie A'V zieht, der W. $mkl = 90^\circ + tkl$ oder $90^\circ + rkl$ und der W. rkl iſt, weil das $\Delta\, rLk \backsim \Delta\, rtC''$ ſeyn muß, $= rC''t = \alpha''$, wornach man alſo $mkl = 90^\circ + \alpha'' = nmk$ hat. Folglich iſt der W. $nkl = nkm + mkl = 90 - \alpha''' + 90 + \alpha'' = 180 - (\alpha'''-\alpha'') = nml$ und da $n+l$ oder $2\,n\,l = 360 - 2\,[180 - (\alpha'''-\alpha'')] = 2\,(\alpha''' - \alpha'')$ ſeyn muß, ſo hat man $n = \alpha''' - \alpha''$. Nun verhält ſich

$$\text{Sin. } n : mk = \text{Sin. } nkm : nm\ (= kl),$$

d. h., wenn kl durch C''' bezeichnet wird,

$$\text{Sin. }(\alpha''' - \alpha'') : S''' = \text{Sin. }(90^\circ - \alpha''') : C''',$$

woraus $C''' = \frac{S'''.\ \text{Cos. } \alpha'''}{\text{Sin. }(\alpha'''-\alpha'')}$ folgt;

ferner verhält ſich auch

$$\text{Sin. } n : mk = \text{Sin. } nmk : nk,$$

d. h., wenn nk durch N''' bezeichnet wird,

$$\text{Sin. }(\alpha''' - \alpha'') : S''' = \text{Sin. }(90^\circ + \alpha'') : N'''$$

woraus $N''' = \frac{S'''.\ \text{Sin. }(90^\circ + \alpha'')}{\text{Sin. }(\alpha''' - \alpha'')} = \frac{S'''.\ \text{Sin }(90^\circ - \alpha'')}{\text{Sin. }(\alpha''' - \alpha''}$

$= \frac{S'''.\ \text{Cos. } \alpha''}{\text{Sin. }(\alpha''' - \alpha)''}$ folgt.

4) Inductionsſchluß für die Preſſungen der folgenden Keile.

Wenn man die in Nr. 1, 2, 3 erhaltenen Normalpreſſungen C', N' und C'', N'' und C''', N''' zuſammen ſtellt, ſo hat man Folgendes:

$$\text{Der Keil 1 preßt} \left\{ \begin{array}{l} \text{abwärts mit } N' = \dfrac{S'}{\text{Sin.}\,\alpha'}, \\[2ex] \text{aufwärts mit } C' = \dfrac{S' \cdot \text{Cos.}\,\alpha'}{\text{Sin.}\,\alpha'}; \end{array} \right.$$

$$\text{der Keil 2 preßt} \left\{ \begin{array}{l} \text{abwärts mit } N'' = \dfrac{S''.\ \text{Cos.}\,\alpha'}{\text{Sin.}\,(\alpha''-\alpha')}, \\[2ex] \text{aufwärts mit } C'' = \dfrac{S''.\ \text{Cos.}\,\alpha''}{\text{Sin.}\,(\alpha''-\alpha')}; \end{array} \right.$$

$$\text{der Keil 3 preßt} \left\{ \begin{array}{l} \text{abwärts mit } N''' = \dfrac{S'''.\ \text{Cos.}\,\alpha''}{\text{Sin.}\,(\alpha'''-\alpha'')}, \\[2ex] \text{aufwärts mit } C''' = \dfrac{S'''.\ \text{Cos.}\,\alpha'''}{\text{Sin.}\,(\alpha'''-\alpha'')}. \end{array} \right.$$

Daraus folgt durch Induction, deren Gültigkeit durch Fortſetzung der vorhinigen Unterſuchungen offenbar wird, weiter auch noch Folgendes:

$$\text{der Keil 4 preßt} \left\{ \begin{array}{l} \text{abwärts mit } N'''' = \dfrac{S''''.\ \text{Cos.}\,\alpha'''}{\text{Sin.}\,(\alpha''''-\alpha''')}, \\[2ex] \text{aufwärts mit } C'''' = \dfrac{S''''.\ \text{Cos.}\,\alpha''''}{\text{Sin.}\,(\alpha''''-\alpha''')}; \end{array} \right.$$

$$\text{der Keil 5 preßt} \left\{ \begin{array}{l} \text{abwärts mit } N^5 = \dfrac{S^5.\ \text{Cos.}\,\alpha''''}{\text{Sin}\,(\alpha^5-\alpha'''')}, \\[2ex] \text{aufwärts mit } C^5 = \dfrac{S^5.\ \text{Cos.}\,\alpha^5}{\text{Sin.}\,(\alpha^5-\alpha'''')}; \end{array} \right.$$

u. ſ. f.

§. 17.

Allgemeinſte Betrachtungen über die Verhältniſſe der ſich entgegengeſetzten Preſſungen, die jede zwey in einer Fuge an einander liegenden Keile ausüben.

Wenn man von der Scheitellinie AA' an abwärts die Gegenpreſſungen jeder zweier an einander liegender Keile, nämlich

bey 1 und 2 die N' abwärts und C'' aufwärts,
— 2 — 3 — N'' —— — C''' ——,
— 3 — 4 — N''' —— — C'''' ——,
u. ſ. f.

in Betrachtung nimmt, ſo erkennt man ohne Weiteres, daß zwiſchen dieſen Gegenpreſſungen nach der Verſchiedenheit der Keilgewichte S', S'', S'''.... und der Fugenwinkel α', α'', α'''...., von welchen dieſe Preſſungen abhängen, ſehr verſchiedene Verhältniſſe Statt finden können.

Dieſe Gewichte und Winkel können ſo genommen ſeyn, daß jeder obere und ſteiler liegende Keil gegen den zunächſt unter ihm und ſeichter liegenden ſtärker normal abwärts preßt, als der letztere gegen den erſtern normal aufwärts reagirt; es kann aber auch das Gegentheil hiervon Statt finden, und zwar ſo, daß jeder untere Keil eben ſo ſtark oder gar noch ſtärker normal aufwärts preßt, als er von den auf ihm liegenden normal abwärts gepreßt wird. Man ſieht leicht ein, daß, wenn das eben erwähnte Gegentheil Statt finden ſoll, jeder untere Keil, weil er viel ſeichter liegt, als der an ihm anliegende obere, in gewiſſem Maaße größer und ſchwerer, als der eben genannte obere, genommen ſeyn müße, damit durch deſſen größeres Gewicht die Reaction deſſelben nach oben hin, die wegen ſeines ſeichteren Liegens weniger ſtark iſt, als wenn er ſteiler läge, in gehörigem Maaße vergrößert werde. Dabey iſt wohl nicht zu bemerken überflüſſig, daß bis auf ein gewiſſes Bogenſtück über die Horizontallinie hinauf, worin die Keile wegen der Reibung ruhig auf einander liegen bleiben und die ſogenannten ruhigen Schichten bilden, die normal aufwärts gehenden Actionen der Unterkeile gegen die oberen $= 0$ zu ſetzen ſeyen.

§. 18.

Folge aus dem Vorigen, für die Anordnung der weiteren Unterſuchungen.

Weil die Keilgewichte S', S'', S'''.... und die Winkel α', α'', α'''.... ſo genommen ſeyn können, daß zwiſchen den ſich entgegengeſetzten Normalpreſſungen, die jede zwey an einander liegende Keile ab- und aufwärts gegen einander ausüben, kein Gleichgewicht, aber auch ſo, daß Gleichgewicht zwiſchen ihnen Statt hat,

ſo folgt, daß man die hernach weiter folgenden beſonderen Lehren von den in den Gewölbbögen Statt habenden Preſſungen in verſchiedenen Abtheilungen aufzuſtellen habe.

§. 19.

Bemerkungen über den Rang dieſer Abtheilungen.

Wenn man fragt, ob die Unterſuchungen über ſolche Gewölbbögen, bey welchen die Keilgewichte S′, S″, S‴.... und die Winkel α', α'', α'''..... nicht für das Gleichgewicht der Preſſungen jeder zwey an einander liegender Keile genommen ſind, den Vorrang vor jenen, in welchen auf die Bedingungen des Gleichgewichts dieſer Preſſungen unter einander Rückſicht genommen wird, verdienen, ſo iſt man anfänglich ſehr geneigt, dieſe Frage durch Nein zu beantworten, weil man meint, ein Gewölbbogen, welcher ſo conſtruirt iſt, daß jeder Keil eben ſo ſtark normal aufwärts preßt, als er von dem auf ihm liegenden normal abwärts gepreßt wird, ſey wegen dieſes Gleichgewichtes der Keile unter einander allerdings vollkommener conſtruirt, als wenn bey ſeiner Conſtruction nicht für dieſes Gleichgewicht geſorgt worden ſey. Dieſe Meinung iſt für ſolche Gewölbbögen, denen keine Uebermauerung und weitere Belaſtung aufgelegt wird, und die man nackte nennt, freilich richtig, für ſolche Gewölbbögen aber, welche durch Uebermauerungen und andere Laſten beſchwert werden, iſt ſie unrichtig; denn wenn auch ein Gewölbbogen ſo conſtruirt worden iſt, daß jeder Keil dem andern das Gleichgewicht in der Action auf- und abwärts halten muß, und man legt ihm hernach eine Steinmaſſe und noch andere Laſten auf, ſo wird ja dann jeder Keil von einem Theile dieſer Belaſtung gedrückt, es preßt alſo nun auch jeder Keil ganz anders, als vorhin, gegen ſeine Nebenkeile ab- und aufwärts und das ganze vorher in der Conſtruction beſorgte Gleichgewicht zwiſchen den Keilen iſt aufgehoben, mithin ein ganz unnützes Unternehmen geweſen. Da nun gerade diejenigen Gewölbbögen, die keine bloſe nackten ſind, ſondern denen große Laſten zum Tragen aufgelegt werden ſollen, die folgenden Unterſuchungen vornehmlich nothwendig machen, ſo hat man in dieſen zuvörderſt diejenigen in Betrachtung zu nehmen, bey deren Conſtruction gar nicht auf das Gleichgewicht der Keile unter einander, ſondern auf ganz andere Dinge Rückſicht genommen wird, und hätte dann erſt, wenn dieſe Unterſuchung vollendet iſt, jene Lehre von der Conſtruction der Gewölbbögen, in welchen die Keile im Gleichgewichte unter einander ſtehen, folgen zu laſſen, falls man etwa dieſes für nöthig halten möchte. Das ſind die Gründe, warum wir den Gang, welchen Eytelwein in ſeiner Statik der Gewölbe gewählt hat, gerade umkehren (vergl. §. 4.)

Drittes Hauptſtück.

Von den

kreisbogenförmigen mit gleich=großen und ſchweren Keilen verſehenen Gewölbbögen,

worin die Fugenſchnitte in den Richtungen der Halbmeſſer der Wölbungslinie laufen.

Erſter Abſchnitt.

Von dem Halbmeſſer, dem Centriwinkel, der Länge des Bogens und den Keildicken.

§. 20.

Die hier zu betrachtenden Gewölbe haben entweder ganze Halbkreiſe oder nur Kreisabſchnitte zu ihren inneren Wölbungelinien. —

Der Halbkreis iſt eine durchaus einförmige krumme Linie und die nach ihnen conſtruirten Gewölbbögen erregen daher bey Kennern keine beſondere Achtung der Geſchicklichkeit der Baumeiſter derſelben. Ferner geſtattet der Halbkreis keine weiten Gewölbbögen, weil ein nach ihm erbauter Bogen gerade halb ſo hoch, als er weit iſt, werden muß, man aber faſt ſtets rückſichtlich der Höhen der Gewölbbögen auf gewiſſe Gränzen beſchränkt iſt. Bey dem Brückenbaue erfordern ſeichte Ufer auch niedrige Bögen und man muß alſo da, wenn man die Bögen halbkreisförmig anlegen will, nur enge Bögen nehmen, muß mithin, wenn mehrere Brückenbögen neben einander über den Strom hinweg angelegt werden müßen, die Zahl derſelben, wegen der geringen Weite, die man anwenden kann, und ſomit auch die Zahl der Brückenpfeiler vervielfältigen, welches nicht nur nachtheilige Verengungen des Strombettes

und damit verbundene gefährliche Waſſeraufſtauungen, ſondern auch eine bedeutende Vermehrung der Baukoſten zur Folge hat. —

Der Kreisabſchnitt iſt zwar ebenfalls eine völlig einförmige Linie, ſie iſt aber dennoch dem Halbkreiſe bey dem Brückenbögenbaue weit vorzuziehen. Ein nach einem Kreisabſchnitte gebauter Brückenbogen kann zum Tragen außerordentlich großer Laſten eingerichtet werden und erregt, wenn er ſo eingerichtet iſt, bey der anſcheinenden Gefahr des Einſturzes Bewunderung und Achtung der Kühnheit und Geſchicklichkeit ſeines Erbauers. Ferner können die nach Kreisabſchnitten conſtruirten Brückenbögen auch bey niedrigen Ufern beträchtlich weit im Verhältniſſe zu ihrer Höhe genommen werden und es wird daher bey ihnen, wenn mehrere Bögen erforderlich ſind, wegen der Verringerung der Pfeilerzahl nicht nur das Strombett weniger verſperrt, ſondern auch beträchtlich viel an Baukoſten erſpart. Deswegen ſind die Kreisabſchnitte auch noch in den neueſten Zeiten bey Brückengewölbbögen angewendet worden. (Siehe die Tabelle in Röders Brückenbaukunde a. a. O.)

§. 21.

Bey Brückenbögen, die nach einem Halbkreiſe oder einem Kreisabſchnitte conſtruirt werden ſollen, iſt zunächſt erforderlich,

„daß man für die vorgegebene halbe Bogenweite K'B oder W und innere
„Wölbungshöhe BA oder H (Fig. 6) den dazu gehörenden Halbmeſſer CA
„oder R der inneren Wölbungslinie K'A,
„ferner die Gradzahl w des Bogens K'A
„und endlich die Rectificationslänge von K'A zu beſtimmen wiſſe.

Die Auflöſungen dieſer Aufgaben ſind folgende:

1) Der Halbmeſſer CA oder R wird ſo gefunden:

A) Durch Zeichnung.

Man trage die vorgegebene halbe Bogenweite KB oder W auf, errichte in B ein Perpendikel und trage auf dieſes die vorgegebene innere Gewölbbogenhöhe BA = H. Nun ziehe man die Hypotenuſe K'A, theile ſie in zwey gleiche Theile K'μ = μA und ziehe auf ihr durch μ rückwärts ein Perpendikel μC, welches die rückwärts verlängerte Höhenlinie BA in einer Stelle C durchſchneidet. Nach den Lehren der Geometrie iſt dieſes Punct C das Mittelpunct und CA iſt der Halbmeſſer R für die innere Wölbungslinie K'A des Gewölbbogens, welcher die vorgeſchriebene halbe Weite K'B = W und Höhe BA = H haben ſoll.

B) Durch Rechnung.

Man denke ſich mit CA den ganzen Kreis um C gezogen und CA rückwärts verlängert, ſo daß man den Diameter 2. CA = 2R erhält. Auf dieſem iſt nun die Höhenlinie BA oder H eine Abſciſſe und die halbe Bogenweite BK' oder W iſt eine rechtwinklichte Ordinate und es muß ſich alſo nach der Geometrie verhalten:

$$BA : BK' = BK' : (2 . CA - BA)$$

d. h. $\mathfrak{H} : \mathfrak{W} = \mathfrak{W} : (2R - \mathfrak{H})$,

woraus $(2R - \mathfrak{H})\mathfrak{H} = \mathfrak{W}^2$, oder

$$2R\mathfrak{H} - \mathfrak{H}^2 = \mathfrak{W}^2,$$

alſo $R = \frac{\mathfrak{W}^2 + \mathfrak{H}^2.}{2\mathfrak{H}}$ folgt.

Exempel:

Für $\mathfrak{W} = 60$ und $\mathfrak{H} = 30$ Fußen iſt

$$R = \frac{60^2 + 30^2}{2 . 30} = \frac{3600 + 900}{60} = \frac{450}{6} = 75'.$$

2) Die Gradzahl w des Bogens K'A oder Winkels K'CA, den wir den Bogenwinkel nennen, wird ſo gefunden:

Es iſt hier K'B oder $\mathfrak{W} = R . \text{Sin. } w$,

woraus $\frac{\mathfrak{W}}{R} = \text{Sin. } w$ folgt.

Exempel: Für $\mathfrak{W} = 60'$ und $\mathfrak{H} = 30'$ rhein. war $R = 75'$ gefunden worden, alſo muß dafür

$$\text{Sin. } w = \frac{60}{75} = 0{,}8000000.$$

Dazu gehört ein Winkel $w = 53°, 8' = 3188'$, der hier um eine Differenz, die noch keine halbe Minute beträgt, zu groß angenommen iſt, welcher Fehler ſich bey der Eintheilung des w in Keilwinkel ſo vertheilt, daß er für o zu achten iſt.

3) Die Rectificationslänge λ des Bogens K'A ergiebt ſich, nachdem man R und w gefunden hat, ſo:

Es verhalten ſich

$$360° : w° = 6{,}28 R : \lambda,$$

woraus $\lambda = \frac{6{,}28 . R . w}{360} = \frac{3{,}14 . R . w}{180}$ Fußen folgt.

Exempel: Für $R = 75$ Fußen und $w = 3188$ Minuten erhält man hier

$$\lambda = \frac{3{,}14 . 75 . 3188}{60 . 180} = \frac{3{,}14 . 5 . 1594}{4 . 90} = \frac{25025{,}8}{360} = 69 \text{ Fußen } 5'', 1'''.$$

§. 21 b.

Ferner iſt zunächſt zu den folgenden Berechnungen erforderlich,

„daß man die *untere* und *obere* Breite der Gewölbkeile zu beſtimmen wiſſe",

wovon nun hier gehandelt werden ſoll.

1) Wenn man aus den Datis W und H (§. 21 a) den Halbmeſſer R′ berechnet hat uud man giebt nun noch die *untere Keilbreite* Aa′ oder δ (Fig. 6) und die *Gewölbdicke* oder *Keilhöhe* AA′ = b dazu, ſo läßt ſich daraus die *obere* der Aa′ oder δ *parallel* gezogene Keilbreite A′B oder Δ berechnen, denn es verhält ſich

$$CA : (CA + AA') = Aa' : A'B,$$

$$\text{d. h. } R : (R + b) = \delta : \Delta, \text{ woraus}$$

$$\text{alſo } \Delta = \frac{(R + b)\,\delta}{R} \quad \text{oder} \quad = \delta + \frac{b}{R}\,\delta \text{ folgt.}$$

Es iſt demnach die *obere* Keilbreite Δ um eine Differenz $\frac{b}{R} \cdot \delta$ von der *unteren* Breite δ verſchieden, und dieſe Differenz iſt bey einerley b und R *deſto größer*, *je größer* δ genommen iſt.

2) Je größer $\frac{b}{R}\,\delta$ iſt, deſto mehr werden die Gewölbſteine *keilförmig*, deſto weniger ſorgſam braucht man alſo bey der Bearbeitung derſelben zu ſeyn und deſto beſſer müßen ſie veſt neben einander ſtehen können. Da man nun den von den Datis W und H abhängigen Halbmeſſer R nicht zur Vergrößerung der Differenz $\frac{b}{R} \cdot \delta$, verkleinern kann, da man ferner der Keilhöhe oder Gewölbdicke b nicht nach Belieben anzunehmen hat, ſondern, wie gelehrt werden wird, *berechnen* und dabey δ ſchon als gegeben vorausſetzen muß, ſo hängt die möglichſte Vergrößerung der Differenz $\frac{b}{R} \cdot \delta$ blos davon ab, daß man δ ſo groß nehme, als es nur immerhin die Umſtände geſtatten mögen.

3) Man nehme hier die Tafeln S. 217 und 218 in *Langsdorfs* Straßen- und Brückenbau (1817) zur Hand. Je größer W und *kleiner* H iſt, deſto mehr muß man natürlicher Weiſe dafür beſorgt ſeyn, daß man δ nicht zu klein nehme. — Die unterſte erfahrungsmäßige Gränze für δ iſt bey einem *halbkreisförmigen* Bogen, worin H = W iſt, = 13 rhein. Zollen und für flache und gedrückte Bögen hat man δ = 16, 18, 21, 24 ꝛc. Zolle groß genommen. Es hängt δ aber eigentlich nicht blos von W und H, ſondern auch noch von der *Härte* der Steinart ab, woraus man die Gewölbkeile nehmen kann.

4) Röder ſagt im erſten Theile ſeiner Brückenbaukunde S. 204 Folgendes: „Am ſchicklichſten beſtimmen wir die δ nach der Höhe des Schlußſteines oder, wenn „dieſer höher, als die andern Keile, iſt, nach der Höhe b der andern Keile und neh„men $\delta = \frac{3}{4}$ b."

Wäre alſo, wie bey der Brücke zu Neuilly, wo ein Bogen 120 Fuße weit und 30 Fuße hoch, alſo bis auf $\frac{1}{4}$ von 2 W gedrückt iſt, b = 5 Fußen, ſo hätte man $\delta = \frac{3}{4} \cdot 5$ Fußen $= \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$ Fußen = 45 Zollen zu nehmen. Bey dieſer Brücke aber iſt für den Schlußſtein die δ nur = 24 und für jeden andern Keil iſt die δ nur = 18 Zollen. Röders Regel trifft alſo hier nicht zu; ſie hat aber auch noch den Fehler, daß nach ihr δ von b abhängig iſt, da man doch b aus δ berechnen und alſo dabey δ als gegeben annehmen muß.

5) Langsdorf giebt in ſeinem vorhin angeführten Werke S. 216 eine aus Erfahrungen an beſtehenden gut gebauten Brückenbögen abgeleitete Regel für die Beſtimmung der Breite δ an, die zwar richtiger, als die von Röder angegebene, worin aber ebenfalls δ als eine von b abhängige Größe angegeben iſt, weswegen auch dieſe Regel nicht gebraucht werden kann, wenn man, wie es ſich gehört, b ſtatiſch berechnen will.

6) In jeder Rechnung muß man von gewiſſen Datis ausgehen und da kommt es natürlicher Weiſe darauf an, daß man cum grano salis zu beſtimmen wiſſe, welche Größen man als Data und welche man als dependent von den angenommenen Datis zu betrachten habe. Nun kann man aber Brückenbögen bauen, die, wenn auch die Keile derſelben nicht ſonderlich dick ſind, dennoch den verlangten Grad von Stabilität haben müßen, wenn man nur den Keilen eine zureichende Höhe und alſo dem Bogen eine zureichende Dicke b giebt, da man hingegen mit ſehr breiten oder nur kurzen Keilen keinen ſtabilen Brückenbogen zu Stande bringen kann. Demnach muß man δ annehmen und b von δ abhängig machen und muß eingeſtehen, daß das umgekehrte Verfahren ein verkehrtes ſey. — Wir nehmen δ bey Brückenbögen von Bedeutung ſo groß an, als es die Umſtände geſtatten wollen, indem wir jedoch dabey darauf reflectiren, daß nicht ohne Noth übermäßig große Keilmaſſen und Koſten entſtehen. Wenn auch die Keile nicht ſonderlich dick genommen werden können, ſo muß dennoch der Gewölbbogen halten, wenn die Steinmaſſe gehörig gut gewählt und die Gewölbdicke b und Widerlagerbreite nicht blos auf gutes Glück aus Tabellen herausgeklaubt, ſondern nach richtigen ſtatiſchen Grundſätzen berechnet und hiernach mit einer kleinen Zugabe genommen worden iſt.

7) Hat man aus δ die b berechnet, ſo weis man dann auch nach Nr. 1 die

$$\Delta = \delta + \frac{b}{R} \cdot \delta.$$

Zweiter Abſchnitt.

Von den zwiſchen gleichſchweren Keilen eines nackten Bogens Statt habenden Preſſungsdifferenzen, und von der Berechnungsweiſe derſelben mit der dabey nothwendig werdenden Beſtimmung der Größe des Keilwinkels.

§. 22.

Aufgabe: „Es ſey (Fig. 6) AA'K'K'' ein halber Gewölbbogen, der ſich in „AA' an einen ebenſo conſtruirten Gegenbogen anlehnt und bey welchem die in der „Aufſchrift des gegenwärtigen Hauptſtückes angegebenen Merkmale Statt haben; man „ſoll die Preſſungen, welche die Keile gegen einander ausüben und die Differen„zen derſelben beſtimmen."

Auflöſung. 1. Weil hier die Fugenlinien insgeſammt in einerley Punct C, und zwar dem Mittelpuncte des Keilbogens AK' zuſammenlaufen und ferner auch alle unteren Keildicken Aa' gleich groß ſeyn ſollen, ſo ſind dieſe Keildicken Sehnen von gleichen Theilen des Bogens AK' und es gehören ihnen gleiche Centriwinkel ACa' = a'Ca'' = a''Ca''' ꝛc. = α zu. Demnach iſt hier in Fig. 6

der in Fig. 5 durch AC'B bezeichnete Winkel $\alpha = \alpha$,
— : — : — AC''D —— — $\alpha'' = 2\alpha$,
— : — : — AC'''E —— — $\alpha''' = 3\alpha$,

und ſo iſt ferner hier 4α, 5α, 6α.... ſtatt der Winkel α'''', α^5, α^6... zu ſetzen.

2) Hiernach werden alſo hier die in §. 16, Nr. 4 vorkommenden Winkeldifferenzen insgeſammt $= \alpha$; es iſt nämlich nun $\alpha'' - \alpha' = 2\alpha - \alpha = \alpha$, $\alpha''' - \alpha'' = 3\alpha - 2\alpha = \alpha$, $\alpha'''' - \alpha''' = 4\alpha - 3\alpha = \alpha$, u. ſ. f. Wenn man nun dieſe Winkel in die in §. 16, Nr. 4 erhaltenen völlig allgemeinen Preſſungsformeln ſetzt, ſo erhält man die hier verlangten Preſſungen, wie folgt: Es iſt hier

bey dem Keile I $\begin{cases} \text{abwärts } N' = \dfrac{S'}{\text{Sin. } \alpha}, \\ \text{aufwärts } C' = \dfrac{S' \cdot \text{Cos. } \alpha}{\text{Sin. } \alpha}; \end{cases}$

bey dem Keile 2 $\begin{cases} \text{abwärts } N'' = \dfrac{S''. \operatorname{Cos.} \alpha}{\operatorname{Sin.} \alpha}, \\ \text{aufwärts } C'' = \dfrac{S''. \operatorname{Cos.} 2\alpha}{\operatorname{Sin.} \alpha}; \end{cases}$

bey dem Keile 3 $\begin{cases} \text{abwärts } N''' = \dfrac{S'''. \operatorname{Cos.} 2\alpha}{\operatorname{Sin.} \alpha}, \\ \text{aufwärts } C''' = \dfrac{S'''. \operatorname{Cos.} 3\alpha}{\operatorname{Sin.} \alpha}. \end{cases}$

bey dem Keile 4 $\begin{cases} \text{abwärts } N'''' = \dfrac{S''''. \operatorname{Cos.} 3\alpha}{\operatorname{Sin.} \alpha}, \\ \text{aufwärts } C'''' = \dfrac{S''''. \operatorname{Cos.} 4\alpha}{\operatorname{Sin.} \alpha}; \end{cases}$

bey dem Keile 5 $\begin{cases} \text{abwärts } N^5 = \dfrac{S^5. \operatorname{Cos.} 4\alpha}{\operatorname{Sin.} \alpha}, \\ \text{aufwärts } C^5 = \dfrac{S^5. \operatorname{Cos.} 5\alpha}{\operatorname{Sin.} \alpha}, \end{cases}$

u. ſ. f.

alſo iſt allgemein die Preſſung

bey dem nten Keile $\begin{cases} \text{abwärts } N^{(n)} = \dfrac{S^{(n)}. \operatorname{Cos.} (n-1) \alpha}{\operatorname{Sin.} \alpha}, \\ \text{aufwärts } C^{(n)} = \dfrac{S^{(n)}. \operatorname{Cos.} n\alpha}{\operatorname{Sin.} \alpha}. \end{cases}$

3) Weil hier die Keile alle gleich hoch und ſchwer ſeyn ſollen, ſo preßt jeder obere und ſteiler liegende Keil ſtärker normal abwärts, als der zunächſt unter ihm ſeichter liegende normal aufwärts drückt, und es finden alſo in den Fugen zwiſchen

1 und 2, 2 und 3, 3 und 4, ꝛc. Preſſungsdifferenzen Statt, die ich durch D′, D″, D‴, ꝛc. bezeichne und die nach den in Nr. 2 erhaltenen Formeln folgende ſeyn müßen:

$$\text{Zwiſchen 1 und 2 iſt } D' = N' - C'' = \frac{S' - S''.\,\mathrm{Cos.}\,2\alpha}{\mathrm{Sin.}\,\alpha},$$

$$\text{—— 2 — 3 iſt } D'' = N'' - C''' = \frac{S''.\,\mathrm{Cos.}\,\alpha - S'''.\,\mathrm{Cos.}\,3\alpha}{\mathrm{Sin.}\,\alpha},$$

$$\text{—— 3 — 4 iſt } D''' = N''' - C'''' = \frac{S''''.\,\mathrm{Cos.}\,3\alpha - S^{5}.\,\mathrm{Cos}\,5\alpha}{\mathrm{Sin.}\,\alpha},$$

u. ſ. f.

Alſo iſt die nte Differenz, die zwiſchen der abwärts gehenden größeren Preſſung $N^{(n)}$ des nten Keiles und der aufwärts gehenden kleineren Preſſung $C^{(n+1)}$ des (n+1)ſten Keiles Statt hat, ſo auszudrücken:

$$\text{zwiſchen n und (n+1) iſt } D^{(n)} = N^{(n)} - C^{(n+1)} = \frac{S^{n}.\,\mathrm{Cos.}\,(n-1)\alpha - S^{(n+1)}.\,\mathrm{Cos.}\,(n+1)\alpha}{\mathrm{Sin.}\,\alpha}.$$

4) Iſt der obere Keil, deſſen Uebermucht D* über die gegen ihn aufwärts gehende Preſſung man berechnen will, der letzte am Widerlager anliegende, wie es z. B. in Fig. 5 bey dem vierten Keile der Fall iſt, oder iſt er ein ſolcher, welcher zu den ſogenannten ruhigen Schichten gehört (§. 17 am Ende), ſo wird da die Reaction des untern Keiles = o und der Subtractor in der Berechnung der Differenz iſt dann = o zu ſetzen.

5) Man kann alſo die Berechnung der Differenzen D′, D″ ꝛc. nur dann erſt gehörig durchführen, wenn man beſtimmt anzugeben weis, wo in einem Gewölbbogen von der Widerlagerfuge in K K″ an aufwärts gegen den Gewölbſcheitel hin gezählt die ruhigen Schichten aufhören und ob in einem Bogen dergleichen Schichten vorhanden ſeyen oder nicht. Deßwegen muß hier noch Folgendes beigebracht werden:

A) Es ſey CX (Fig. 7) der lothrechte Längendurchſchnitt einer unter einem Winkel XCD oder β gegen die Horizontallinie CD geneigten Ebene. Auf dieſer ſchiefen Ebene, deren Theil in ac hier zu denken iſt als die Rückenfläche eines Gewölbkeiles, auf welcher ein folgender Keil M, deſſen lothrechter Längendurchſchnitt durch abcd bezeichnet iſt, aufliegt, kann der M abgehalten ſeyn, von ihr herunterzugleiten, und zwar durch den zwiſchen ihr und ſeiner Grundfläche Statt habenden Reibungswiderſtand R und in dem Falle, wenn die ſchiefe Ebene nicht ſteil genug iſt. Daher entſteht nun die Frage,

„wie groß man das Maximum des Winkels β′, bey welchem man noch annehmen „könne, daß der Keil auf der ſchiefen Ebene in ac hängen bleiben müße, zu ſetzen „habe.“

B) Zur Beantwortung dieſer Frage dient Folgendes:

Es ſey g das Schwerpunct des Keiles M und gh die lothrechte Schwerpunctslinie deſſelben. In der Richtung dieſer Linie wird ſeine Maſſe von ihrem Gewichte S lothrecht abwärts gezogen, da er aber durch die Lagerfläche in ac zurückgehalten iſt, dieſem Zuge zu folgen, ſo übt er gegen dieſe Fläche in ac einen Druck aus, deſſen Maximum nach der auf der ac ſenkrechten Richtungslinie gf zu beſtimmen iſt, und bey dieſem bleibt ihm auch noch ein Bewegungsbeſtreben übrig, von der ſchiefen Ebene herunter zu gleiten. Nach der Lehre von der ſchiefen Ebene iſt aber bekanntlich, wenn S durch gh ausgedrückt wird, der auf ac ſenkrechte Druck $fg = gh \cdot Sin. w$
$= S \cdot Cos. \beta$ und

das Bewegungsbeſtreben $fh = gh \cdot Cos. w$
$= S \cdot Sin. \beta'$.

Dieſer ſenkrechte Druck $ac = S. Cos. \beta'$ verurſacht in ac einen Reibungswiderſtand R, welcher bey ſolchen rauen Flächen, wie die der Gewölbkeile ſind, der Hälfte des Druckes ac gleich geſetzt werden darf, man hat demnach

$$R = \tfrac{1}{2} S \cdot Cos\ \beta' = \tfrac{1}{2} S \cdot Sin.\ w.$$

Soll nun dieſer ſo groß ſeyn, daß er dem Bewegungsbeſtreben des M, auf der ſchiefen Ebene in ac abwärts zu gleiten, völlig widerſtehen und alſo den M auf ac ruhig liegend erhalten kann, ſo muß

$$\tfrac{1}{2} S \cdot Cos.\ \beta' = S \cdot Sin.\ \beta'$$

alſo $\tfrac{1}{2} Cos.\ \beta' = Sin.\ \beta'$ ſeyn,

woraus $\tfrac{1}{2} = \dfrac{Sin.\ \beta'}{Cos.\ \beta'} = Tang.\ \beta'$ oder

$0,5 = Cot.\ w$

folgt. Man vernimmt hieraus, daß bey der Beſtimmung des Winkels β', um welchen die ſchiefe Lagerfläche in ac eines Gewölbkeiles von der Horizontallinie CD, oder des Winkels w, um welchen dieſe Fläche von der lothrechten Linie CA abweicht, gar nichts auf die Größe des Keilgewichtes ankomme, und daß der Winkel β' erhalten werde,

„wenn man in den Sinustafeln diejenige Tangente aufſuche, die = 0,5 des Sin. „tot. = 1 iſt.

Sucht man dieſe Tangente, ſo findet man,

$$0{,}5000562 = Tang.\ 26^\circ, 34'.$$

(Statt dieſes Winkels nimmt man aber gewöhnlich für β' nur 20 Grade an, ſetzt alſo in der Berechnung der Preſſungsdifferenzen D′ D″ ꝛc. die Subtractoren etwas ſpäter, als man ſollte, = 0, damit man deſto ſicherer ſey, daß man die letzteren von dieſen Differenzen nicht zu klein berechne.)

C) Aus dem Vorigen ergiebt ſich alſo Folgendes für die eigentliche Beſtimmung, wo in einem Gewölbbogen die ruhigen Schichten ſeiner Gewölbkeile aufhören und die beweglichen anfangen, und ob ein Gewölbbogen ein ſolcher ſey, worin ruhige, durch die bloſe Reibung unter einander auf einander veſt hängende Keile vorkommen.

„Eine Fugenfläche in ac, welche um einen Winkel β' von 26 Graden über der „Horizontallinie CD liegt und alſo von der lothrechten Linie CA um „90 — 26 oder 64 Grade abweicht, iſt ohngefähr die von der CD aufwärts zählbare letzte Fläche, auf welcher ein Keil noch durch die Friction abgehalten iſt, „auf ſeiner Lagerfläche abwärts zu gleiten. Unterhalb dieſer ac ſind alle Keile ſol„che, welche durch die bloſe Reibung auf einander hängen bleiben und daher die ſo„genannten ruhigen Schichten ausmachen, und überhalb der ac folgen die „beweglichen Schichten. — Wenn alſo bey einem Gewölbbogen der Fuß„winkel K'DC oder β, um welchen ſein Anfang in K'K'' (Fig. 8) über der Ho„rizontallinie CD erhaben liegt, kleiner, als β' iſt, ſo finden in ihm bis zu „dem Winkel β' hinauf ruhige Schichten Statt, für welche in der Berechnung „der Preſſungsdifferenzen D', D'' ꝛc. alle Subtractoren in den Formeln = o geſetzt „werden müßen; iſt aber der Fußwinkel β größer, als β', ſo ſind in dem Ge„wölbbogen alle Schichten bewegliche und in den Differenzenformeln kann kein „Subtractor = o geſetzt werden."

§. 23.

Aufgabe: „Man ſoll die in Nr. 3 des vorigen Paragraphens für die Dif„ferenzen D', D'', D'''.... erhaltenen Ausdrücke ſo einrichten, daß ſie ſich auf „gleich große und gleich ſchwere Keile beziehen und daß ſie die allen dieſen „Keilen gemeinſchaftliche Höhe AA' oder K'K'' = b, jedoch aber nur in der erſten „Potenz, in ſich enthalten.

Auflöſung: 1) Man kann die Stirnfläche, z. E. die AA'a'B in Fig. 6, der hier als gleich groß anzunehmenden Keile als ein aus zweien parallelen Linien, z. B. Aa' und A'B', eingeſchloſſenes Trapezium anſehen, worin die untere Keildicke Aa' = δ, deſſen Höhe aber die Seitenlinie AA' = K'K'' = b iſt. Heißt nun die obere Keildicke, z. E. A'B', Δ, ſo iſt hiernach die Stirnfläche

$$\mathfrak{F} = \tfrac{1}{2}(\delta + \Delta)\, b.$$

Darin iſt $\frac{1}{2}(\delta + \Delta)$ das arithmetiſche Mittel zwiſchen δ und Δ, alſo die mittlere Keildicke, die wir ſtets durch δ' bezeichnen und wornach alſo iſt,

$$\mathfrak{F} = b\delta'.$$

2) Es iſt leicht zu erachten, daß die mittlere Keildicke δ', wenn der Halbmeſſer CA = R und die untere Keildicke Aa' = δ ſeyn ſoll, die Keilhöhe AA' aber b heißt,

der Proportion $R : \delta = (R + \frac{1}{2} b) : \delta'$

angemeſſen und daß alſo dieſe

$$\delta' = \frac{(R + \frac{1}{2} b)\,\delta}{R} = \delta + \frac{b\delta}{2R}$$

ſeyn müße. Hiernach iſt alſo auch die Stirnfläche

$$\mathfrak{F} = b\left(\delta + \frac{b\delta}{R}\right) = b\delta + \frac{b^2\delta}{2R}.$$

3) Heißt ferner die auf der Stirnfläche ſenkrechte Keilabmeſſung oder Keilbreite L und das Gewicht eines Rhein. Cubicfußes der Keilmaterie g, ſo iſt das Gewicht S′ eines jeden der hier als gleich anzunehmenden Keile folgendes:

$$S' = \left(b\delta + \frac{b^2\delta}{2R}\right) Lg \text{ ℔.}$$

Dieſer Ausdruck nun enthält die Keilfläche b in der zweiten Potenz und er kann daher nicht zu der Bildung ſolcher Differenzenausdrücke, wie in der Aufgabe verlangt worden ſind, angewendet werden.

4) Will man ſolche Ausdrücke erhalten, ſo muß man δ' auf andere Weiſe ausdrücken, als in Num. 2 geſchehen iſt.

Hierbey gehen wir auf folgende Weiſe zu Werk: Die Größe $\frac{\delta}{2R}$ iſt offenbar ein kleiner Bruch und mithin iſt auch die Größe $\frac{\delta}{2R} \cdot b$, um welche man die untere Keildicke δ vermehren muß, um die mittlere Keildicke

$$\delta' = \delta + \frac{\delta}{2R}\, b$$

(Num. 2) zu erhalten, eine nur kleine Größe. Wenn man alſo darin einen Werth für b annimmt, welcher zwar nicht der ganz genau mathematiſch richtige, aber doch auch nicht völlig willkührlich iſt, ſo erhält man dadurch einen Ausdruck für δ', der nur um ein Geringes von der ſtrengen Richtigkeit abweicht, die Größe b nicht enthält, und daher die in der Aufgabe geforderte Art von Differenzenausdrücken zuläßt. — Nach Langsdorfs Straßen- und Brückenbau, Th. I, S. 219, erhält man aber eine aus Erfahrungen über ſtehende Brückenbögen abgeleiteten Werth von b, wenn man

$$b = \frac{R + 30}{36}$$

rhein. Fußen ſetzt. Das iſt zwar kein aus theoretiſchen Gründen beſtimmter,

aber doch auch kein auf bloſer Willkühr beruhender Werth, und dieſen ſetzen wir von nun an in die obige für δ' erhaltene Formel, wodurch wir Folgendes erhalten:

$$\delta' = \delta + \frac{\delta}{2R}\, b = \left(1 + \frac{1}{2R}.\, b\right)\delta = \left(1 + \frac{1}{2R} \cdot \frac{R+30}{36}\right)\delta$$

$$= \left(1 + \frac{R}{72R} + \frac{30}{72R}\right)\delta = \left(1{,}014 + \frac{0{,}42}{R}\right)\delta.$$

Daraus folgt nun

$$F = b.\,\delta' = b\left(1{,}014 + \frac{0{,}42}{R}\right)\delta \text{ und alſo}$$

$$S' = F.\,Lg = b.\,\delta'.\,Lg = b\left(1{,}014 + \frac{0{,}42}{R}\right)\delta.\,Lg \text{ ℔},$$

worin b die in der Folge näher zu beſtimmende Keilhöhe $AA' = K'K''$ bedeutet.

5) Drückt man hiernach die in Num. 3 des vorigen Paragraphens erhaltenen Differenzen D', D'', D''', ꝛc. aus und ſetzt dabey jedes Keilgewicht S', S'', S''', ꝛc. $= S'$, ſo erhält man Folgendes:

$$D' = \frac{S' - S''\,Cos.\,2\alpha}{Sin.\,\alpha} = \frac{S'}{Sin.\,\alpha}\,(1 - Cos.\,2\alpha)$$

$$= \frac{b\delta'.Lg}{Sin.\,\alpha}\,(1 - Cos.\,2\alpha)$$

$$D'' = \frac{S''Cos.\,\alpha - S'''Cos.\,3\alpha}{Sin.\,\alpha} = \frac{S'}{Sin.\,\alpha}\,(Cos.\,\alpha - Cos.\,3\alpha)$$

$$= \frac{b\delta'.Lg}{Sin.\,\alpha}\,(Cos.\,\alpha - Cos.\,3\alpha)$$

$$D''' = \frac{S'''\,Cos.2\alpha - S''''Cos.4\alpha}{Sin.\,\alpha} = \frac{S'}{Sin.\,\alpha}\,(Cos.\,2\alpha - Cos.\,4\alpha)$$

$$= \frac{b\delta'Lg}{Sin.\alpha}\,(Cos.\,2\alpha - Cos.\,4\alpha)$$

u. ſ. f.

Bezeichnet man den Factor $\frac{\delta'}{Sin.\,\alpha}$ durch C, ſo hat man für die zwiſchen den Keilen 1, 2, 3 ꝛc. Statt habenden Preſſungsdifferenzen folgende Ausdrücke:

$D' = bLg\,(Cos.0\alpha - Cos.2\alpha)\,C$ zwiſchen 1 und 2,
$D'' = bLg\,(Cos.\,\alpha - Cos.3\alpha)\,C$; ; 2 und 3,
$D''' = bLg\,(Cos.2\alpha - Cos.4\alpha)\,C$; ; 3 und 4,
$D'''' = bLg\,(Cos.3\alpha - Cos.5\alpha)\,C$; ; 4 und 5,
$\vdots \qquad \vdots$
$D^n = bLg\,[Cos.(n-\alpha)\alpha - Cos.(n+1)\alpha]\,C$; n und (n+1).

Darin iſt, wenn die Keilzahl $= n$ und alſo das Widerlager der (n+1)ſte Keil iſt, welcher nicht normal aufwärts preßt, $Cos.(n+1)\,\alpha = 0$ zu ſetzen ꝛc. (S. §. 22, Nr. 4 und 5).

Ferner iſt $C = \frac{\delta'}{Sin.\alpha} = \delta'.\,Cosec.\alpha$

$$= \left(1{,}014 + \frac{0{,}42}{R}\right)\delta.\,Cosec.\alpha \quad (♄)$$

eine von den Datis δ, α und R, alſo auch, da R von W und H abhängig iſt, eine von dieſen Datis W und H abhängige zwar nur adproximative Größe, die aber doch zu den künftigen Berechnungen zureichend genau gewählt iſt.

Bezeichnet man, zur Abkürzung, die mit bLg multiplicirten Factoren durch m', m'', m''', ... $m^{(n)}$, ſo hat man folgende Ausdrücke:

$$D' = bLg\,m',$$
$$D'' = bLg\,m'',$$
$$D''' = bLg\,m''',$$
$$D'''' = bLg\,m'''',$$
$$\vdots \qquad \vdots$$
$$D^{(n)} = bLg\,m^{(n)}.$$

6) Regeln und Beyſpiele für die Berechnung der Factoren m', m'' ꝛc.

A) Aus der untern Keildicke Aa' oder δ, welcher hier die beiden links und rechts befindlichen halben Mörtellagen eingerechnet ſind, berechne man den Keilwinkel α, nachdem man ſchon nach §. 21 aus den Datis W und H den Halbmeſſer CA oder R berechnet hat. Es iſt hier die Aa' oder

$$\delta = R.\,Seh.\,\alpha = R.\,2\,Sin.\,\tfrac{1}{2}\alpha = 2\,R.\,Sin.\,\tfrac{1}{2}\alpha \text{ und mithin}$$

$$\frac{\delta}{2\,R} = Sin.\,\tfrac{1}{2}\alpha.$$

Daraus ſuche man den W. $\frac{1}{2}\alpha$ und dann den W. α. Gewöhnlich iſt der Bruch $\frac{\delta}{2R}$ ein ſolcher, welcher nicht in den Sinustafeln gefunden wird, ſondern zwiſchen zwey Sinuszahlen der Tafeln fällt. In ſolchem Falle nehme man von den beiden Sinuszahlen, zwiſchen welche $\frac{\delta}{2R}$ fällt, die kleinere als den Werth von $\frac{\delta}{2R}$ an und ſuche für dieſe den W. $\frac{1}{2}\alpha$ und den W. α. Dieſer Winkel α iſt zwar etwas zu klein für die geometriſch angenommene untere Keildicke δ, da man aber dieſer δ, wegen der halben Mörtelfugen, auf beiden Seiten in der Praxis 1 Decimallinie abzieht und ſie in eine ſogenannte praktiſche δ^* verwandelt, ſo iſt der etwas zu kleine Winkel α für dieſe δ^* allemal noch als zureichend groß genug anzunehmen.

Exempel: In §. 21 iſt für die dortigen Data R = 75 Fußen (es wird von nun an immer in Rhein. Fußen gerechnet); wenn nun hier mit Einrechnung der beiden links und rechts 1 Linie ſtark angenommen halben Mörtellagen die untere Keildicke $\delta = 1,5$ Fußen geſetzt wird, ſo iſt

$$\text{Sin.}\ \tfrac{1}{2}\alpha \text{ oder } \frac{\delta}{2R} = \frac{1,5}{2.75} = \frac{1,5}{150} = \frac{15}{1500} = \frac{1}{108} \text{ oder } 0,01.$$

Schlägt man dieſen Bruch in den Sinustafeln auf, ſo findet man

$$\left.\begin{array}{l} 0,0101809 = \text{Sin. } 35' \\ 0,0098900 = \text{Sin. } 34' \end{array}\right\} \text{für } \tfrac{1}{2}\alpha.$$

Alſo fällt der wahre Keilwinkel α zwiſchen 70 und 68 Minuten.

Man hat alſo hier nach obiger Regel $\alpha = 68$ Minuten und $\frac{1}{2}\alpha = 34'$ zu ſetzen. Dieſer Winkel $\frac{1}{2}\alpha$ geſtattet eine practiſche halbe untere Steinkeildicke

$$\tfrac{1}{2}\delta^* = \text{R Sin. } \tfrac{1}{2}\alpha = 75 \cdot 0,00989 = 0,74175 \text{ Fußen},$$

alſo eine $2 \cdot \frac{1}{2}\delta^* = 2 \cdot 0,74175 = 1,48350$ Fußen. Dieſe iſt von der oben angenommenen geometriſchen untern Keildicke $\delta = 1,5$ Fußen nur um die Differenz

$$\delta - \delta^* = 1,5000 - 1,4835 = 0,0165 \text{ Fußen} = 1,65 \text{ Linien}$$

verſchieden; es iſt demnach hier die δ^* um 1,65 Linien kleiner, als die δ, welches auch noch zureichend iſt rückſichtlich der Mörtellagen, in deren Rückſicht man $\delta^* = \delta - 2$ Linien, alſo hier $\delta^* = 1,5$ Fußen — 2 Linien = 1,48 Fußen = 1′, 4″, 8‴ ſetzt.

B) Aus der angenommenen geometriſchen unteren Keildicke δ und dem Winkel α, den man nach voriger Num. A für dieſe δ um ein Geringes zu klein, angenommen hat, berechne man dann weiter nach Num. 4 den Coefficienten

$$C = \left(1,014 + \frac{0,42}{R}\right) \delta \cdot \text{Cosec. } \alpha.$$

Dabey wird, weil man α um ein Geringes kleiner, als es ſich für δ gebührt, angenommen hat, Cosec. α und alſo auch C um ein Geringes größer, als es

ſeyn ſollte, was nicht gegen, ſondern für die Sicherheit der Rechnung iſt, weil die ſchädlichen Normalpreſſungsdifferenzen D′, D″ ꝛc. nach den Formeln in vor. Num. 5 deſto höher in Aufſchlag gebracht werden, je größer man den Coefficienten C in Rechnung bringt, man aber die ſchädlichen D′, D″ ꝛc. für die man die Gewölbdicke und Widerlagerſtärke zu ſuchen hat, niemals zu geringe berechnen ſoll.

Exempel: Für R = 75 Fußen, $\delta = 1{,}5$ Fußen und $\alpha = 68$ Minuten $= 1^{\circ}{,}8'$ iſt nach obiger Formel

$$C = \left(1{,}014 + \frac{0{,}42}{75}\right) . \, 1{,}5 . \, \text{Cosec.}\ 1^{\circ}, 8'$$

$$= (1{,}014 + 0{,}0056) . \, 1{,}5 . \, 50{,}5583965$$

$$= 1{,}0196 . \, 1{,}5 . \, 50{,}5583965$$

$$= 1{,}5294 . \, 50{,}5583965 = 77{,}3240116,$$

wofür man hier, weil Cosec. α doch um etwas zu groß angenommen worden iſt,

$C = 77{,}324$ ſetzen kann.

C) Ferner ſuche man aus dem der angenommenen untern Keildicke δ entſprechenden Keilwinkel α und dem nach §. 21, Num. 2 berechneten Bogenwinkel w, welcher für den halben von dem Widerlager bis zu der Scheitellinie AA′ gehenden Bogen in n Keilbögen eingetheilt werden muß nnd deswegen durch $n\alpha$ bezeichnet werden kann, die Keilzahl n, indem man w durch α dividirt. Da giebt nun gewöhnlich der Quotient $\frac{w}{\alpha}$ eine ganze Zahl z und noch einen Bruch u dazu, es wird gewöhnlich

$$\frac{w}{\alpha} = z + u$$

Iſt dieſer Bruch u klein, ſo nimmt man blos z als die wahre Keilzahl n an und legt dem letzten Keile am Widerlager bey K′K″ den Ueberſchuß u zu. Dabey erhält man denn z — 1 oder n — 1 Keile, von welchen ein jeder einem Keilwinkel α zugehört, und noch einen Keil an K′K″, deſſen Keilwinkel α' um etwas größer, als α iſt. Nach der Beantwortung der Regeldetrifrage,

„einem Keile gehören α Winkelminuten zu, was gehöret einem Keile, welcher ein „ganzer und ein Keilſtück u, alſo (1 + u) iſt, für ein Keilwinkel α' zu,"

muß hier $\alpha' = (1 + u)\,\alpha$ ſeyn, worin (1 + u) eine gemiſchte Zahl iſt. — Iſt aber u in dem Quotierten $\frac{w}{\alpha} = z + u$ ziemlich groß, ſo nimmt man den Bruch u als eine ganze Einheit an, ſetzt alſo ſtatt

$$\frac{w}{\alpha} = z + u$$

den Werth (z + 1) für die Keilzahl n und zieht von dem letzten Keile an K′K″

den Ueberſchuß u ab. Dabey erhält man dann (z + 1) oder n Keile für den halben Bogen, von welchen dem letzten Keile ein Keilwinkel α', der um etwas kleiner, als α iſt, zugehört. Nach der Beantwortung der Regeldetrifrage, „einem ganzen „Keile gehören α Winkelminuten zu, was für ein Keilwinkel α' gehört einem Keile zu, „der nicht ein ganzer, ſondern nur ein Stück u deſſelben iſt," muß hier $\alpha' = u + \alpha$ ſeyn, worin u einen ächten Bruch bedeutet. — Es kann der Fall ſeyn, daß $\frac{w}{\alpha} = z + u$ einen Bruch u enthält, welcher $= \frac{1}{2}$ iſt, oder nur wenig von $\frac{1}{2}$ abweicht, wornach alſo die Keilzahl n aus z ganzen Keilen und ohngefähr noch einem halben Keile beſtehen müßte; in ſolchem Falle muß man eine geſchicktere untere Keildicke δ annehmen, damit man einen geſchickteren Keilwinkel α und einen geſchicktern Quotienten $\frac{w}{\alpha} = z + u$ erhalte.

Exempel: Für die in §. 21 angenommenen Data W und H iſt zuerſt R und ſodann auch noch der Bogenwinkel w = 3188 Minuten geſucht worden. Ferner wurde in der vorigen Num. A aus R = 75 und δ = 1,5 Fußen rhein. der Keilwinkel α geſucht und = 68 Minuten geſetzt. Dieſe beiden Werthe von w und α geben für die Beſtimmung der Keilzahl n den Quotienten

$$\frac{w}{\alpha} = \frac{3188}{68} = 46{,}88 \ldots$$

Hier iſt alſo $\frac{w}{\alpha} = z + u = 46 + 0{,}88 \ldots$ und u ein ſo großer Bruch, daß man dieſen für eine ganze Einheit annehmen und die Keilzahl

$$n = z + 1 = 46 + 1 = 47$$

annehmen kann. Dabey wird von den n = 47 Keilen des halben Bogens KK'AA' (Fig. 8) der letzte an K'K'' anliegende Keil, etwas dünner, als der Keilwinkel α fordert, es gehört ihm ein Keilwinkel $\alpha' < \alpha$ zu. Es verhält ſich hier

$$1 \text{ Keil} : 0{,}88 \ldots \text{ Keiltheilen} = 68 \text{ Min.} : \alpha' \text{ Minuten},$$

$$\text{woraus } \alpha' = 0{,}88 \ldots \times 68' = 59{,}84 \ldots \text{ Min. folgt.}$$

D) Nachdem man nun für den halben Bogen AA'K'K'' oder 1+2+3+....+n die Keilzahl n (in vor. Beiſpiele 47) beſtimmt und ſich dabey den beſondern W. α' des letzten Keiles aufgeſchrieben hat, ſo ſuche man die Winkelreihe $\alpha, 2\alpha, 3\alpha, \ldots\ldots (n-1)\,\alpha, (n+1)\,\alpha$ und dann für dieſe die Coſinus. Dieſe ſchreibe man mit Subtractionsſtrichen neben einander und berechne ihre Differenzen d', d'', d''', ꝛc. ſo, wie hier angedeutet iſt:

$$\begin{aligned}
\text{Cos. } 0\alpha \text{ oder } 1 &- \text{Cos. } 2\alpha = d',\\
\text{Cos. } \alpha &- \text{Cos. } 3\alpha = d'',\\
\text{Cos. } 2\alpha &- \text{Cos. } 4\alpha = d''',\\
\text{Cos. } 3\alpha &- \text{Cos. } 5\alpha = d'''',\\
&\vdots\\
\text{Cos } (n-1)\alpha &- \text{Cos. } (n+1)\alpha = d^n.
\end{aligned}$$

Dabey iſt wegen Num. 4 und 5 in §. 22 folgendes zu beobachten:

„Solche Keile, die noch nicht um einen Winkel UCK′ oder β, (Fig. 8), der größer „als 26° iſt, über der Horizontallinie UC liegen, ſind noch durch die Reibung, die „in ihren Unterſtützungsflächen Statt hat, zurückgehalten, von dieſen herunter zu glei„ten und üben daher aufwärts noch keine Normalpreſſungen aus, weswegen man „bey ſolchen die Subtractoren in der Berechnung ihrer Coſinusdifferenzen d, die „zu der Berechnung der Preſſungsdifferenzen D erforderlich ſind, = 0 zu ſetzen hat. „Man nehme alſo von dem Winkel UCA = 90° einen Winkel von 26 Graden oder „um ſicherer zu gehen, nur von 20 Graden weg, da erhält 90° — 20 = 70°. „Kommt man nun in dem Aufſtellen der Subtractoren in den obigen Differenzenaus„drücken zu einem Coſinus, deſſen Winkel 70 Grade überſteigt, ſo ſetze man dieſen „Subtracter und dann auch noch alle auf ihn folgenden = 0. Kommt man aber „auf keinen ſolchen Coſinus, ſo müßen alle Coſinus, die den obigen Ausdrücken „als Subtractoren zugehören, als gültige Größen aufgeſtellt und angewendet werden. „Der Coſinus von $(n+1)\alpha$ iſt allemal = 0, denn er bezieht ſich auf die auf„wärts gehende Normalpreſſung des $(n+1)$ſten Keiles, der bey n Keilen das „Widerlager iſt, welches nicht normal aufwärts preßt.“

E) Den Coſinusdifferenzen d′, d″ ꝛc. multiplicire man mit dem in Nr. B berechneten Werthe des Coefficienten C, ſo erhält man die Factoren m′, m″, m‴, ... $m^{(n)}$, die man in die am Ende der vor. Nr. 5 für die Normalpreſſungsdifferenzen D′, D″, D‴, ... $D^{(n)}$ angegebenen Ausdrücke zu ſetzen hat und wobey man dieſe Differenzen bis auf das Product b.Lg berechnet erhält.

Zuſatz 1) Weil bey Keilen, von welchen jeder das Gewicht S′ hat, die Normalpreſſungsdifferenzen D′, D″, D‴, ꝛc. blos rückſichtlich der Coſinusdifferenzen d′, d″, d‴, ꝛc. verſchieden ſind, ſo verhalten ſich die D′, D″, D‴ ꝛc. zu einander, wie ſich die d′, d″, d‴...zu einander verhalten.

Zuſatz 2) Da dieſes iſt, man ſich aber ſowohl durch Zeichnung, als auch durch Rechnung davon überzeugen kann, daß die d′, d″, d‴ ꝛc. wachſen, ſo werden auch die D′, D″, D‴..... gegen das Widerlager hin immer größer und $D^{(n)}$ iſt alſo die größte von den Differenzen D′, D″ ꝛc.

F) Exempel zu den Regeln Nr. D und E.

a) Nach vor. Nr. A iſt für die Data W, H und δ der Keilwinkel $\alpha = 68'$ oder 1°, 8′ gefunden worden. Daraus werden nun die Winkelſummen 2α, 3α, ... leicht erhalten, wenn man allemal eine bereits erzeugte Winkelſumme noch um $\alpha = 1°, 8'$ vermehrt. Weil nach vor. Nr. C 46 ganze Keile 2, 3, 4.... angenommen worden ſind und der lezte von allen $n = 47$ Keilen nur ein Theil $= 0{,}88...$ eines ganzen Keiles iſt, dem ein Winkel $\alpha' = 59, 84....$ Minuten zugehört, ſo geben die 46 Winkel α der 46 ganzen Keile $46 \times 1°, 8' = 46° + 368' = 46° + 6° + 8' = 52°, 8'$, und wenn man dazu den bis zu 60 Min. oder 1 Grad vermehrten W. $\alpha' = 59{,}84'$ des lezten Keiles addirt, ſo erhält man für die Winkelſumme der n oder 47 Keile den Winkel $w = 52°, 8' + 1° = 53°, 8'$, wie dieſer in §. 21, Nr. 2 angenommen worden iſt. — Da hier dieſe Winkelſumme noch unter 90° — 20° oder 70 Graden ſteht, ſo müßen hier nach der vorigen Regel Nr. D alle Subtractoren in den dortigen Formeln für die Coſinusdifferenzen d′, d″, d‴.... als gültige Größen aufgeſtellt werden, bis auf den lezten $\text{Cos}\,(n + 1)\,\alpha$ oder $\text{Cos}\,(47 + 1)\,\alpha$, der hier, wo das Widerlager den 48ſten Keil bedeutet, $= 0$ ſeyn muß. — Die hier Statt habenden 47 Coſinusdifferenzen ſind nun für $\alpha = 1°, 8'$ folgende:

1)	1 — Cos. 2α	=	1	— Cos. 2°,16′	
		=	1,0000000	— 0,9992175	= 0,0007825
2)	Cos. α — Cos. 3α	=	Cos. 1°,8′	— Cos. 3°,24′	
		=	0 9998044	— 0,9982398	= 0,0015646
3)	Cos. 2α — Cos. 4α	=	Cos. 2°,16′	— Cos. 4°,32′	
		=	0,9992175	— 0,9968715	= 0,0023460
4)	Cos. 3α — Cos. 5α	=	Cos. 3°,24′	— Cos. 5°,40′	
		=	0,9982398	— 0,9951132	= 0,0031266
5)	Cos. 4α — Cos. 6α	=	Cos. 4°,32′	— Cos. 6°,48′	
		=	0,9968715	— 0 9929655	= 0,0039060
6)	Cos. 5α — Cos. 7α	=	Cos. 5°,40′	— Cos. 7°,56′	
		=	0,9951132	— 0,9904293	= 0,0046839
7)	Cos. 6α — Cos. 8α	=	Cos. 6°,48′	— Cos. 9°,4′	
		=	0,9929653	— 0,9875057	= 0,0054598
8)	Cos. 7α — Cos. 9α	=	Cos. 7°,56′	— Cos. 10°,12′	
		=	0,9904293	— 0,9841956	= 0,0062337
9)	Cos. 8α — Cos. 10α	=	Cos. 9°,4′	— Cos. 11°,20′	
		=	0,9875057	— 0,9805005	= 0,0070052

10) $\text{Cos. } 9\alpha - \text{Cos. } 11\alpha = \text{Cos } 10^{\circ},12' - \text{Cos. } 12^{\circ},28'$
$= 0{,}9841956 - 0{,}9764217 = 0{,}0077739$

11) $\text{Cos. } 10\alpha - \text{Cos. } 12\alpha = \text{Cos. } 11^{\circ},20' - \text{Cos } 13^{\circ},36'$
$= 0{,}9805005 - 0{,}0719609 = 0{,}0085396$

12) $\text{Cos. } 11\alpha - \text{Cos. } 13\alpha = \text{Cos } 12^{\circ},28' - \text{Cos. } 14^{\circ},44'$
$= 0{,}9764217 - 0{,}9671199 = 0\,0093018$

13) $\text{Cos. } 12\alpha - \text{Cos } 14\alpha = \text{Cos. } 13^{\circ},36' - \text{Cos. } 15^{\circ},52'$
$= 0{,}9719609 - 0{,}9619005 = 0{,}0100604$

14) $\text{Cos. } 13\alpha - \text{Cos. } 15\alpha = \text{Cos. } 14^{\circ},44' - \text{Cos. } 17^{\circ},0'$
$= 0{,}9671199 - 0{,}9563048 = 0{,}0108151.$

15) $\text{Cos. } 14\alpha - \text{Cos. } 16\alpha = \text{Cos } 15^{\circ},52' - \text{Cos } 18^{\circ},8'$
$= 0{,}9619005 - 0{,}9503348 = 0{,}0115657.$

16) $\text{Cos. } 15\alpha - \text{Cos. } 17\alpha = \text{Cos } 17^{\circ},0' - \text{Cos. } 19^{\circ},16'$
$= 0{,}9563048 - 0{,}9439931 = 0{,}0123117.$

17) $\text{Cos. } 16\alpha - \text{Cos. } 18\alpha = \text{Cos. } 18^{\circ},8' - \text{Cos } 20^{\circ},24'$
$= 0{,}9503348 - 0{,}9372819 = 0{,}0130529.$

18) $\text{Cos. } 17\alpha - \text{Cos. } 19\alpha = \text{Cos } 19^{\circ},16' - \text{Cos. } 21^{\circ},32'$
$= 0{,}9439931 - 0{,}9302042 = 0{,}0137889.$

19) $\text{Cos. } 18\alpha - \text{Cos. } 20\alpha = \text{Cos. } 20^{\circ},24' - \text{Cos. } 22^{\circ},40'$
$= 0{,}9372819 - 0{,}9227624 = 0{,}0145198.$

20) $\text{Cos } 19\alpha - \text{Cos. } 21\alpha = \text{Cos. } 21^{\circ},32' - \text{Cos } 23^{\circ},48'$
$= 0\,9302042 - 0\,9149596 = 0{,}0152446.$

21) $\text{Cos } 20\alpha - \text{Cos } 22\alpha = \text{Cos. } 22^{\circ},40' - \text{Cos. } 24^{\circ},56'$
$= 0{,}9227624 - 0{,}9067989 = 0{,}0159635.$

22) $\text{Cos. } 21\alpha - \text{Cos } 23\alpha = \text{Cos. } 23^{\circ},48' - \text{Cos. } 26^{\circ},4'$
$= 0{,}9149596 - 0\,8982834 = 0{,}0166762.$

23) $\text{Cos. } 22\alpha - \text{Cos. } 24\alpha = \text{Cos. } 24^{\circ},56' - \text{Cos. } 27^{\circ},12'$
$= 0\,9067989 - 0{,}8894164 = 0{,}0173825.$

24) $\text{Cos. } 23\alpha - \text{Cos. } 25\alpha = \text{Cos. } 26^{\circ},4' - \text{Cos. } 28^{\circ},20'$
$= 0{,}8982834 - 0\,8802014 = 0{,}0180820.$

25) $\text{Cos. } 24\alpha - \text{Cos. } 26\alpha = \text{Cos. } 27^{\circ},12' - \text{Cos. } 29^{\circ},28'$
$= 0{,}8894164 - 0{,}8706420 = 0{,}0187744.$

26) Cos. 25α — Cos. 27α = Cos. 28°,20′ — Cos. 30°,36′
= 0,8802014 — 0,8607420 = 0,0194594.

27) Cos. 26α — Cos. 28α = Cos. 29°,28 — Cos. 31°,44′
= 0,8706420 — 0,8505052 = 0,0201368.

28) Cos. 27α — Cos. 29α = Cos. 30°,36′ — Cos 32°,52′
= 0,8607420 — 0,8399357 = 0,0208063.

29) Cos. 28α — Cos. 30α = Cos. 31°,44′ — Cos. 34°,0′
= 0,8505052 — 0,8290376 = 0,0214676.

30) Cos. 29α — Cos. 31α = Cos. 32°,52′ — Cos. 35°,8′
= 0,8399357 — 0,8178150 = 0,0221207.

31) Cos. 30α — Cos. 32α = Cos. 34°,0′ — Cos. 36°,16′
= 0 8290376 — 0,8062726 = 0,0227650.

32) Cos. 31α — Cos. 33α = Cos. 35°,8′ — Cos. 37°,24′
= 0 8178150 — 0,7944146 = 0,0234004.

33) Cos. 32α — Cos. 34α = Cos. 36°,16′ — Cos. 38°,32′
= 0 8062726 — 0 7822459 = 0,0240267.

34) Cos. 33α — Cos. 35α = Cos. 37°,24′ — Cos. 39°,40′
= 0,7944146 — 0,7697710 = 0,0246436.

35) Cos. 34α — Cos. 36α = Cos. 38°,32′ — Cos. 40°,48′
= 0,7822459 — 0,7569950 = 0,0252509.

36) Cos. 35α — Cos. 37α = Cos. 39°,40′ — Cos. 41°,56′
= 0,7697710 — 0,7439229 = 0,0258481.

37) Cos. 36α — Cos. 38α = Cos. 40°,48′ — Cos. 43°,4′
= 0,7569950 — 0,7305597 = 0,0264353.

38) Cos. 37α — Cos. 39α = Cos. 41°,56′ — Cos 44°,12′
= 0,7439229 — 0,7169106 = 0,0270123.

39) Cos. 38α — Cos. 40α = Cos. 43°,4′ — Cos. 45°,20′
= 0,7305597 — 0,7029810 = 0,0275787.

40) Cos. 39α — Cos. 41α = Cos. 44°,12′ — Cos. 46°,28′
= 0,7169106 — 0,6887764 = 0,0281342.

41) Cos. 40α — Cos. 42α = Cos. 45°,20′ — Cos. 47°,36′
= 0,7029810 — 0,6743024 = 0,0286786.

42) $\text{Cos}.41\alpha - \text{Cos}.43\alpha = \text{Cos}.46^\circ,28' - \text{Cos}.48^\circ,44'$
$= 0,6887764 - 0,6595645 = 0,0292119.$

43) $\text{Cos}.42\alpha - \text{Cos}.44\alpha = \text{Cos}.47^\circ,36' - \text{Cos}\,49^\circ,52'$
$= 0,6743024 - 0,6445685 = 0,0297339.$

44) $\text{Cos}.43\alpha - \text{Cos}.45\alpha = \text{Cos}.48^\circ,44' - \text{Cos}.51^\circ,0'$
$= 0,6595645 - 0,6293204 = 0,0302441.$

45) $\text{Cos}.44\alpha - \text{Cos}.46\alpha = \text{Cos}.49^\circ,52' - \text{Cos}.52^\circ,8'$
$= 0,6445685 - 0,6138260 = 0,0307425.$

46) $\text{Cos}.45\alpha - \text{Cos}.47\alpha = \text{Cos}.51^\circ,0' - \text{Cos}.53^\circ,8'$
$= 0,6293204 - 0,5999549 = 0,0293655.$

47) $\text{Cos}.46\alpha - \text{Cos}.48\alpha = \text{Cos}.52^\circ,8' - 0$
$= 0,6138260 - 0 = 0,6138260.$

b) Wenn man nun die in Nr. a erhaltenen Coſinusdifferenzen d', d'', d'''...., die dort durch 1, 2, 3,......47 bezeichnet ſind, nach der Regel E mit dem nach der Regel B erhaltenen Coefficienten $C = 77,324$ multiplicirt, ſo erhält man die verlangten Factoren m', m'', m''',....., denen wir hier ſogleich nach den Formeln in Nr. 5 den Factor bLg beifügen, wodurch ſich die Normalpreſſungsdifferenzen D', D'', D'''... ergeben, die wir hier durch D^1, D^2, D^3,.... (worin die Zahlen keine Potenzenexponenten bedeuten) bezeichnen. Man erhält hiernach Folgendes:

$D^1 = 0,0605060 \,.\, bLg,$
$D^2 = 0,1209813 \,.\, bLg,$
$D^3 = 0,1814021 \,.\, bLg,$
$D^4 = 0,2417612 \,.\, bLg,$
$D^5 = 0,3020275 \,.\, bLg,$
$D^6 = 0,3621779 \,.\, bLg,$
$D^7 = 0,4221735 \,.\, bLg,$
$D^8 = 0,4820146 \,.\, bLg,$
$D^9 = 0,5416700 \,.\, bLg,$
$D^{10} = 0,6011090 \,.\, bLg,$
$D^{11} = 0,6603160 \,.\, bLg,$
$D^{12} = 0,7192523 \,.\, bLg,$
$D^{13} = 0,7779103 \,.\, bLg,$
$D^{14} = 0,8362668 \,.\, bLg,$
$D^{15} = 0,8943061 \,.\, bLg,$

$D^{16} = 0{,}9519898 \cdot bLg,$

$D^{17} = 1{,}0093024 \cdot bLg,$

$D^{18} = 1{,}0662129 \cdot bLg,$

$D^{19} = 1{,}1227290 \cdot bLg,$

$D^{20} = 1{,}1787734 \cdot bLg,$

$D^{21} = 1{,}2343616 \cdot bLg,$

$D^{22} = 1{,}2894705 \cdot bLg,$

$D^{23} = 1{,}3440844 \cdot bLg,$

$D^{24} = 1{,}3981725 \cdot bLg,$

$D^{25} = 1{,}4517117 \cdot bLg,$

$D^{26} = 1{,}5046786 \cdot bLg,$

$D^{27} = 1{,}5570579 \cdot bLg,$

$D^{28} = 1{,}6088263 \cdot bLg,$

$D^{29} = 1{,}6599607 \cdot bLg,$

$D^{30} = 1{,}7104610 \cdot bLg,$

$D^{31} = 1{,}7602808 \cdot bLg,$

$D^{32} = 1{,}8094125 \cdot bLg,$

$D^{33} = 1{,}8578405 \cdot bLg,$

$D^{34} = 1{,}9055417 \cdot bLg,$

$D^{35} = 1{,}9525006 \cdot bLg,$

$D^{36} = 1{,}9986785 \cdot bLg,$

$D^{37} = 2{,}0440831 \cdot bLg,$

$D^{38} = 2{,}0886991 \cdot bLg,$

$D^{39} = 2{,}1293959 \cdot bLg,$

$D^{40} = 2{,}1754489 \cdot bLg,$

$D^{41} = 2{,}2175440 \cdot bLg,$

$D^{42} = 2{,}2587809 \cdot bLg,$

$D^{43} = 2{,}2991441 \cdot bLg,$

$D^{44} = 2{,}3385948 \cdot bLg,$

$D^{45} = 2{,}3{,}771331 \cdot bLg,$

$D^{46} = 2{,}2706579 \cdot bLg,$

$D^{47} = 47{,}4534816 \cdot bLg.$

Dritter Abſchnitt.

Von dem Geſetze der Fortpflanzung der Preſſungs-Differenzen und den daraus hervorgehenden Preſſungsſummen und Schubkräften.

§. 24.

Vorbereitung zu der Auflöſung der nächſtfolgenden Aufgabe.

Es ſey XCD (Fig 7) der lothrechte Längendurchſchnitt einer ſchiefen Ebene und abcd der Durchſchnitt einer auf dieſer hängenden Maſſe M. Man erwäge nun hier Folgendes:

1) Wenn die M in dem Mittelpuncte g ihrer Durchſchnittsfläche abcd von einer Kraft D angegriffen und gegen die Ebene CX ſo hin gezogen oder gepreßt wird, daß die Richtungslinie des Wirkens der D eine auf der CX ſenkrechte Linie gf... iſt,
ſo leidet die CX den ganzen Druck, mit welchem die Kraft D die M auf die CX aufpreßt, es entſteht in dieſem Falle durch die Kraft in der M kein Beſtreben, ſich auf der CX auf- oder abwärts zu bewegen.

2) Es werde aber die M auf ihrem Rücken von einer Kraft D^* gegen die CX hin ſo gepreßt, daß die Richtungslinie D^*e des Wirkens der D^* auf der Rückenlinie bd der M ſenkrecht ſteht, und es habe die bd gegen die XC nach C hin eine convergierende Lage. In dieſem Falle trifft die Verlängerung go der D^*eg die CX unter einem ſchiefen Winkel goC; die Richtungslinie eo, in welcher ſich die Preſſung der D^* durch die M hindurch gegen die CX fortpflanzt, hat hier eine ſchiefe Lage gegen die CX, und es leidet daher die CX nicht den ganzen Druck der D^*. Die CX wird hier vermittelſt der M durch die D^* ſo afficirt, als wenn in der Stelle o der M eine Kraft $D^{**} = D^*$ angebracht wäre, welche die M von o gegen k hin auf die CX zieht und dadurch die M in gewiſſem Grade auf die CX aufpreßt, nebſt dem aber auch in der M ein Beſtreben erzeugt, auf der CX in der Richtung derſelben nach X hin aufwärts zu ſteigen. Es zerlegt ſich hier die $D^{**} = D^*$ nach einem Parallelogramme okmn, worin $ok = D^{**}$ geſetzt iſt, in zwey Seitenkräfte on oder P und om oder Q, von welchen die eine on den ſenkrechten Druck, welchen die CX von der D^{**}, (oder von der D^* durch die M hindurch) leidet, und die andere om das Bewegungsbeſtreben der M, auf der CX nach X hin aufwärts zu ſteigen, ausdrückt. Findet nun in der Fugenfläche in ac zwiſchen der Maſſe M und der ſchiefen Ebene durch den normalen Druck on oder P, den dieſe Ebene von der M leidet, ein ſolcher Grad

von Reibungswiderſtand Statt, daß dieſer nicht durch das Bewegungsbeſtreben om oder Q der M, auf der CX nach X hin aufwärts zu ſteigen, überwunden werden kann, ſo bleibt die M auf der CX veſt ſitzen und theilt dieſes ihr Beſtreben Q der CX mit, es iſt dann eben ſo, als wenn an der CX in der Richtung derſelben aufwärts nach X hin eine Kraft Q zöge.

§. 25.

Aufgabe: „Es ſoll angegeben werden, wie die in den Rückenflächen der Keile „2, 3, 4.... Statt habenden Preſſungsdifferenzen D′, D″, D‴....(§. 23) ſich von „Keil zu Keil auf die obern Fugenebenen der Keile 3, 4, 5.... fortpflanzen, welche „normale Preſſungsſummen ſie in dieſen Ebenen erzeugen und welche auf die einzelnen Keile 2, 3, 4.... würkenden Seitenkräfte hierbey übrig bleiben."

Auflöſung:

1) Für die Preſſungsdifferenz D′ zwiſchen den Keilen 1 und 2 in Bezug auf den Rücken a″C des 3 (Fig. 6).

Die wegen der Ueberwucht des 1 über den ſeichter liegenden Keil 2 in der Stelle K der a′B′ concentrirt gedachte und auf der Fugenfläche in a′B′ ſenkrechte Preſſungsdifferenz D′ preßt den Keil 2 in der Richtungslinie Kg″o an den Rücken in a″C′ des Keiles 3 an. Dieſe Linie Kg″o trifft die Rückenfläche des 3 in einer Stelle o, und zwar unter einem ſchiefen Winkel KoC = 90 — α, weil das Δeck oKC bey K rechtwinklicht und der W. oCK = α iſt. Deswegen aber zerlegt ſich nach dem vorigen Paragraphen dieſe Preſſungsdifferenz D′ in der Stelle o nach dem Parallelgramme okmn, worin ok = D′ und no auf a″C′ ſenkrecht ſeyn ſoll, in zwey Seitenkräfte; in eine auf der a″C′ normale Preſſung on oder P′, welche der Keil 3 von dem 1 her vermittelſt des 2 leidet, und in eine nach der Richtung a″C′ ſeiner Rückenfläche aufwärts würkende Kraft om oder Q′, die alſo für die Normalpreſſung des Keiles 2 auf den 3 verloren geht und dem 2 als ein Beſtreben bleibt, ſich auf der Rückenfläche des 3 nach C′ hin aufwärts zu bewegen, welchem Beſtreben der zwiſchen 2 und 3 Statt habende Reibungswiderſtand entgegen würkt. In dem Parallelogramme okmn iſt der W. kom = KoC = 90° — α, folgl. der W. okm = α = kon, weil m = 90° ſeyn ſoll; man hat alſo

$$on \text{ oder } P' = ok \cdot \text{Cos.}\,\alpha = D' \cdot \text{Cos}\,\alpha,$$
$$om \text{ oder } Q' = ok \cdot \text{Sin.}\,\alpha = D' \cdot \text{Sin.}\,\alpha.$$

„Die nächſte Würkung alſo, welche die von dem Keile 1 herkommende und in „der erſten Fugenfläche in a′B′ Statt habende Preſſungsdifferenz D′ in dem Bogen „K′K″A′A ausübt, beſteht in den beiden von ihr erzeugten und in der zweiten Fugen- „fläche a″C′ am Keile 3 würkſamen Kräften P′ und Q′, von welchen die letztere

„nicht mehr für die Preſſung der ferner folgenden Keile würkſam ſeyn kann, was hinge„gen bey P′ nicht Statt findet.“

2) Für die Preſſungsdifferenz D″ zwiſchen den Keilen 2 und 3 und der hier dazu kommenden Normalpreſſung P′ = D′ Cos. α in Bezug auf den Rücken a‴D′ des Keiles 4.

Die wegen der Ueberwucht des Keiles 2 über den ſeichter liegenden Keil 3 in der Stelle L concentrirt gedachte Preſſungsdefferenz D″, welche da auf der Fugenlinie a″C′ normal iſt, preßt den Keil 3 in der Richtungslinie Lg‴o an den Rücken in a‴D′ des Keiles 4 an. Dazu kommt aber hier auch noch jene normale Preſſung on oder P′ = D′ Cos. α, die der Keil 3 in der Stelle o ſeiner Fugenlinie a′C′ von der Preſſungsdifferenz D′ leidet; dieſe würkt in Verbindung mit der D′ auf die Rückenfläche des Keiles 4. Obgleich hier die Stelle o in der Fuge a″C′ des 3, worin die P′ concentrirt gedacht wird, von der Stelle L, worin man ſich hier die D″ concenrtirt denkt, um die Linie Lo entfernt iſt, ſo iſt doch dieſe Lo ſo klein, daß man hier füglich annehmen kann, „die beiden auf der a″C′ normalen und auf die Rückenfläche „in a‴D′ des Keiles 4 würkſamen Preſſungen D″ und P′ ſeyen in der Stelle L „beiſammen und würken von dieſer Stelle aus zuſammen durch den Keil 3 hin„durch in der Richtungslinie Lg″o auf die Stelle o der Fugenlinie a‴D des „Keiles 4.“ Daß aber Lo in allen Fällen eine höchſt unbedeutende Größe ſey, davon kann man ſich leicht auf folgende Weiſe überzeugen. Der W. KoC oder Log″ iſt = 90° — α, weswegen Lg″o = α ſeyn muß, da der W. bey L = 90° iſt; nun iſt aber Lo = g″L. Tang. α und die Größen g″L und α ſind bey Gewölbbögen ſtets ſehr kleine Größen; g″L iſt wohl ſelten größtr als 0,9 Fuß und der W. α iſt niemaals > 5°, daher die Lo nie 0,9. Tang. 5° = 0,9 × 0,0875 = 0,079 Fußen = 7,9 Linien. — Wir nehmen alſo an, in der Stelle L der Fugenlinien a″C′ des 3 ſey auf dieſer normal eine Preſſungsſumme D″ + P′ würkſam und dieſe würke von L aus durch den Keil 3 hindurch in der Richtung Lg‴o auf die Stelle o der Fugenlinie des 4. Dieſe Richtung Lg‴o trifft die Rückenfläche des 4 unter dem ſchiefen W. CoL, welcher = 90°—α ſeyn muß, weil bey L ein rechter Winkel iſt. Deswegen zerlegt ſich hier die Preſſungsſumme D″ + P′ nach dem Parallelogramme olmn, worin ol = D″ + P′ und der W. nom = 90° ſeyn ſoll und worin ferner lom = LoC = 90 — α und folgl. mlo = α = nol iſt, in zwey Seitenkräfte in eine on oder P″, die auf a‴D′ normal und alſo das Maximum iſt, was die Rückenfläche des 4 von der Summe D″ + P′ erfahren kann, und in eine om oder Q″, die nichts zur Normalpreſſung der Rückenfläche des 4 beitragen kann, die dem 3 übrig bleibt, in der Richtung dieſer Fläche nach D′ hin auf dem 4 aufwärts zu ſteigen, welchem Beſtreben des 3 der Reibungswiederſtand, der in a‴D′ Statt haben muß, entgegen würkt, ſo daß alſo dem 4 das Bewegungsbeſtreben om oder Q″ von dem 3 mitgetheilt wird. Es iſt alſo hier in a‴D am Keile 4 nach dem Parallelogramme olmn würkſam: die

$$\text{on oder } P'' = ol.\ \text{Cos.}\,\alpha = (D'' + P')\ \text{Cos.}\,\alpha$$
$$= (D'' + D'\ \text{Cos.}\,\alpha)\ \text{Cos.}\,\alpha \text{ und die}$$
$$\text{om oder } Q'' = ol.\ \text{Sin.}\,\alpha = (D'' + P')\ \text{Sin}\,\alpha$$
$$= (D'' + D'\ \text{Cos.}\,\alpha).\ \text{Sin.}\,\alpha$$

„Die fernere Würkung alſo, welche die von den Keilen 1 und 2 herkommenden und „in der erſten und zweiten Fugenfläche Statt habenden Preſſungsdifferenzen D′, D″ „in dem Bogen K′K″A′A ausüben, beſteht in den beiden von ihnen erzeugten und „in der dritten Fugenfläche am Keile 4 würkſamen Kräften P″ und Q″, von „welchen die Q″ nicht mehr für Preſſungen der folgenden Keile würkſam ſeyn kann, „was hingegen bey der P″ Statt hat. — — Zuſammengenommen beſtehen „alſo die Würkungen der D′ und D″

„in der im Rücken des 3 an dieſem von o nach C′ hin würkenden Q′,
„— — : — — 4 : — von o nach D′ hin würkenden Q″,
„— — : — — 4 auf — von o nach n hin preſſenden P″.

3) Für die D‴ zwiſchen 3 und 4 und den zu ihr kommenenden Druck on oder $P'' = (D'' + P')$ Cos. α in Bezug auf den Rücken a‴E′ des Keiles 5.

Dieſelbe Betrachtung, die in voriger Nr. 2 von dem Keile 3 her für die Preſſungsſumme $D'' + P'$ in Bezug auf die Rückenfläche in a‴D′ des Keiles 4 angeſtellt worden iſt, läßt ſich nun auch für die in der a‴D′ in der Stelle M concentrirt gedachte Preſſungsſumme $D''' + P''$ in Bezug auf den Rücken des Keiles 5 anſtellen. Da erhält man für die Fuge a⁗E′ des 5 Folgendes:

$$\text{on oder } P''' = o\mu\ .\ \text{Cos.}\,\alpha = (D''' + P'')\ \text{Cos.}\,\alpha$$
$$= (D''' + D''.\ \text{Cos.}\,\alpha + D'\ \text{Cos.}\,\alpha^2)\ \text{Cos.}\,\alpha,$$
$$\text{om oder } Q''' = o\mu\ \text{Sin.}\,\alpha = (D''' + P'')\ \text{Sin.}\,\alpha$$
$$= (D''' + D''\ \text{Cos.}\,\alpha + D'.\ \text{Cos.}\,\alpha^2)\ \text{Sin.}\,\alpha.$$

4) Stellt man nun von der Scheitelfuge AA′ an die Preſſungeu zwiſchen 1 und 2, 2 und 3, 3 und 4, ꝛc. gehörig in der Ordnung auf, ſo erhält man (weil in der AA′ keine Preſſungsdifferenz D Statt hat und ſich alſo auch von der AA′ an nichts auf die folgenden Fugenflächen fortpflanzen kann, und in der Fuge zwiſchen 1 und 2 blos die Preſſungsdifferenz D′ allein würkſam iſt, da hingegen in den folgenden Fugen nicht blos die ihnen zugehörenden Preſſungsdifferenzen D″, D‴...., ſondern nebſt dieſen auch noch die Preſſungen P′, P″, P‴...., welche von den auf dieſe Fugen einwirkenden Differenzen D′, D″, D‴... herkommen, Statt haben) folgende Preſſungsſummen 𝔓′, 𝔓″, 𝔓‴..., welche die oberſten Fugenflächen der Keile 2, 3, 4.... von den ihnen voraus gehenden Keilen leiden. In ſeiner obern Fugenfläche leidet

der Keil 2 eine $\mathfrak{P}' = D'$ (von dem 1),
— — 3 — $\mathfrak{P}'' = D'' + P' = D'' + D' \text{Cos.}\,\alpha$ (von dem 2 und 1),
— — 4 — $\mathfrak{P}''' = D''' + P'' = D''' + D'' \text{Cos.}\,\alpha + D'' \text{Cos.}\,\alpha^2$, (von dem 3, 2, 1),
— — 5 — $\mathfrak{P}'''' = D'''' + P''' = D'''' + D''' \text{Cos}\,\alpha + D''. \text{Cos}\,\alpha^2 + D' \text{Cos.}\,\alpha^3$
(von dem 4, 3, 2, 1).

u. ſ. f.; alſo leidet

der Keil (n+1) eine $\mathfrak{P}^n = D^n + P^{n-1}$
$= D^n + D^{n-1}. \text{Cos.}\,\alpha + D^{n-2}. \text{Cos}\,\alpha^2 + D^{n-3}. \text{Cos.}\,\alpha^3 + \ldots\ldots$
$+ D^3 \text{Cos.}\,\alpha^{n-3} + D^2. \text{Cos.}\,\alpha^{n-2} + D^1. \text{Cos.}\,\alpha^{n-1}.$

Will man alſo die Preſſungsſumme für eine mittlere Stelle in der Widerlager fuge K'K'' haben, ſo darf man nur das Widerlager als den auf die n Keile des halben Gewölbbogens folgenden (n + 1)ſten Keil anſehen und dafür $\mathfrak{P}^{(n)}$ berechnen, wobey man aber dann auch wohl zu beachten hat, daß hier in der nten Differenz $D^{(n)}$ der Subtractor = 0 iſt, weil das Widerlager nicht normal aufwärts reagirt (vrgl. §. 22, Nr. 4 und 5) und daß auch in dem Falle, wenn der Bogen unten aus einer ruhigen Schicht beſteht, die Subtractoren in den die Keile dieſer Schicht betreffenden Differenzen = 0 geſetzt werden müßen.

5) Was ferner die in Nr. 1, 2, 3..... erhaltenen Kräfte Q', Q'', Q'''..... betrifft, ſo ergiebt ſich für dieſe Folgendes:

In der Rückenfläche des 3 war nach Nr. 1

die $Q' = D'. \text{Sin.}\,\alpha$,
da aber nach Nr. 4 die $\mathfrak{P}' = D'$ iſt, ſo folgt
daß $Q' = \mathfrak{P}'. \text{Sin.}\,\alpha$ ſey;

in der Rückenfläche des 4 war nach Nr. 2

die $Q'' = (D'' + P') \text{Sin.}\,\alpha$,
da aber nach Nr. 4 die $\mathfrak{P}'' = D'' + P'$ iſt, ſo folgt,
daß $Q'' = \mathfrak{P}''. \text{Sin.}\,\alpha$ ſey;

in der Rückenfläche des 5 war nach Nr. 3

die $Q''' = (D''' + P'') \text{Sin.}\,\alpha$,
da aber nach Nr. 4 die $\mathfrak{P}''' = D''' + P''$ iſt, ſo folgt
daß $Q''' = \mathfrak{P}'''. \text{Sin}\,\alpha$ ſey,

u. ſ. f.; alſo iſt

allgemein in der Rückenfläche des Keiles (n + 1)

die $Q^{n-1} = \mathfrak{P}^{n-1}. \text{Sin.}\,\alpha$.

„Wenn man demnach für den nten Keil die Normalpreſſungsſumme $\mathfrak{P}^{n-1}$ weis, die „er in ſeiner Rückenfläche leidet, und ſich durch ihn hindurch auf den $(n+1)$ſten „Keil fortpflanzt, ſo darf man nur dieſe $\mathfrak{P}^{n-1}$ mit Sin. α multipliciren, wodurch man das „Bewegungsbeſtreben Q^{n-1} erhält, womit der nte Keil auf der Rückenfläche des „$(n+1)$ſten Keiles aufwärts zu gleiten beſtrebt iſt und welches er dieſem $(n+1)$ſten „Keile, auf dem er wegen des Frictionswiderſtandes hängen bleibt, mittheilt."

§. 26.

Aufgabe: „Man ſoll angeben, wie man in der Reihe der $\mathfrak{P}'$, $\mathfrak{P}''$ ꝛc. eine „jede folgende Preſſungsſumme aus der ihr zunächſt vorhergehenden ableiten könne.

Auflöſung: 1) Nach §. 25, Nr. 4 erhält man hier Folgendes: Es iſt

$$\mathfrak{P}' = D' + 0,$$
$$\mathfrak{P}'' = D'' + D' \text{ Cos.}\alpha, \quad \text{alſo} \quad = D'' + \mathfrak{P}' \text{ Cos.}\alpha,$$
$$\mathfrak{P}''' = D''' + D'' \text{ Cos}\,\alpha + D' \text{ Cos.}\alpha^2 = D''' + [D'' + D' \text{ Cos}\,\alpha^2] \text{ Cos.}\alpha,$$
$$\text{alſo} = D''' + \mathfrak{P}'' \text{ Cos.}\alpha,$$
$$\mathfrak{P}'''' = D'''' + D''' \text{ Cos.}\alpha + D'' \text{ Cos.}\alpha^2 + D'.\text{ Cos.}\alpha^3$$
$$= D'''' + [D''' + D'' \text{ Cos.}\alpha + D'.\text{ Cos.}\alpha^2] \text{ Cos.}\alpha,$$
$$\text{alſo} = D'''' + \mathfrak{P}'''.\text{ Cos.}\alpha,$$
u. ſ. f.

2) Man hat demnach folgende Sätze: Von allen den vorausgehenden Keilen leidet in ſeiner Rückenfläche:

der Keil 2 eine $\mathfrak{P}' = D'$,
— — 3 — $\mathfrak{P}'' = D'' + \mathfrak{P}'\,.\text{ Cos.}\alpha$,
— — 4 — $\mathfrak{P}''' = D''' + \mathfrak{P}''\,.\text{ Cos.}\alpha$,
— — 5 — $\mathfrak{P}'''' = D'''' + \mathfrak{P}'''\,.\text{ Cos.}\alpha$,
⋮
der Keil $(n+1)$ eine $\mathfrak{P}^n = D^n + \mathfrak{P}^{(n-1)}.\text{ Cos.}\alpha$.

3) Regel: „Jede folgende $\mathfrak{P}^r$ wird aus der ihr vorausgehenden $\mathfrak{P}^{r-1}$ erhalten, „wenn man dieſe $\mathfrak{P}^{r-1}$ mit Cos. α multiplicirt und das Product $\mathfrak{P}^{r-1}$ Cos. α zu der „ſovielſten Differenz, als die wievielſte $\mathfrak{P}^r$ man haben will, alſo zu der D^r, „addirt

§. 27.

Aufgabe: „Man ſoll die in Nr. 2 des vorigen Paragraphens für „$\mathfrak{P}'$, $\mathfrak{P}''$, $\mathfrak{P}'''$,...... $\mathfrak{P}^{(n)}$ erhaltenen Ausdrücke durch die in §. 23, Nr. 5 angegebenen „Differenzenausdrücke, in welchen hier die Zahlenwerthe der Factoren m', m'', m''', ... „$m^{(n)}$ als ſchon berechnet angenommen werden, ausdrücken.

Auflöſung: 1) Nach §. 26, Nr. 2 und §. 23, Nr. 5 ergiebt ſich hier Folgendes:

$\mathfrak{P}' = D' = m'bLg$, oder wenn man m' durch μ' bezeichnet, $\mu'bLg$,

$$\mathfrak{P}'' = D'' + \mathfrak{P}' \text{ Cos } \alpha = m''bLg + \mu' bLg . \text{Cos.} \alpha$$
$$= (m'' + \mu' \text{ Cos.} \alpha)\, bLg \qquad = \mu''bLg,$$
$$\mathfrak{P}''' = D''' + \mathfrak{P}'' \text{ Cos } \alpha = m'''bLg + \mu''bLg . \text{Cos.} \alpha$$
$$= (m''' + \mu'' \text{ Cos.} \alpha)\, bLg \qquad = \mu'''bLg,$$
$$\mathfrak{P}'''' = D'''' + \mathfrak{P}''' \text{ Cos.} \alpha = m''''bLg + \mu'''bLg . \text{Cos.} \alpha$$
$$= (m'''' + \mu'''' \text{ Cos.} \alpha)\, bLg \qquad = \mu''''bLg.$$

Demnach iſt allgemein

$$\mathfrak{P}^n = D^n + \mathfrak{P}^{n-1}. \text{ Cos.} \alpha = (m^n + \mu^{n-1}. \text{ Cos } \alpha)\, bLg = \mu^n . bLg.$$

2) Man hat demnach

$$\mathfrak{P}' = \mu' \; bLg,$$
$$\mathfrak{P}'' = \mu'' \; bLg,$$
$$\mathfrak{P}''' = \mu''' \; bLg,$$
$$\mathfrak{P}'''' = \mu'''' \; bLg,$$
$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$
$$\mathfrak{P}^n = \mu^n \; bLg;$$

und darin iſt

$$\mu' = m',$$
$$\mu'' = m'' + \mu' \text{ Cos.} \alpha,$$
$$\mu''' = m''' + \mu'' \text{ Cos.} \alpha,$$
$$\mu'''' = m'''' + \mu''' \text{ Cos } \alpha,$$
$$\vdots$$
$$\mu^n = m^n + \mu^{n-1} \text{ Cos } \alpha.$$

3) Regel. Man nehme die in §. 23, Nr. 6, F, b berechneten Werthe der dortigen Factoren

m', m'', m''', m'''', ... m^n

(von welchen der Factor m^n nach der dortigen Bemerkung den **größten** Werth hat), und berechne aus dieſen und dem ſchon bekannten Cos. α die Größen μ', μ'', μ''', μ'''', ..., μ^n, indem man, wenn man irgend eine Größe μ^r erhalten hat, dieſe mit Cos. α multiplicirt und das Product μ^r . Cos α zu dem Factor m^{r-1} addirt, wodurch man die Größe μ^{r-1} erhält. Die erhaltenen Zahlenwerthe von μ', μ'', μ''', ..., μ^n ſetze man dem Producte bLg als Factoren vor, ſo erhält man die Preſſungsſummen $\mathfrak{P}'$, $\mathfrak{P}''$, $\mathfrak{P}'''$, ..., $\mathfrak{P}^n$.

4) **Exempel**: Nach §. 23, Nr. 6, F, b iſt der Keilwinkel $\alpha = 1°, 8'$ geſetzt und für dieſen ſind dort die Factoren m', m'' m''' ꝛc., die wir hier durch m^1, m^2, m^3.... m^{46}, m^{47} bezeichnen (worin die Zahlen bloſe Ordnungsexponenten bedeuten) als berechnet aufgeſtellt worden. Alſo iſt hier der Cos α = Cos. 1°, 8' = 0,9998044, wofür man hier mit zureichender Genauigkeit nur 0,9998 ſetzen kann; denn es iſt offenbar genau genug, wenn man die Größen μ bis auf die **ſiebente** Decimalſtelle vollkommen genau ausrechnet; da aber die Factoren m^1, m^2, m^3 ꝛc. wenigſtens bis auf die ſechſte Decimalſtelle genau berechnet worden ſind, und die **vierte** Decimalſtelle in 0,9998 mit der **ſechſten** Decimalſtelle eines der Factoren m^1, m^2 ꝛc. multiplicirt eine **zehnte** Decimalſtelle geben muß, ſo erhält man ganz gewiß die Werthe von μ' μ'' μ''' ꝛc. bis in die **ſiebente** Decimalſtelle genau, obſchon man bey der Berechnung dieſer Werthe den Cos. 1°, 8' nur bis in die vierte Decimalſtelle ausgedrückt anwendet. Nach den in voriger Nr. 2 für die Größen μ', μ'', μ''' ꝛc., die wir nun auch durch μ^1, μ^2, μ^3,.... bezeichnen, angebenen Formeln und den für die Factoren m^1, m^2, m^3, ꝛc. in §. 23, Nr. 6, F, b angegebenen Zahlenwerthen ergeben ſich nun die Werthe von μ^1, μ^2, μ^3 ꝛc., wie hier folgt:

$\mu^1 = 0{,}0605060 = m^1$.
$\mu^2 = 0{,}1209813 + 0{,}0605060 \cdot 0{,}9998 = 0{,}1814752$.
$\mu^3 = 0{,}1814021 + 0{,}1814752 \cdot 0{,}9998 = 0{,}3628409$.
$\mu^4 = 0{,}2417612 + 0{,}3628409 \cdot 0{,}9998 = 0{,}6045295$.
$\mu^5 = 0{,}3020275 + 0{,}6045295 \cdot 0{,}9998 = 0{,}9064361$.
$\mu^6 = 0{,}3621779 + 0{,}9064361 \cdot 0{,}9998 = 1{,}2684327$.
$\mu^7 = 0{,}4221735 + 1{,}2684327 \cdot 0{,}9998 = 1{,}6903525$.
$\mu^8 = 0{,}4820146 + 1{,}6903525 \cdot 0{,}9998 = 2{,}1720290$.
$\mu^9 = 0{,}5416700 + 2{,}1720290 \cdot 0{,}9998 = 2{,}7132646$.
$\mu^{10} = 0{,}6011090 + 2{,}7132646 \cdot 0{,}9998 = 3{,}3138309$.
$\mu^{11} = 0{,}6603160 + 3{,}3138309 \cdot 0{,}9998 = 3{,}9734841$.
$\mu^{12} = 0{,}7192523 + 3{,}9734841 \cdot 0{,}9998 = 4{,}6919417$.
$\mu^{13} = 0{,}7779103 + 4{,}6919417 \cdot 0{,}9998 = 5{,}4689136$.

$\mu^{14} = 0{,}8362668 + 5{,}4689136 \cdot 0{,}9998 = 6{,}3621259.$

$\mu^{15} = 0{,}8943061 + 6{,}3621259 \cdot 0{,}9998 = 7{,}2551595.$

$\mu^{16} = 0{,}9519898 + 7{,}2551598 \cdot 0{,}9998 = 8{,}2056982.$

$\mu^{17} = 1{,}0093024 + 8{,}2056982 \cdot 0{,}9998 = 9{,}2133594.$

$\mu^{18} = 1{,}0662129 + 9{,}2133594 \cdot 0{,}9998 = 10{,}2777296.$

$\mu^{19} = 1{,}1227290 + 10{,}2777296 \cdot 0{,}9998 = 11{,}3984030.$

$\mu^{20} = 1{,}1787734 + 11{,}3984030 \cdot 0{,}9998 = 12{,}5758967.$

$\mu^{21} = 1{,}2343616 + 12{,}5758967 \cdot 0{,}9998 = 13{,}8077431.$

$\mu^{22} = 1{,}2894705 + 13{,}8077431 \cdot 0{,}9998 = 15{,}0944520.$

$\mu^{23} = 1{,}3440844 + 15{,}0944520 \cdot 0{,}9998 = 16{,}4355175.$

$\mu^{24} = 1{,}3981725 + 16{,}4355175 \cdot 0{,}9998 = 17{,}8304028.$

$\mu^{25} = 1{,}4517117 + 17{,}8304028 \cdot 0{,}9998 = 19{,}2785484.$

$\mu^{26} = 1{,}5046786 + 19{,}2785484 \cdot 0{,}9998 = 20{,}7793712.$

$\mu^{27} = 1{,}5570579 + 20{,}7793712 \cdot 0{,}9998 = 22{,}3322732.$

$\mu^{28} = 1{,}6088263 + 22{,}3322732 \cdot 0{,}9998 = 23{,}9366330.$

$\mu^{29} = 1{,}6599607 + 23{,}9366330 \cdot 0{,}9998 = 25{,}5918063.$

$\mu^{30} = 1{,}7104610 + 25{,}5918063 \cdot 0{,}9998 = 27{,}2971489.$

$\mu^{31} = 1{,}7602808 + 27{,}2971489 \cdot 0{,}9995 = 29{,}0519702.$

$\mu^{32} = 1{,}8094125 + 29{,}0519702 \cdot 0{,}9995 = 30{,}8555723.$

$\mu^{33} = 1{,}8578405 + 30{,}8555723 \cdot 0{,}9995 = 32{,}7072416.$

$\mu^{34} = 1{,}9055417 + 32{,}7072416 \cdot 0{,}9995 = 34{,}6062418.$

$\mu^{35} = 1{,}9525006 + 34{,}6062418 \cdot 0{,}9995 = 36{,}5518211.$

$\mu^{36} = 1{,}9986785 + 36{,}5518211 \cdot 0{,}9998 = 38{,}5431892.$

$\mu^{37} = 2{,}0440831 + 38{,}5431892 \cdot 0{,}9998 = 40{,}5795636.$

$\mu^{38} = 2{,}0886991 + 40{,}5795636 \cdot 0{,}9998 = 42{,}6601467.$

$\mu^{39} = 2{,}1293959 + 42{,}6601467 \cdot 0{,}9998 = 44{,}7810105.$

$\mu^{40} = 2{,}1754489 + 44{,}7810105 \cdot 0{,}9998 = 46{,}9475031.$

$\mu^{41} = 2{,}2175440 + 46{,}9475031 \cdot 0{,}9998 = 49{,}1556575.$

$\mu^{42} = 2{,}2587809 + 49{,}1156575 \cdot 0{,}9998 = 51{,}4046072.$

$\mu^{43} = 2{,}2991441 + 51{,}4046072 \cdot 0{,}9998 = 53{,}6934703.$

$\mu^{44} = 2{,}3385948 + 53{,}6934703 \cdot 0{,}9998 = 56{,}0213264.$

$\mu^{45} = 2{,}3771331 + 56{,}0213264 \cdot 0{,}9998 = 58{,}3872552.$

$$\mu^{46} = 2{,}2706579 + 58{,}3872552 \,.\, 0{,}9998 = 60{,}6462356.$$

$$\mu^{47} = 47{,}4534816 + 60{,}6462356 \,.\, 0{,}9998 = 108{,}0875879.$$

Wenn man nun mit dieſen Werthen von μ^1, μ^2, μ^3 ꝛc. das Product bLg multiplicirt, ſo erhält man folgende Werthe für $\mathfrak{P}^1$, $\mathfrak{P}^2$, $\mathfrak{P}^3$,..... $\mathfrak{P}^{46}$, $\mathfrak{P}^{47}$:

$\mathfrak{P}^{1}$ = 0,0605060 . bLg = μ^{1}. bLg,

$\mathfrak{P}^{2}$ = 0,1814752 . bLg = μ^{2}. bLg,

$\mathfrak{P}^{3}$ = 0,3628409 . bLg = ꝛc.

$\mathfrak{P}^{4}$ = 0,6045295 . bLg,

$\mathfrak{P}^{5}$ = 0,9064361 . bLg,

$\mathfrak{P}^{6}$ = 1,2684327 . bLg,

$\mathfrak{P}^{7}$ = 1,6903525 . bLg,

$\mathfrak{P}^{8}$ = 2,1720290 . bLg,

$\mathfrak{P}^{9}$ = 2,7132646 . bLg,

$\mathfrak{P}^{10}$ = 3,3138309 . bLg,

$\mathfrak{P}^{11}$ = 3,9734841 . bLg,

$\mathfrak{P}^{12}$ = 4,69194[illegible]7 . bLg,

$\mathfrak{P}^{13}$ = 5,4689136 . bLg,

$\mathfrak{P}^{14}$ = 6,3621259 . bLg,

$\mathfrak{P}^{15}$ = 7,2551595 . bLg,

$\mathfrak{P}^{16}$ = 8,2056982 . bLg,

$\mathfrak{P}^{17}$ = 9,2133594 . bLg,

$\mathfrak{P}^{18}$ = 10,2777296 . bLg,

$\mathfrak{P}^{19}$ = 11,3984030 . bLg,

$\mathfrak{P}^{20}$ = 12,5758967 . bLg,

$\mathfrak{P}^{21}$ = 13,8077431 . bLg,

$\mathfrak{P}^{22}$ = 15,0944520 . bLg,

$\mathfrak{P}^{23}$ = 16,4555175 . bLg,

$\mathfrak{P}^{24}$ = 17,8304028 . bLg,

$\mathfrak{P}^{25}$ = 19,2785484 . bLg,

$\mathfrak{P}^{26}$ = 20,7793712 . bLg,

$\mathfrak{P}^{27}$ = 22,3322732 . bLg,

$\mathfrak{P}^{28}$ = 23,9366330 . bLg,

$\mathfrak{P}^{29} = 25{,}5918063 \cdot \mathrm{bLg},$
$\mathfrak{P}^{30} = 27{,}2971489 \cdot \mathrm{bLg},$
$\mathfrak{P}^{31} = 29{,}0519702 \cdot \mathrm{bLg},$
$\mathfrak{P}^{32} = 30{,}8555723 \cdot \mathrm{bLg},$
$\mathfrak{P}^{33} = 32{,}7072416 \cdot \mathrm{bLg},$
$\mathfrak{P}^{34} = 34{,}6062418 \cdot \mathrm{bLg},$
$\mathfrak{P}^{35} = 36{,}5518211 \cdot \mathrm{bLg},$
$\mathfrak{P}^{36} = 38{,}5431892 \cdot \mathrm{bLg},$
$\mathfrak{P}^{37} = 40{,}5795636 \cdot \mathrm{bLg},$
$\mathfrak{P}^{38} = 42{,}6601467 \cdot \mathrm{bLg},$
$\mathfrak{P}^{39} = 44{,}7810105 \cdot \mathrm{bLg},$
$\mathfrak{P}^{40} = 46{,}9475031 \cdot \mathrm{bLg},$
$\mathfrak{P}^{41} = 49{,}1556575 \cdot \mathrm{bLg},$
$\mathfrak{P}^{42} = 51{,}4046072 \cdot \mathrm{bLg},$
$\mathfrak{P}^{43} = 53{,}6934703 \cdot \mathrm{bLg},$
$\mathfrak{P}^{44} = 56{,}0213264 \cdot \mathrm{bLg},$
$\mathfrak{P}^{45} = 58{,}3872552 \cdot \mathrm{bLg},$
$\mathfrak{P}^{46} = 60{,}6462356 \cdot \mathrm{bLg},$
$\mathfrak{P}^{47} = 108{,}0875879 \cdot \mathrm{bLg}$ Pfunden.

Zuſatz. Nach den in voriger Nr. 2 erhaltenen Formeln für $\mathfrak{P}'$, $\mathfrak{P}''$ ꝛc. ergeben ſich nun die Schubkräfte

$Q', Q'' \ldots\ldots Q^{n-1}$, wie hier folgt:

$$Q' = \mathfrak{P}' \cdot \mathrm{Sin.}\alpha = \mu' \cdot \mathrm{Sin.}\alpha \times \mathrm{bLg} = m' \cdot \mathrm{bLg},$$
$$Q'' = \mathfrak{P}'' \cdot \mathrm{Sin.}\alpha = \mu'' \cdot \mathrm{Sin.}\alpha \times \mathrm{bLg} = m'' \cdot \mathrm{bLg},$$
$$Q''' = \mathfrak{P}''' \cdot \mathrm{Sin.}\alpha = \mu''' \cdot \mathrm{Sin.}\alpha \times \mathrm{bLg} = m''' \cdot \mathrm{bLg},$$
$$Q'''' = \mathfrak{P}'''' \cdot \mathrm{Sin.}\alpha = \mu'''' \cdot \mathrm{Sin.}\alpha \times \mathrm{bLg} = m'''' \cdot \mathrm{bLg},$$
$$\vdots$$
$$Q^{n-1} = \mathfrak{P}^{n-1} \cdot \mathrm{Sin.}\alpha = \mu^{n-1} \cdot \mathrm{Sin.}\alpha \times \mathrm{bLg} = m^{n-1} \cdot \mathrm{bLg}.$$

Regel. Man nehme alſo die vorhin berechnete Reihe der Größen

$$\mu', \mu'', \mu''', \ldots\ldots\ldots \mu^{n-1},$$

multiplicire jedes Glied derſelben mit Sin α, dann erhält man die Reihe der Zahlencoefficienten

$$m', m'', m''', \ldots\ldots\ldots m^{n-1},$$

die man dem Producte bLg beizufügen hat, um die Reihe der (n—1) Schubkräfte

$$Q', \; Q'', \; Q''', \; \ldots\ldots\ldots \; Q^{n-1}$$

zu erhalten.

Exempel Es iſt hier der Sin. α = Sin. 1°,8′ = 0,0197791, wofür man hier füglich 0,02 ſetzen kann. Die Kräfte Q', Q'' ꝛc. ſind nämlich die ſchädlichen und müßen vorſichtiger Weiſe eher etwas zu groß, als zu klein berechnet werden, zumal, wenn man, wie es der Fall iſt, weis, daß man die Preſſungen P', P'' ꝛc., von welchen die Q', Q'' ꝛc. herkommen, nicht völlig genau habe erhalten können. Man multipliciere alſo die vorhin berechneten Werthe von $P^1, P^2, P^3, \ldots, P^{46}$ mit 0,02, ſo erhält man die Werthe $Q^1, Q^2, Q^3, \ldots\ldots, Q^{46}$ und in dieſen die Zahlencoefficienten $m^1, m^2, m^3, \ldots\ldots m^{46}$, wie hier folgt:

$Q^1 = 0{,}0012101 \cdot bLg = m^1 \cdot bLg,$
$Q^2 = 0{,}0036295 \cdot bLg = m^2 \cdot bLg,$
$Q^3 = 0{,}0072568 \cdot bLg = m^3 \cdot bLg,$
$Q^4 = 0{,}0120905 \cdot$ " u. ſ. f.
$Q^5 = 0{,}0181287 \cdot$ "
$Q^6 = 0{,}0253686 \cdot$ "
$Q^7 = 0{,}0338070 \cdot$ "
$Q^8 = 0{,}0434405 \cdot$ "
$Q^9 = 0{,}0542656 \cdot$
$Q^{10} = 0{,}0667766 \cdot$
$Q^{11} = 0{,}0794696 \cdot$
$Q^{12} = 0{,}0938388 \cdot$
$Q^{13} = 0{,}1093782 \cdot$
$Q^{14} = 0{,}1272425 \cdot$
$Q^{15} = 0{,}1451039 \cdot$
$Q^{16} = 0{,}1641139 \cdot$
$Q^{17} = 0{,}1842671 \cdot$
$Q^{18} = 0{,}2055545 \cdot$
$Q^{19} = 1{,}2279680 \cdot$
$Q^{20} = 0{,}2515179 \cdot$
$Q^{21} = 0{,}2761548 \cdot$
$Q^{22} = 0{,}3018890 \cdot$

$Q^{23} = 0,3287103$. :
$Q^{24} = 0,3566080$. :
$Q^{25} = 0,3855709$. :
$Q^{26} = 0,4155874$. :
$Q^{27} = 0,4466454$. :
$Q^{28} = 0,4787326$. :
$Q^{29} = 0,5118361$. :
$Q^{30} = 0,5459429$. :
$Q^{31} = 0,5813494$. :
$Q^{32} = 0,6171114$. :
$Q^{33} = 0,6541483$. :
$Q^{34} = 0,6921248$. :
$Q^{35} = 0,7310364$. :
$Q^{36} = 0,7708637$. :
$Q^{37} = 0,8115912$. :
$Q^{38} = 0,8532029$. :
$Q^{39} = 0,8956202$. :
$Q^{40} = 0,9399500$. :
$Q^{41} = 0,9831131$. :
$Q^{42} = 1,0280921$. :
$Q^{43} = 1,0738694$. :
$Q^{44} = 1,1204625$. :
$Q^{45} = 1,1677451$. :
$Q^{46} = 1,2129247$. : $= m^{46}$, bLg.

Vierter Abſchnitt.

Von den Kräften, wodurch in einem kreisbogenförmigen gleichdicken und nackten Gewölbbogen Fugenriſſe entſtehen können und von dem Mittel gegen ſolche Riſſe, welches in der gehörigen Beſtimmung der Bogendicke beſteht.

§. 28.

I) Von den Kräften, wodurch ꝛc.

1) Daß ein jeder von den zwiſchen zwey veſte Widerſtandsflächen eingeſpannten Gewölbkeilen durch ſein Gewicht S gegen jede dieſer Flächen einen auf ihr normalen Druck ausübe, welcher, als normaler und ſomit als ein ſich nicht weiter zerlegender Druck das Maximum von Würkung iſt, was S gegen die Fläche auszuüben vermag, das iſt ein nicht dem geringſten Zweifel unterworfener Satz. Dabey muß man aber, wenn man dieſen Satz den Betrachtungen der Preſſungen, welche die Keile eines Gewölbes gegen einander ausüben, zum Grunde legt, zur Sicherung gegen leicht mögliche Verirrungen das hier Folgende ſtets recht veſt halten. — „Wenn „man von dem Gewichte S eines Keiles auf die beiden Normalpreſſungen N und C „(§. 22), die er dadurch links und rechts gegen die beiden Wiederſtandsflächen ſei„ner Nebenkeile ausübt, übergeht und dann von dieſen aus weiter fortſchließt, ſo hat „man hernach durchaus nicht mehr daran zu denken, daß dem Keile ein Gewicht „S zukomme und daß er durch dieſes auch noch andere Würkungen, als „die N und C, ausüben könne; man hat dann S zu betrachten als eine völlig ver„wendete Kraft, mithin ſo, als wenn ſie ſelbſt gar nicht mehr vorhanden wäre, ſondern „als wenn ſtatt ihrer nur zwey links und rechts im Keile würkſamme Normalpreſ„ſungskräfte vorhanden wären.“ Alles, was in einem zwiſchen gehörig ſtabilen Widerlagern eingeſpannten Gewölbbogen vorgehen kann, iſt lediglich nur Folge der Normalpreſſungen, welche die Keile durch ihre Gewichte gegen einander ausüben, welche Normalpreſſungen man an die Stelle der Keilgewichte zu ſetzen und wobey man die Keile als bloſe veſte Maſſen zu betrachten hat, die nicht mehr lothrecht abwärts gezogen, werden, die nicht mehr ſchwer ſind, dagegen aber mit gewiſſen Normalpreſſungskräften ſeitwärts gegen einander würken. Es würde eine wahre Albernheit verrathen, wenn man von den Keilgewichten aus auf ihre Normalpreſſungen, die ſie nothwendig verurſachen müßen, überginge, von dieſen aus dann weitere Unterſuchungen über die Fol-

gen derſelben anſtellte, hinterher aber mit den aus dieſen hervorgegangenen Reſultaten auch noch andere Folgen der Gewichte der Keile in Verbindung ſetzen wollte. Ein Keilgewicht *S* kann nicht betrachtet werden als eine Kraft, die zu gleicher Zeit mehrfache Arten von Effecten hat; faßt man ſeine beiden Normalpreſſungen N und C auf, die es mit abſoluter Nothwendigkeit ausüben muß, und ſetzt dieſe an deſſen Stelle, ſo hat man dann das Keilgewicht als verwendet zu betrachten und nicht mehr an Effecte deſſelben, die von ſeinen Normalpreßungen verſchieden ſind, ſondern nur an dieſe Preſſungen allein und an deren Folgen zu denken und in ſofern alſo das Keilgewicht als 0 zu betrachten. — Dieſes Lange und Breite mag wohl zureichend ſeyn, um dem Uebel vorzubeugen, welches darin beſteht, daß, wenn in der Folge über die Wirkungen der Normalpreſſungen der Keile und die dadurch möglichen Bewegungen der Theile eines Gewölbbogens Betrachtungen angeſtellt werden, ſich in dieſe immer noch der Gedanke an das Schwerſeyn der Keile einſchleichen will, obſchon dieſe von den Normalpreſſungen an nur als bloſe gewichtloſe veſte Maſſen anzuſehen ſind.

2) Wenn man nun ſo, wie es ſich gebührt, von den Gewichten S′, *S″* ꝛc. der Gewölbkeile 1, 2 ꝛc. zu den von dieſen herkommenden Normalpreſſungen, mit welchen die gleichen Keile einander reagiren, übergeht, ſo kommt man in der Betrachtung der Verhältniſſe derſelben mit Nothwendigkeit zunächſt zu den vorhin erhaltenen Normalpreſſungsdifferenzen D′, D″ ꝛc., und wenn man die Richtungen derſelben betrachtet, ſo iſt man nach den Lehren der Statik genöthigt, die in §. 25 angegebenen Zerlegungen derſelben in Seitenkräfte vorzunehmen und anzuerkennen, daß nach den dortigen Betrachtungen

die Preſſungsſummen $\mathfrak{P}', \mathfrak{P}'', \mathfrak{P}''', \ldots \mathfrak{P}^n$ und

die Schubkräfte $Q', Q'', Q''', \ldots Q^{n-1}$ Statt haben mußen.

Bey dieſen Q′, Q″ ...., die man nach Belieben betiteln kann, muß man ſich recht wohl merken, daß von den Kräften $\mathfrak{P}', \mathfrak{P}'', \mathfrak{P}'''$, ꝛc. eine jede durch den ihr nächſten Keil hindurch auf den Rücken des nächſtfolgenden Keiles ſchief würke und daß daher

die $\mathfrak{P}'$ im Rücken des 2 die $Q' = \mathfrak{P}'.\ \mathrm{Sin.}\,\alpha$ im Rücken des 3,
„ $\mathfrak{P}''$ „ „ „ „ 3 die $Q'' = \mathfrak{P}''.\ \mathrm{Sin.}\,\alpha$ im Rücken „ 4,
„ $\mathfrak{P}'''$ „ „ „ „ 4 die $Q''' = \mathfrak{P}'''.\ \mathrm{Sin.}\,\alpha$ im „ „ 5,
u. ſ. w., erzeuge.

3) Dieſe in den Richtungen der Fugenlinien auf- oder auswärts gehenden Bewegungsbeſtrebungen Q′, Q″ ꝛc. der Keile ſind alſo nothwendige Folgen, ſie ſind Seitenkräfte, der $\mathfrak{P}', \mathfrak{P}''$ ꝛc. und dieſe können, wegen ihrer Richtungen für Auswärtsdrehungen von Bogenſtücken um obere Stellen der Fugenflächen und für Auswärtsgleitungen von Bogenſtücken auf den Unterſtützungsflächen derſelben würkſam ſeyn. Ob aber gleich hiernach die $\mathfrak{P}', \mathfrak{P}''$ ꝛc. ſelbſt, weil ſie ja die Q′, Q″ ꝛc. erzeugen, als Urſachen von ſolchen möglichen ſchädlichen Ereigniſſen anerkannt werden mußen, ſo mußen ſie doch auch wieder in einer andern Rückſicht als Mittel ge-

gen ſolche Ereigniſſe anerkannt werden, wie aus Folgendem erhellet: Man ſetze z. B. es werden unter gewiſſen Umſtänden die Beſtrebungen Q′, Q″, Q‴, Q⁗ in C′, D′, E′, F′ (Fig. 8) dafür würkſam, das in der Fugenfläche in MN aufſitzende Bogenſtück MNBB′ um die obere Fugenſtelle N auf- oder auswärts zu drehen und da einen von M nach N hin aufgehenden Fugenriß zu erzeugen. In dieſer Fuge in MN iſt nach den vorhin beigebrachten Lehren in der Grundfläche des MNBB′ eine Preſſungsſumme P^6 würkſam, welche in einem Preſſungsmittelpuncte m concentrirt gedacht auf der Grundfläche ſenkrecht das Bogenſtück MNA′A auf ſeine Unterſtützungsfläche aufpreßt; es iſt hier gerade ſo, als wenn in der Stelle m der Grundfläche des genannten Bogenſtückes eine Kraft P^6 in ſenkrechter Richtung an dieſem Bogenſtücke angebracht wäre und deſſen Untertheil von m nach u hin zöge. Da nun, falls ſich das von den in B′, C′, D′, E′ Statt habenden Beſtrebungen Q′, Q″, Q‴, Q⁗ aufwärts getriebene Bogenſtück MNBB′ um die Stelle N ſollte aufwärts drehen können, die Linie MN ſich, wie ein Hebelarm, um die Stelle N aufwärts müßte drehen laſſen, an dieſer Hebellinie aber in m auf ihr ſenkrecht und abwärts von m nach u hin die P^6 zieht, und zwar mit einem Momente $mN \times P^6$, ſo iſt hiermit offenbar, „daß die von den Beſtrebungen P′, P″, P‴, P⁗ herkommenden Q′, Q″, Q‴, Q⁗ „ſolche ſeyen, denen die in der Grundfläche des MNA′A würkſame P^6 entgegen „würkt.“

Desgleichen würken auch die P′, P″ ꝛc. den Q′, Q″.... entgegen, wenn man ſich denkt, es werden die Q′, Q″.... unter gewiſſen Umſtänden dafür würkſam, daß ein Bogenſtück auf ſeiner Unterſtützungsfläche auswärts gleite. Man ſetze z. E., die in C′, D′, E′, F, N an dem in MN aufſitzenden Bogenſtücke MNBB′ würkende Q′, Q″, Q‴, Q⁗, Q^5 werden, indem der Scheitel- oder Schlußſtein abwärts geht, dafür würkſam, dieſes Bogenſtück auf ſeiner Grundfläche in MN mit einer gewiſſen Kraft K von N nach v ihn auswärts zu treiben. Da dieſes Bogenſtück mit einer Kraft P^6 auf ſeine Unterſtützungsfläche in MN aufgepreßt iſt, ſo findet da ein Reibungswiderſtand Statt, welcher noch größer, als $\frac{1}{2}$ P^6 iſt und welcher der K ſo entgegenwürkt, als wenn an dem Bogenſtücke eine Kraft angebracht wäre und dieſes von N nach M hin in ſeiner Lage veſt zu halten beſtrebt wäre.

II) Von den als möglich denkbaren Fugenriſſen und den Mitteln gegen das Entſtehen derſelben.

1) Von ſolchen Riſſen, die etwa dadurch entſtehen könnten, daß „Bogenſtücke auf den Fugenflächen, auf welchen ſie aufſitzen, auswärts gleiten.“

A) Man nehme irgend ein beliebiges Bogenſtück, z. E. das aus (6—1) Keilen beſtehendr Stück MNBB′ (Fig. 8), an welchem die Kräfte Q′, Q″, Q‴, Q⁗, Q^5 in den Richtungen ſeiner Fugen in C′, D′, E′, F′, N auswärts würken, in Be-

trachtung und ſetze dabey Folgendes: „Es ſeyen in dieſem Bogenſtücke alle die Keile 2, „3, 4, 5, deſſelben in ſolchem Grade veſt aufeinander gepreßt, daß keiner auf der „Rückenfläche des andern aufwärts ſteigen könne.“

Wenn dieſes iſt, ſo wird der 6 durch ſeine eigene Q^5 getrieben, von N nach v hin zu ſteigen; auf ihm liegt aber der 5 veſt und hat ein Ausgleitungsbeſtreben Q'''', mit welchem er den 6 treibt, wodurch in N ein Ausgleitungsbeſtreben a des Bogenſtückes 6+5 entſteht, welches von Q^5 und Q'''' herrührt; auf dem 5 ferner liegt der 4 veſt mit einem Ausgleitungsbeſtreben Q''', wodurch in N ein Beſtreben b des Bogenſtückes 6+5+4 entſteht, von N nach v hin auszugleiten, welches von Q^5, Q'''' und Q''' herrührt; auf dem 4 liegt ferner der 3 veſt, welchem ein Ausgleitungsbeſtreben Q'' zukommt, wodurch er den 4, dieſer dann den 5 und dieſer 5 den 6 afficirt, ſo, daß ein Ausgleitungsbeſtreben c des Bogenſtückes 6+5+4+3, von N nach v hin zu gehen, entſteht, welches von Q^5, Q'''' Q''' und Q'' herrührt; auf dem 3 endlich liegt der 2 veſt auf und ſtrebt mit ſeiner Kraft Q' auf dem 3 aufwärts zu ſteigen, wodurch der 3 von dem 2 afficirt wird, ſo daß nun der 3 den 4, der 4 den 5 und der 5 den 6 noch ſtärker, als vorhin, ſchiebt und das Bogenſtück 6+5+4+3+2 oder MNBB' in N ein Ausgleitungbeſtreben d erhält, welches von Q^5, Q'''', Q''', Q'' und Q' herrührt. —

B) Nun nehme man in Unterſuchung, wie man das von den Kräften Q', Q'', „Q''', Q'''', Q^5 herkommende Beſtreben d des Bogenſtückes MNBB', auf ſeiner Un„terſtützungsfläche in MN auswärts zu gleiten, zu berechnen habe.

a) Von dieſen Kräften iſt blos die Q^5 in die Richtung MN der Grundfläche des Bogenſtückes MNBB' würkſam; alle vorhergehenden Kräfte Q'''', Q''', Q'', Q' würken in andern Richtungen und zwar in ſolchen, die gegen die MN eine nicht parallele Lage haben. Deswegen hat man von dieſen Kräften nur diejenigen Seitenkräfte zu ſuchen, deren Richtungen mit der Grundfläche in MN parallel laufen, denn nur dieſe Seitenkräfte ſind es, die in Verbindung mit der Q^5 für das Auswärtsgleitungsbeſtreben d des Bogenſtückes MNBB' auf ſeiner Unterſtützungsfläche in MN würkſam ſeyn können. Zur Beſtimmung dieſer Seitenkräfte ziehe man durch die Stellen m, m ꝛc., die man ſich als die Mittelpuncte der Preſſungsſummen P'', P''', P'''', P^5 vorzuſtellen hat, Linien parallel mit der MN und conſtruire in m, m ꝛc. rechtwinklichte Parallelogramme auf dieſen Linien, wie z. B. mnpq dasjenige iſt, welches der Q' zugehört. In dieſem muß, weil die Linie pmr parallel NMC ſeyn ſoll und hier die qmC... eine Durchſchnitslinie dieſer beiden Parallellinien iſt, der W. pmq = qCN = 4α ſeyn, und wenn nun die mq = Q' geſetzt wird, ſo iſt die der MN parallele und für Ausgleitung würkſame Seitenkraft von Q' dieſe:

$$pm = mq \,.\, Cos.\ qmp = Q'.\ Cos.\ 4\alpha,$$

die mn = pq = mq . *Sin.* pmq = Q'. *Sin.* 4α aber geht für das Würken der Q' auf Auswärtsgleitung des MNBB' auf ſeiner Grundfläche in MN verloren. Wie nun hier die

Q' eine Seitenkraft $Q'. \text{Cos. } 4\alpha$ giebt, ſo giebt auf ähnliche Weiſe die
Q'' ; ; ; $Q''. \text{Cos. } 3\alpha$, die
Q''' ; ; ; $Q'''. \text{Cos. } 2\alpha$,
Q'''' ; ; ; $Q''''. \text{Cos. } \alpha$.

Alſo wird das Bogenſtück MNBB′ von einer Kraftſumme

$$\mathfrak{d} = Q'. \text{Cos. } 4\alpha + Q''. \text{Cos. } 3\alpha + Q'''. \text{Cos. } 2\alpha + Q''''. \text{Cos. } \alpha + Q^5$$

angetrieben, in MN von M nach v hin auswärts zu gleiten. Das Bogenſtück MNBB′ beſteht, von ſeiner Grundfläche an bis zu der Seite BB′ des Scheitelſteines gerechnet, aus 5 Keilen und man kann alſo, wenn man deſſen Keilzahl in Rechnung bringen will, die vorige Gleichung auch ſo ausdrücken:

$$\mathfrak{d} = Q'. \text{Cos. } (5-1)\alpha + Q'' \text{Cos. } (5-2)\alpha + Q'''. \text{Cos. } (5-3)\alpha$$
$$+ Q''''. \text{Cos. } (5-4)\alpha + Q^5. \text{Cos } (5-5)\alpha.$$

b) Drückt man hierin die $Q', Q'', \ldots$ durch die Preſſunpsſummen $\mathfrak{P}', \mathfrak{P}'' \ldots\ldots$ nach (§. 26) aus, ſo erhält man Folgendes:

$$\mathfrak{d} = \mathfrak{P}' \text{ Sin. } \alpha \text{ Cos. } (5-1)\alpha + \mathfrak{P}'' \text{ Sin. } \alpha \text{ Cos. } (5-2)\alpha + \mathfrak{P}''' \text{ Sin. } \alpha\,.$$
$$\text{Cos. } (5-3)\alpha + \mathfrak{P}''''. \text{ Sin. } \alpha \text{ Cos. } (5-4)\alpha + \mathfrak{P}^5 \text{ Sin. } \alpha \text{ Cos. } (5-5)\alpha.$$

Das iſt der Ausdruck für das Ausgleitungsbeſtreben $\mathfrak{d}$, welches einem aus 5 Keilen beſtehendem und an dem Scheitelkeile oder halben Schlußſteine 1 anliegenden Bogenſtücke MNBB′ zukommt.

c) Durch Induction ergiebt ſich hieraus für ein aus r Keilen beſtehendes an dem Keile 1 anliegendes Bogenſtück das Beſtreben deſſelben, auf ſeiner Unterſtützungsfläche auswärts zu gleiten, welches wir durch $\mathfrak{D}$ bezeichnen, wie hier folgt:

$$\mathfrak{D} = [\mathfrak{P}'. \text{ Cos. } (r-1)\alpha + \ldots\ldots + \mathfrak{P}^r. \text{ Cos. } (r-r)\alpha] \text{ Sin. } \alpha.$$

C) Ferner nehme man in Unterſuchung,
„wie ſich der Reibungswiderſtand, welcher durch die Preſſung eines Bogenſtückes „auf ſeine Grundfläche entſteht, zu dem Ausgleitungsbeſtreben $\mathfrak{D}$, welches ihm „in dieſer Grundfläche zukommt, verhalte und was ſich hieraus ergebe.

a) Ein Bogenſtück, welches, von dem Gewölbſcheitel AA′ an bis zu ſeiner Unterſtützungsfläche gerechnet, aus (r+1) Keilen beſteht und in welchem alſo der zwiſchen ſeiner Unterſtützungsfläche und der Fuge in BB′ liegende Theil deſſelben r+1 — 1 oder r Keile enthält, übt durch die Gewichte ſeiner (r—1) Keile in ſeiner Unterſtützungsfläche (der (r+1)ten Fugenfläche) eine gewiſſe Preſſungsſumme $\mathfrak{P}^{r+1}$ aus, die in dieſer Fläche einen Reibungswiderſtand, welcher zum Wenigſten $\frac{1}{2}\,\mathfrak{P}^{r+1}$ iſt, zur Folge hat. Man muß ſich aber hier eine $\mathfrak{P}^{r+1}$ ſo berechnet denken, daß dabey die Normalpreſſung, welche der (r+2)te Keil, auf deſſen Rückenfläche das vorgenannte Gewölbſtück

aufſitzt, aufwärts gegen dieſes Gewölbſtück ausübt, nicht in Rechnung genommen iſt; denn es ſoll hier nicht die Rede ſeyn von derjenigen P^{r+1}, welche denjenigen Keil, auf dem das Gewölbſtück aufſitzt, vor ſich her zu ſchieben beſtrebt iſt und die durch die Reaction deſſelben um einen gewiſſen Theil verringert wird, ſondern von derjenigen P^{r+1}, mit welcher die Erhöhungen der Grundfläche des Gewölbſtückes in die Vertiefungen der reagirenden Unterſtützungsfläche deſſelben eingepreßt werden; dieſe P^{r+1} iſt es, von welcher der Reibungswiderſtand abhängt.

d) Wenn man nun z. B. für den Gewölbbogen, welcher in den Rechnungsbeiſpielen, die den bisherigen Unterſuchungen beigefügt worden ſind, angenommen worden iſt, der aus $r+1=47$ Keilen beſteht und mit dem 47ſten auf der nicht normal aufwärts preſſenden Widerlagerfläche aufſitzt, die bey ihm Statt habende Normalpreſſung P^{r+1} oder P^{47} aus §. 27, Nr. 4 nimmt, ſo hat man da

$$P^{47} = 108{,}0875879 \cdot bLg \text{ ℔},$$

$$\text{alſo } \tfrac{1}{2} P^{47} = 54{,}04 \ldots \times bLg \text{ ℔ und}$$

es iſt demnach hier ſo gut, als wenn an dem auf der Widerlagerfläche in K′K″ aufſitzenden Gewölbſtücke K′ K″ B B′ in der genannten Fläche eine Kraft $\frac{1}{2} P^{47}$ angebracht wäre und das Gewölbſtück in der Richtung von K″ nach K′ hin zurückhielte, ſeinem Beſtreben, von K′ nach K″ hin auswärts zu gleiten, zu folgen. Sucht man aber hier dieſes Beſtreben, welches von den 47−1 oder 46 Schubkräften Q^1, Q^2 ꝛc. herrührt, die an dem genannten Gewölbſtücke in den Richtungen ſeiner Fugen, von der BB′ bis zu der K′ K′, auswärts ſchieben, ſo ergiebt ſich Folgendes: Schon dann, wenn man aus dem Zuſatze zu §. 47 die dort berechneten 46 Werthe der Q^1, Q^2 ꝛc. in eine Summe S zuſammen nimmt, findet man,

„daß dieſe S bey Weitem kleiner, als $\frac{1}{2} P^{47}$ ſey." Da aber nach der in vor. Nr. B, c für das Ausgleitungsbeſtreben D eines Bogenſtückes, welches aus r Keilen beſteht und am Gewölbſcheitelkeile I anliegt, angegebenen Formel dieſe D keineswegs aus der Summe $Q^1+Q^2+\ldots$ ſelbſt, ſondern nur aus einer Summe von Stücken von Q^1+Q^2 ꝛc. beſteht, weil ja in jener Formel die Größen Q^1, Q^2 ꝛc. oder P' Sin. α, P'' Sin. α ꝛc. auch mit den Brüchen Cos. $(r-1)\,\alpha$, Cos. $(r-2)\,\alpha$ ꝛc. multiplicirt ſind, ſo iſt es hier um ſo mehr gewiß,

„daß das hier Statt habende Ausgleitungsbeſtreben D des hier angenommenen aus 46 Keilen beſtehenden Bogenſtückes K′ K″ B B′ bey Weitem kleiner ſey, als der Reibungswiderſtand $\frac{1}{2} P^{47}$, welcher in der von ihm gepreßten Widerlagerfläche in K′ K″ Statt hat, und daß alſo hier kein Auswärtsgleiten des Bogenſtückes und alſo auch kein dadurch entſtehender Fugenriß in K′ K″ möglich ſey."

c) Eben das findet aber auch in dem hier als Beiſpiel angenommenen Bogen K′K″A A′ bey jedem kürzeren Bogenſtücke deſſelben, welches von BB′ bis zu einer gewiſſen Fugenfläche herunter läuft, Statt, wovon man ſich leicht überzeugen kann, wenn man

für andere Bogenſtücke des eben genannten Bogens auf ähnliche Weiſe rechnet, wie in vor. Nrn. für das Bogenſtück K′ K″ B B′ gerechnet worden iſt.

D) Da erhebt ſich nun die Frage, „wie es denn doch möglich ſey, daß die in der „(r+1)ten Fuge, worin ein aus (r+1) Keilen beſtehendes Gewölbſtück aufſitzt, active „Preſſungsſumme $\mathfrak{P}^{r+1}$ in einem ſolchen Grade groß ſeyn könne, bey welchem ſchon die $\frac{1}{2}$ „$\mathfrak{P}^{r+1}$ die Summe $Q^1 + Q^2 + \ldots\ldots Q^r$ in ſich enthält.

Hierüber Folgendes:

a) Die im Rücken des Keiles 2 active D^1 oder $\mathfrak{P}^1$ würkt durch die Maſſe des 2 hindurch auf die Rückenfläche des 3;
da wird von der D' erzeugt die $Q^1 = D^1 \text{ Sin.} \alpha$ oder $\mathfrak{P}^1 . \text{ Sin.} \alpha$, es bleibt von ihr die normale Seitenkraft $\mathfrak{P}^1 \text{ Cos.} \alpha$ oder $D^1 \text{ Cos.} \alpha$ und dieſe wächst an zu einer $\mathfrak{P}^2 = D^2 + \mathfrak{P}^1 \text{ Cos.} \alpha$.

Die normale Seitenkraft $\mathfrak{P}^1 . \text{ Cos.} \alpha$ oder $D' \text{ Cos.} \alpha$ iſt aber hier ganz offenbar vielmal größer, als die von D^1 erzeugte Schubkraft Q^1 oder $D^1 \text{ Sin.} \alpha$, weil bey ſo kleinen Winkeln, wie die Keilwinkel α ſind, der $\text{Cos.} \alpha$ ſtets bey Weitem größer iſt, als der $\text{Sin.} \alpha$. Es iſt alſo die normale Seitenkraft $\mathfrak{P}^1 \text{ Cos.} \alpha$ oder

$$D^1 \text{ Cos.} \alpha = a D' \text{ Sin.} \alpha = a Q'$$

$$\text{worin } \frac{\text{Cos.} \alpha}{\text{Sin.} \alpha} = a = \text{Cot.} \alpha \text{ iſt.}$$

Dieſe Zahl $a = \text{Cot.} \alpha$ iſt deſto größer, je kleiner der Winkel α iſt; es beträgt ſchon, wenn ſogar der $\alpha = 5°$ wäre, was aber niemals Statt hat, $\text{Cot. } 5° = 11{,}43$

Weil $\mathfrak{P}^1 \text{ Cos.} \alpha = aQ^1$ ſeyn muß, ſo kann man die folgende Preſſungsſumme

$$\mathfrak{P}^2 = D^2 + \mathfrak{P}^1 \text{ Cos.} \alpha \text{ durch } D^2 + aQ^1$$

ausdrücken; und weil ferner $D^2 > D^1$, ſo iſt auch die $D^2 > D^1 \text{ Cos.} \alpha$ oder $\mathfrak{P}^1 \text{ Cos.} \alpha$ oder aQ^1, alſo $= aQ^1$, daher man auch die

$$\mathfrak{P}^2 = D^2 + \mathfrak{P}^1 \text{ Cos.} \alpha \text{ durch } aQ^1 + aQ^1 = (a + a)\, Q^1 \text{ oder } \mathfrak{A}Q^1$$

ausdrücken kann.

„Die im Rücken des 3 würkſame $\mathfrak{P}^2$ enthält die in dieſem Rücken würkſame Q^1 „vielmals in ſich und die Zahl $\mathfrak{A}$, welche dieſes zählt iſt deſto größer, je kleiner „der Keilwinkel α iſt, und ſelbſt noch bey einem Winkel $\alpha = 5°$ iſt die Zahl $\mathfrak{A} =$ „$a + \text{Cot. } 5° = a + 11{,}43$, alſo iſt da die

$$\mathfrak{P}^2 = (a + 11{,}43) . Q^1$$

„und mithin die Q^1 bey Weitem kleiner, als $\frac{1}{2}\, \mathfrak{P}^2$.

b) Die im Rücken des 3 active $\mathfrak{P}^2$ oder $\mathfrak{A}\, Q^1$ würkt durch die Maſſe des 3 hindurch auf die Rückenfläche des Keiles 4; da wird von der $\mathfrak{P}^2$ erzeugt die $Q^2 = \mathfrak{P}^2 \text{ Sin.} \alpha = \mathfrak{A}Q^1 \text{ Sin.} \alpha$, es bleibt von ihr die normale Seitenkraft $\mathfrak{P}^2 . \text{ Cos.} \alpha$ oder

$\mathfrak{A}Q^1$ Cos. α, und dieſe wächst an zu einer $\mathfrak{P}^3 = D^3 + \mathfrak{P}^2$ Cos. $\alpha = D^3 + \mathfrak{A}Q^1$ Cos. α.

Die $\mathfrak{P}^2$ Cos. α oder $\mathfrak{A}Q^1$ Cos. α iſt aber hier offenbar weit größer, als das Erzeugniß $\mathfrak{P}^2$ Sin. α oder $\mathfrak{A}Q^1$ Sin. α oder Q^2, und zwar abermals ſo viel mal, als Sin. α in Cos. α enthalten iſt, alſo Cot. α oder a mal. Es iſt demnach hier

$$\mathfrak{P}^2 . \text{Cos. } \alpha \text{ oder } \mathfrak{A}Q^1 \text{ Cos. } \alpha = aQ^2$$

und ſomit alſo auch

$$\mathfrak{P}^3 = D^3 + \mathfrak{P}^2 \text{ Cos. } \alpha = D^3 + aQ^2 .$$

Wie aber verhält ſich hierin die D^3 zu der Q^2? Iſt ſie etwa kleiner als Q^2? Die Differenzen D^1, D^2, D^3, ꝛc müßen, wie vorn gezeigt worden iſt, wachſen, es muß $D^3 > D^2$ und $D^2 > D^1$ ſeyn, und die

$$Q^2 \text{ iſt hier } = \mathfrak{P}^2 \text{ Sin. } \alpha = (D^2 + D^1 \text{ Cos. } \alpha) \text{ Sin. } \alpha.$$

Angenommen nun, daß die $D^3 < Q^2$ ſey, dann müßte ja auch

$$\text{die } D^3 < (D^2 + D^1 \text{ Cos. } \alpha) \text{ Sin. } \alpha, \text{ d. h.}$$
$$< D^2 \text{ Sin. } \alpha + D^1 . \text{Cos. } \alpha . \text{Sin. } \alpha \text{ oder}$$
$$< D^2 \text{ Sin. } \alpha + \tfrac{1}{2} D^1 \text{ Sin. } 2\,\alpha$$

ſeyn. Um ſo mehr müßte folglich auch, weil die $D^2 > D^1$ iſt, die

$$D^3 < D^2 (\text{Sin. } \alpha + \tfrac{1}{2} \text{ Sin. } 2\,\alpha),$$

ſie müßte alſo nur ein Stück von D^2 ſeyn, weil bey Keilwinkeln α allemal Sin. α $+ \frac{1}{2}$ Sin. 2 α ein ächter Bruch ſeyn muß.

Da aber die D^3 ($> D^2$) kein ächter Bruch von D^2 ſeyn kann, ſo kann auch die vorige Annahme,

„daß $D^3 < Q^2$ ſey,“

(da ſie ja auf die unſtatthafte Folge $D^3 < D^2$ (Sin. $\alpha + \frac{1}{2}$ Sin. 2 α) führt) nicht Statt haben und es muß alſo das Gegentheil dieſer Annahme, es muß geſetzt werden, „daß $D^3 = b.\ Q^2$ ſey,“
worinn b eine Zahl, die nicht kleiner als 1 iſt, bedeutet. Da nun dieſes iſt, ſo kann auch ſtatt
$\mathfrak{P}^3$ oder $D^3 + \mathfrak{P}^2$ Cos. α der Ausdruck $bQ^2 + aQ^2 = (b + a)\ Q^2 = \mathfrak{B} . Q^2$ geſetzt worden, worin b größer, als 1 iſt.

„Die im Rücken des Keiles 4 active Preſſungsſumme $\mathfrak{P}^3$ enthält demnach „die in demſelben Rücken Statt habende Schubkraft Q^2 nach einer Zahl $\mathfrak{B} = b + a$ „$= b +$ Cot. α, worin b nicht kleiner als 1 iſt, in ſich und die Zahl $\mathfrak{B}$ iſt deſto „größer, je kleiner der Keilwinkel α iſt, weil mit dieſem die Cot. α wächſt und „der Sin. α abnimmt.

Da dieſes iſt, da $\mathfrak{P}^3$ die Q^2 nach einer Zahl $\mathfrak{B}$, die weit über die Zahl 2 hinauf ſteigt, in ſich enthält (denn b iſt nicht kleiner als 1 und Cot. α iſt bey α

= 5° noch = 11, 43....), die Q^1 aber $< Q^2$ iſt, ſo muß nothwendig anerkannt wer-
„den, daß $\mathfrak{P}^3 > Q^2 + Q^1$ und alſo um ſo mehr noch $>$ als $Q^1 + Q^2$ ſey."

Weil in $\mathfrak{B} . Q^2 = \mathfrak{P}^3$ die Zahl $\mathfrak{B}$ oder $(b + \text{Cot.}\ \alpha)$ ganz gewiß über die Zahl 4 hinauf ſteigt, ſo iſt auch

gewiß $\frac{1}{2}\, \mathfrak{P}^3 > \frac{1}{2} . 4\, Q^2 > 2\, Q^2$, alſo auch
um ſo mehr $\frac{1}{2}\, \mathfrak{P}^3 > Q^1 + Q^2$ und folglich

„muß auch hier der Reibungswiderſtand, welchen die Preſſungsſumme $\mathfrak{P}^3$ in
„der Rückenfläche des Keiles 4 mit ſich bringt, größer ſeyn, als die Summe der
„Schubkräfte Q^1 und Q^2, welche dafür activ ſind, das in der genannten Fläche auf-
„ſitzende und an BB′ angelehnte Bogenſtück auf dieſer Fläche auswärts zu trei-
„ben."

c) So nun, wie erwieſen worden iſt,

daß $\mathfrak{P}^2 = \mathfrak{A}Q^1 = (a + \text{Cot.}\ \alpha)\, Q^1$ und

$\mathfrak{P}^3 = \mathfrak{B}Q^2 = (b + \text{Cot.}\ \alpha)\, Q^2$

ſey, läßt ſich auch auf das Strengſte beweiſen, daß ſeyn müße:

$\mathfrak{P}^4 = \mathfrak{C}Q^3 = (c + \text{Cot.}\ \alpha)\, Q^3$,

$\mathfrak{P}^5 = \mathfrak{D}Q^4 = (d + \text{Cot.}\ \alpha)\, Q^4$,

u. ſ. f.

Da aber die Preſſungsdifferenzen D^1, D^2 ꝛc. bey einerley Werthen der Größen, von welchen ſie abhängig ſind, wachſen, ſo müßen auch die von ihnen bewürkten Preſſungsſummen $\mathfrak{P}^2$, $\mathfrak{P}^3$ ꝛc. und folglich auch die Zahlen a, b, c, d ꝛc., indem die Cot. α bey einem beſtimmten W. α immer denſelben Werth behält, immer größer werden, jede auf eine $\mathfrak{P}^r$ folgende $\mathfrak{P}^{r+1}$ muß die zu ihr gehörende Schubkraft Q^r öfter in ſich enthalten, als die $\mathfrak{P}^r$ die zu ihr gehörende Q^{r-1} in ſich enthält.

Da aber der Multiplicator der größten Schubkraft, die in einer Preſſungsſumme enthalten iſt, und auch der Werth einer jeden folgenden Schubkraft immer größer wird, da hingegen alle einer Q^r voraus gegangenen Schnbkräfte Q^1, Q^2, Q^3,.... Q^{r-1}, von der Q^r an abwärts gerechnet, immer kleiner werden und folglich auch die Summe derſelben noch bey Weitem kleiner ſeyn muß, als das der $\mathfrak{P}^{r+1}$ gleiche Product $\mathfrak{N} . Q^r$, ſo iſt hiermit begreiflich,

„wie jede in einer (r + 1)ten Fugenfläche active Preſſungsſumme $\mathfrak{P}^{r+1}$ alle
„die auf dieſe Fugenfläche würkſam werdenden Schubkräfte Q^1, Q^2,.... Q^r
„nicht nur in ſich enthalten, ſondern auch in ſolchem Grade größer, als die
„ganze Summe $\mathfrak{S}$ dieſer Kräfte ſeyn könne, daß auch ſelbſt der von der $\mathfrak{P}^{r-1}$
„in der Fläche (r — 1) erzeugte Reibungswiderſtand $\frac{1}{2}\, \mathfrak{P}^{r-1}$ noch bey Wei-
„tem mehr als die $\mathfrak{S}$ ausmacht,"

wie dieſes in dem in vor. Nr. C, b beigebrachten Beiſpiele würklich der Fall war.

E) Das, was bisher für die Entwickelung der Möglichkeit des ſo eben angegebenen Satzes beigebracht worden iſt, kann zwar nicht als ein völliger Beweis für die Allgemeingültigkeit deſſelben angeſehen werden, es iſt aber dennoch zureichend zu der Begründung desjenigen Satzes, auf deſſen Bewahrheitung von Nr. C an ausgegangen worden iſt.

(ħ) Das Ausgleitungsbeſtreben

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{P}^1 \text{ Sin. } \alpha \,.\, \text{Cos. } (r-1)\,\alpha + \mathfrak{P}^2 \text{ Sin. } \alpha \,.\, \text{Cos. } (r-2)\,\alpha + \ldots\ldots + \mathfrak{P}^r \text{ Sin. } \alpha,$$

oder $$Q^1 \,.\, \text{Cos. } (r-1)\,\alpha + Q^2 \,.\, \text{Cos. } (r-2)\,\alpha + \ldots\ldots + Q^r,$$

welches nach vor. Nr. B, c in einem an dem Keile 1 anliegenden und aus r Keilen beſtehenden Bogenſtücke in der Fugenfläche $(r-1)$ durch die in ſeinen „Fugenflächen aufwärts würkenden Schubkräfte $Q^1, Q^2, \ldots Q^r$ Statt hat, iſt jedesmal weit kleiner, als der Reibungswiderſtand $\frac{1}{2}\mathfrak{P}^{r+1}$, welchen die auf „die Fläche $(r+1)$ würkende Preſſungsſumme $\mathfrak{P}^{r+1}$ des Bogens, der von dieſer „Fläche an bis zum Gewölbſcheitel hin $(r+1)$ Keile enthält, mit ſich bringt." — —

Weil

a) in dieſem Beſtreben $\mathfrak{D}$ nicht die ganze Summe $Q^1 + Q^2 + \ldots + Q^r$ der Schubkräfte $Q^1, Q^2, \ldots, Q^r$ ſelbſt vorkommt, da ja dieſe Kräfte, bis auf die Q^r, mit den Brüchen Cos. $(r-1)\,\alpha$, Cos. $(r-2)\,\alpha$, ..., Cos. 2α, Cos. α, multiplicirt ſind (vergl. Nr. C, b); weil ferner

b) durch das in vor. Nr. C, b beigebrachte Reibungsbeiſpiel völltg offenbar iſt, „daß dort ſelbſt ſchon die ganze Summe $\mathfrak{S}$ oder $Q^1 + Q^2$ ꝛc. der Schubkräf„te Q^1, Q^2 ꝛc. bey Weitem weniger betrage, als der Reibungswiderſtand „und daß alſo um ſo mehr noch das nicht die ganze Smme $\mathfrak{S}$ in ſich ent„haltende Ausgleitnngsbeſtreben $\mathfrak{D}$ noch viel kleiner, als der Rei„bungswiderſtand ſeyn müße;" weil zu dem auch noch

c) durch die in vor. Nr. angeſtellten Erwägungen zur Einſicht gebracht worden iſt, wie es möglich ſeyn könne,

„daß ſelbſt ſchon die ganze Summe $Q^1 + Q^2 + \ldots\ldots + Q^r$ bey Weitem $< \mathfrak{P}^{r+1}$ „ſey,"

und da ja endlich

d) nur die übermauerten und hintermauerten Gewölbbögen, die eigentlich die wichtigen ſind, deren ſtatiſches Weſen wir zur beſtimmten Erkenntniß zu bringen ſuchen, in dergleichen Bögen aber zu dem Reibungswiderſtande $\frac{1}{2}\mathfrak{P}^{r+1}$ auch noch die Kraft des Zuſammenhanges der Theile des auf und hinter ihnen liegenden Mauerwerkes hinzukommt und auch noch mit gegen das Ausgleitungsbeſtreben $\mathfrak{D}$ würkſam iſt:

ſo haben wir es für überflüſſig gehalten, unſern Leſern durch einen ſtrengen ſehr viele Rechnungen erfordernden mathmatiſchen Beweis des Satzes (ħ) beſchwerlich

zu fallen, zumal, da ſich ja ein jeder von ihnen in vorkommenden Fällen durch ſolche Rechnungen, die wir für den als Beiſpiel angenommenen Gewölbbogen gezeigt haben, auf das Sicherſte davon in Zahlen überzeugen kann.

F) Der Satz (ħ) in Nr. E iſt von größter Wichtigkeit! Durch ihn wiſſen wir

a) daß ein auf einer Widerlagerfläche in K′K″ (Fig 8) aufſitzender Gewölbbogen wegen des Reibungswiderſtandes, den er durch die auf dieſer Fläche normale Preſſungsſumme ſeiner Keile erzeugt, unmöglich auf dieſer Fläche auswärts gleiten kann, es mag dieſe Fläche in K′K″ unter einem gewiſſen Winkel K″CU oder β gegen die Horizontallinie UC geneigt oder ſie mag ſelbſt in der horizontalen Linie UC liegen, daß alſo der Gewölbbogen in beiden Fällen ſo anzunehmen iſt, als wäre er veſt in die Unterſtützungsfläche, in welcher er auf dem Widerlager aufſitzt, eingehängt und packte da das Widerlager, um es entweder auswärts zu ſchieben, oder um es um die hintere Kante ſeiner Grundfläche aufwärts herum zu drehen. — Durch ihn wiſſen wir ferner

b) daß man bey halbkreisförmigen Gewölbbögen, (bey welchen, wie wir künftig zeigen werden, außer dem Ausgleitungsbeſtreben D, welches der zwiſchen der Widerlagerfläche und dem Gewölbſcheitel liegenden Hälfte eines ſolchen Bogens zukommt, weiter gar kein Seitendruck Statt haben kann) in der Berechnung der Widerlagerſtärke keineswegs auf zwey Forderungen Rückſicht zu nehmen habe, nämlich α) auf die, daß das Widerlager nicht durch den Seitendruck des auf ihm liegenden Bogens auswärts geſchoben nnd β) auf die, daß es auch nicht um die hintere Kante ſeiner Grundfläche anfwärts gedreht werden könne, Rückſicht zu nehmen, daß man hier nur gegen die Aufwärtsdrehung das Wiederlager als ſchwer genug zu berechnen habe (weil hier der auf dem Widerlager horizontal aufſitzende und in dieſes gleichſam eingehängte Gewölbbogen dieſes ganz gewiß nicht horizotal auswärts zu ſchieben vermögend iſt, da er ja nicht einmal vermag, den Reibungswiderſtand der in ſeiner Aufſitzfläche am Widerlager Statt hat, zu überwältigen, alſo um ſo weniger ſtark genug ſeyn kann, denjenigen Reibungswiderſtand, der durch das Bogen- und Widerlagergewicht zugleich in der Unterſtützungsfläche des Widerlagers herbeigeführt wird, zu überwältigen), daß man demnach bey halbkreisförmigen Bögen, falls gar kein Bogenlager, welches ſich über die Erde erhebt und um die hintere Kante ſeiner Baſis aufwärts gedreht werden kann, vorhanden iſt, gar keine Widerlagerberechnung nöthig habe.) — Endlich aber wiſſen wir durch den Satz (ħ) auch noch

c) daß man alle und jede Fugenriſſe, die in einem Gewölbbogen entſtehen können, immer nur als Folgen von Umdrehungsbeſtrebungen gewiſſer Bogentheile um obere oder untere Fugenkanten zu betrachten habe.

2) Von ſolchen Fugenriſſen, welche dadurch entſtehen können, daß ſich Bogentheile um obere Kanten der Rückenflächen der Keile, in welchen ſie aufſitzen, auf- oder auswäts drehen.

A) Man ſetze, daß die Q^I, Q^2 ꝛc. mit Ausnahme der Q^{n-1}, die in der Richtung K′ K″ auswärts zieht, dafür würkſam werden, das ganze Bogenſtück K′ K″ BB′ (Fig. 8), an welchem in CC′ die erſte von den Kräften Q′, Q″.... würkt, um die obere Stelle K″ der Widerlagerfuge in K′ K″ aufwärts zu drehen und dadurch in K′ K″ einen Fugenriß von K′ an aufwärts nach K″ hin zu erzeugen. In dieſem Falle gleitet dann das Mittelſtück des Bogens an der Stelle B′ der Fugenfläche in BB′ etwas abwärts, es müßen aber im Anfange eines ſolchen Ereigniſſes alle Preſſungen P′, P″, P‴,..... und Beſtrebungen Q′, Q″, Q‴,..:. noch ohne merkliche Veränderungen vorhanden bleiben.

Im Falle die Q′, Q″, Q‴,.... Q^{n-2} einen ſolchen Schaden erzeugten, ſo zögen ſie das Bogenſtück K′ K′ B B′ um K″ herum mit gewiſſen Momenten aufwärts, welche ſich ergeben, wenn man aus der hier gedachten Umdrehungsſtelle K″ auf die gehörig verlängerten Richtungslinien des Würkens der Q′, Q″ ꝛc., welche Linien die Fugenlinien ſind, Perpendikel

K″2, K″3, K″4, K″5, K″6 ꝛc.

zieht und deren Längen, die wir hier durch

e′, e″, e‴, e⁗, e^5 ꝛc.

bezeichnen, mit den zugehörenden Kräften

Q′, Q″, Q‴, Q⁗, Q^5 ꝛc.

multiplicirt. Dieſe Momente geben eine Momentſumme:

$$\mathfrak{M} = e'Q' + e''Q'' + e'''Q''' + \ldots\ldots + e^{n-2}Q^{n-2},$$

mit welcher die Kräfte Q′, Q″,...., Q^{n-2} beſtrebt ſind, das Bogenſtück K′ K″ B B′ nm K″ aufwärts zu drehen. —

Dieſer Momentſumme M aber würkt in der Grundfläche in K′K″, mit welcher das Bogenſtück auf der Widerlagerfläche in K′ K″ aufſitzt, die Preſſungsſumme $\mathfrak{P}^n$, welche die Preſſungsdifferenzen D′, D″, D‴,.... nach §. 25, Nr. 4 in dieſer Fläche hervorbringen müßen, entgegen, es würkt hier die $\mathfrak{P}^n$ ſo, als wenn in einer gewiſſen Stelle der Grundfläche des Bogenſtückts auf dieſer Fläche ſenkrecht eine Kraft K angebracht wäre und das Bogenſtück in einer gewiſſen Entfernung E von der Umdrehungsſtelle K″, alſo mit einem Momente

$$M = E \cdot \mathfrak{K}$$

zurück hielte, ſich nm K″ aufwärts zu drehen. Es kann demnach das Bogenſtück unmöglich um K″ aufwärts gedreht werden und alſo unmöglich ein Fugenriß von K′ nach K″ hin entſtehen, wenn die Bogendicke oder Keillänge K′ K″ = AA′

oder b in ſolchem Grade groß genommen iſt, daß bey ihr die Momentgleichung

$$M = \mathfrak{M}$$

Statt hat. ——— Da aber entſteht nun die Frage, wie man die beiden Momente M und $\mathfrak{M}$ entwickelt darzuſtellen und daraus die der Gleichung $M = \mathfrak{M}$ entſprechende Bogendicke b abzuleiten habe, was wir im folgenden Paragraphen zeigen werden.

B) Zweiter Fall:

Ferner iſt auch denkbar, daß nicht die ganze Summe der von der $Q^{(n-2)}$ an bis zu der Q′ hin gezählten Bewegungsbeſtrebungen, ſondern nur eine gewiſſe Anzahl davon ein Stück des Bogens K′ K″ A′ A′, und zwar ein unteres, welches von dem Widerlager in K′ K″ anfängt und bis zu einer gewiſſen zwiſchen K′ K″ und BB′ liegenden Fuge X (z. B. bis zu der MN in Fig. 8) fortläuft, um die Stelle K″ aufwärts zu drehen beſtrebt werde. In ſolchem Falle würde dann das von der Fuge X an aufwärts folgende mittlere Bogenſtück an der untern Stelle der X (z. B. an M) abwärts gleiten, es würden aber im Anfange eines eines ſolchen Ereigniſſes die $\mathfrak{P}'$, $\mathfrak{P}'$.... $\mathfrak{P}^{(n)}$ und die Q′, Q″, Q‴.... $Q^{(n-1)}$ noch unmerklich verändert würkſam bleiben.

Nothwendig müßte im Anfange eines ſolchen Ereigniſſes eine Ueberwältigung des vorhin in Nr. A gedachten Momentes M vor ſich gehen, dazu aber wäre eine Momentſumme $\mathfrak{M} = e'Q' + e''Q'' + \ldots . e^{(n-2)} . Q^{(n-2)}$ erforderlich, welche die $\mathfrak{M}$ überträfe. Da nun dieſe ſelbſt auch in dem Falle, wenn die ganze Reihe Q′, Q″..... $Q^{(n-2)}$ auf die Preſſungsſumme $\mathfrak{P}^{(n)}$ würkſam wäre, nicht zureichend ſeyn könnte (weil ja die b aus der Gleichung $\mathfrak{M} = M$ abgeleitet ſeyn ſoll) in dem hier angenommenen Umdrehungsfalle aber auch nicht einmal alle Q′, Q″..... Q^{n-2} in vollem Grade für die Ueberwältigung des Momentes M der $\mathfrak{P}^{(n)}$ würkſam ſeyn können, ſo iſt hiermit offenbar,

„daß unmöglich irgend ein unteres Stück des Bogenſtückes K′ K″ B B′ um die Stelle „K″ aufwärts gedreht werden und ſomit ein Fugenriß von K′ nach K″ entſtehen kön„ne, falls man NB dem Gewölbbogen die der Gleichung $M = \mathfrak{M}$ entſprechende Dicke „A′A = K′K″ oder b gegeben habe.

C) Dritter Fall.

Endlich iſt auch noch denkbar, es werde zwar nicht ein unteres, hingegen aber ein oberes Bogenſtück, welches von einer gewiſſen zwiſchen K′ K″ und AA′ liegenden Fuge X (z. B. von MN) anfängt und bis zu BB′ hinläuft, durch eine gewiſſe Anzahl von den Beſtrebungen Q′, Q″... um die obere Stelle der Fuge X aufwärts gedreht und es entſtehe ſomit in X ein von innen nach außenhin gehender Fugenriß. — In einem ſolchen Falle würde das Mittelſtück des Gewölbbogens an der untern Stelle B′ der Fugenfläche in BB′ abwärts gleiten und es würden im erſten

Momente eines ſolchen Ereingniſſes die P′, P″.... P⁽ⁿ⁾ und die Q′, Q″, ꝛc. noch unmerklich verändert würkſam ſeyn müßen.

Daß aber auch ein ſolches Ereigniß unmöglich eintreten könne, falls man dem Gewölbbogen K′K″AA′ ſeine gehörige Dicke b nach vor. Nr. A gegeben habe, das ergiebt ſich auf folgende Weiſe:— Es iſt offenbar falſch, daß man einen kürzeren Gewölbbogen eben ſo dick, oder gar noch dicker zu nehmen habe, als einen längeren. Wenn man alſo dem Bogen K′K″A′A′ die ihm gebührende Dicke b nach Nr. A gegeben hat, damit ſich ſein Stück K′K″BB′ nicht um K″ aufwärts drehen könne, ſo muß dieſe ſchon überflüſſig groß genug ſeyn, um zu verhindern, daß ſich der kürzere Bogen XBB′, der nur ein oberes Stück von K′K″BB′ iſt, um die obere Stelle der Fuge in X aufwärts drehen könne.— Das obere Stück XBB′ des K′K″A′A′ läßt ſich ganz gewiß als ein Bogen betrachten, der ſeine Widerlagerfläche in der Fuge in X hat und alſo mit dem längeren Bogenſtücke K′K″BB′, welches auf dem Widerlager in KK″ aufſitzt, vergleichen, ſo bald nur erwieſen iſt, daß das untere Stück K′K″X kein Beſtreben habe, ſich um die Stelle K′ einwärts zu drehen und alſo nicht mit ſeiner Kopffläche X durch ein ſolches Umdrehungsbeſtreben gegen die Grundfläche X des Stückes XBB′ preſſen und eine Umdrehung des XBB′ um die obere Stelle in X hervorbringen könne. Daß aber eine Einwärtsumdrehung eines Bogenſtückes K′K″X um die untere Stelle K′ der Widerlagerfläche in K′K″ abſolut unmöglich ſey, das wird im Folgenden dargethan werden.

3) Von ſolchen Riſſen, die von oben nach untenhin dadurch entſtehen könnten, daß Stücke eines Bogens K′K″A′A um untere Fugenſtellen ein- oder abwärts gedreht würden.

Man denke ſich an die oberen Fugenſtellen B′, C′, D′ ꝛc. (Fig. 8) Tangenten der oberen Wölbungslinie K″A′ gezogen. Dieſe ſtehen auf den Fugenlinien BB′, CC′ ꝛc. ſenkrecht und laufen insgeſammt über allen untern Stellen der Fugenlinien hinweg. Mithin iſt eine jede gerade Linie, die man von der Stelle K′ oder von irgend einer andern untern Fugenſtelle in eine obere Fugenſtelle ziehen mag, z. E. die K′B′ oder die K′C′ ꝛc., eine ſolche, „die mit derjenigen Fugenlinie, in welcher ſie eintrifft, keinen rechten, ſondern einen ſpitzigen Winkel bildet.“ Folglich muß allemal, wenn man eine ſolche Linie, z. E. die K′C′, als Halbmeſſer annimmt und mit ihr aus der obern Fugenſtelle einen Kreisbogen nach der untern hin, z. E. den Bogen C′c oder D′d′ ꝛc., zieht, ein ſolcher Bogen durch den Keil, der in der obern Fugenſtelle anliegt, hindurch gehen. Alſo iſt es unmöglich, daß ſich irgend ein Bogenſtück um eine untere Stelle herum mit ſeinem obern Ende einwärts drehen könne, vorausgeſetzt, daß ſeine Unterſtützung, auf der es ruht, nicht auswärts weichen, aber auch das obere Stück, an dem es anliegt, nicht zerquetſcht werden könne.—

„Dieſe Vorausſetzungen aber finden Statt, wenn man einem Gewölbbogen ein zurei„chend ſtabiles Widerlager, die nach der vor. Nr. A erforderliche Dicke K′K″ = AA′ „oder b und zureichend veſte Keile gegeben hat, und es ſind alſo unter dieſen Be„dingungen die Einwärsdrehungen von Theilen eines Gewölbbogens und die „damit verbundenen Fugenriſſe ebenfalls unmöglich.

§. 29.

Beſtimmungsweiſen der Gewölbdicken bey nackten nach Kreisbögen conſtruirten gleich dicken Gewölbbögen.

I) Man hat zwar hin und wieder verſucht, die einem Gewölbbogen der hier genannten Art zu gebende Dicke oder Keilhöhe AA′ = K′K″ oder b nach ſtatiſchen Grundſätzen zu beſtimmen, jedoch aber als das Beſte befunden, die Verſchiedenheit zwiſchen den nackten und den mit Mauerwerk überbauten Gewölbbögen bey Seite zu ſetzen, blos die Dicken ſchon ſtehender überbauter Gewölbbögen, die bis jetzt ihre vollkommene Tragkraft und Ausdauer bewieſen haben, in Tabellen zuſammen zu ſtellen und ſich daraus Regeln und Formeln für die Beſtimmung der Dicken anderer zu erbauender Gewölbbögen abzuleiten.

1) In der ſchon in §. 5 erwähnten Tabelle, die Röder dem 118ten Paragraphen des erſten Theiles ſeiner Brückenbaukunde angehängt hat, findet man eine Reihe ſolcher empiriſcher Bogendicken oder Keilhöhen b für verſchiedene Bogenweiten (2 K′B oder 2 W.) und innere Bogenhöhen (BA oder H in vor. Fig. 8) angegeben. Dabey iſt aber nirgends ein Grad der Beſchwerung des überbauten Bogens, für welchen die empirſche Dicke b gelten ſoll, bemerklich gemacht, gleich als wenn hierauf gar nichts ankäme; und wenn man ferner die da vorkommenden Verhältniſſe zwiſchen b, 2 W und H aushebt und gegen einander hält, ſo findet man, daß ſich aus dieſen keine beſtimmte Regel abnehmen läßt, nach welcher die in dieſer Tabelle genannten Baumeiſter die bey ihren Werken angewendeten Gewölbdicken beſtimmt haben, und daß alſo dieſe ſelbſt nichts Beſtimmtes und Gewiſſes in dieſer Materie wußten.

2) Durch allerley Vergleichungen der in ſolchen Tabellen vorkommenden Verhältniſſe zwiſchen b, 2 W und H iſt eine empiriſche Regel entſtanden, die nach Wiebeking (ſ. deſſen Waſſerbaukunſt, 3ter Band, S. 598) auch noch für Bogenweiten 2 W von 140 Fußen gültig ſeyn ſoll, und ſo heißt: „Nehmet die $b = \frac{1}{24} \cdot 2$ W.„ — Dieſe Regel giebt für 2 W = 20 Fußen die Dicke $b = \frac{1}{24} \cdot 20 = \frac{5}{6}$ Fußen, alſo offenbar zu klein; für 2 W = 120 Fußen giebt ſie $b = \frac{120}{24} = 5$ Fußen, wie ſie bey der Brücke zu Neuilly würklich iſt. Sie iſt eigentlich die von Perronet angegebene Regel, der ſie aber beſtimmter ſo ausdrückt: „Für eine Spannweite 2 W

„von 72 Fußen und darüber nehmet $b = \frac{1}{24}$ W als Schlußſteinhöhe an, iſt aber 2 W kleiner als 72 Fuße, ſo nehmet $b = \frac{5}{144} \cdot 2$ W und vergrößert dieſen Werth um 12 Zolle" (damit b nicht zu klein werde, —) Dieſe Regel empfiehlt auch Röder. — Dieſe Regeln gehen insgeſammt nur auf übermauerte Bögen und es iſt bey ihnen auf den Grad der Belaſtung und auf das Verhältniß zwiſchen 2 W und H durchaus keine Rückſicht genommen, welches offenbar fehlerhaft iſt.

3) Langsdorf hat, wie ſchon in §. 23, Nr. 4 erwähnt worden iſt, in ſeinem Werke über Straßen- und Brückenbau eine Regel für die Beſtimmung der b aus Erfahrungen abgeleitet, nach welcher in Rhein. Fußen, wenn der innere Wölbungshalbmeſſer = R geſetzt wird,

$$b = \frac{R + 30}{36} \text{ Fußen ſeyn ſoll.}$$

Nach dieſer iſt b als eine von W und H abhängige Größe ausgedrückt, weil nach §. 20 der Halbmeſſer R eine von W und H abhängige Größe iſt, und es iſt alſo in dieſer Rückſicht dieſe Regel beſſer, als jene in Nr. 2 angegebene, aber auch ſie beruht auf bloſer Empirie und es iſt bey ihr gar keine Rückſicht auf den Grad der Belaſtung des Bogens genommen. Daß aber ein ſolches bloſes empiriſches und nur oberflächliches Verfahren in der Beſtimmung der Gewölbdicken b nicht das richtige ſey, das hat Langsdorf ſelbſt durch den 2ten Theil ſeines Straßen- und Brückenbaues zu erkennen gegeben, denn in dieſem hat er verſucht, die Gewölbdicken nach ſtatiſchen Grundſätzen zu beſtimmen, wobey aber freilich keine richtigen Reſultate erhalten werden konnten, weil er da ganze Stücke von den aus Keilen componirten Gewölbbögen als Maſſen, die nur aus einem Stücke beſtehen, angeſehen und die Würkungen derſelben nach der Hebeltheorie berechnet hat, welche Methode unſtatthaft iſt.

II) Aus den in Nr. II. des vorigen Paragraphens erwogenen Bedingungen der Unmöglichkeit der dort erwähnten Umdrehungen von Bogentheilen und der mit dieſen verbundenen Fugenriſſe iſt der richtige Weg, worauf man zur Erkenntniß der ſtatiſch begründeten Dicken b, die man den nackten Bögen zu geben hat, gelangen kann, angegeben und es muß nun auf dieſem weiter vorgeſchritten werden.

1) Wenn man die dort gezogenen Entfernungslinien K''2, K''3 ꝛc. (Fig. 8) der Richtungen des Würkens der Kräfte Q', Q'' ꝛc. von der dort gedachten Umdrehungsſtelle K'' des Bogenſtückes K'K''A'A betrachtet, ſo ergiebt ſich, daß ſeyn muß:

$K''2$ oder $e' = (K'C + K'K'')$ Sin. $(n-2)\,\alpha = (R+b)$ Sin. $(n-2)\,\alpha$,
$K''3$ „ $e'' = (R + b)$ Sin. $(n-3)\,\alpha$,
$K''4$ „ $e''' = (R + b)$ Sin. $(n-4)\,\alpha$,
$K''5$ „ $e'''' = (R + b)$ Sin. $(n-5)\,\alpha$,
⋮
$K''(n-1)$, $e^{n-2} = (R + b)$ Sin. $\alpha = R + b)$ Sin. α,
wobey der W. K'CA durch $n\alpha$ (in Fig. 8 z. B. durch $10.\alpha$) bezeichnet iſt

2) Nimmt man nun hierzu aus §. 27, Zuſatz die dort durch b ausgedrückten Werthe von Q', Q'', Q''' ꝛc. bis auf Q^{n-1}, ſo erhält man für die Momente $e'Q'$, $e''Q''$, $e'''Q'''$, ..., $e^{(n-2)}.Q^{(n-2)}$ folgende Ausdrücke:

$$e'.Q' = (R+b) \,.\, \text{Sin.}\,(n-2)\,\alpha \,.\, m'\,bLg$$
$$= Rm'bLg \,.\, \text{Sin.}\,(n-2)\,\alpha + m'b^2Lg \,.\, \text{Sin.}\,(n-2)\,\alpha,$$
$$e''.Q'' = (R+b) \,.\, \text{Sin.}\,(n-3)\,\alpha \,.\, m''\,bLg$$
$$= Rm''bLg \,.\, \text{Sin.}\,(n-3)\,\alpha + m''b^2Lg \,.\, \text{Sin.}\,(n-3)\,\alpha,$$
$$e'''.Q''' = (R+b) \,.\, \text{Sin.}\,(n-4)\,\alpha \,.\, m'''\,bLg$$
$$= Rm'''bLg \,.\, \text{Sin.}\,(n-4)\,\alpha + m'''b^2Lg \,.\, \text{Sin.}\,(n-4)\,\alpha,$$
$$e''''.Q'''' = (R+b) \,.\, \text{Sin.}\,(n-5)\,\alpha \,.\, m''''\,bLg$$
$$= Rm''''bLg \,.\, \text{Sin.}\,(n-5)\,\alpha + m''''b^2Lg \,.\, \text{Sin.}\,(n-5)\,\alpha,$$
$$\vdots$$
$$e^{(n-2)}.Q^{(n-2)} = (R+b) \,.\, \text{Sin.}\,\alpha \,.\, m^{n-2}\,bLg$$
$$= Rm^{n-2}bLg\ \text{Sin.}\,\alpha + m^{n-2}\,b^2Lg\ \text{Sin.}\,\alpha.$$

3) Wenn man ferner die Summe $\mathfrak{M}$ dieſer Momentausdrücke bildet, ſo erhält man folgenden Ausdruck:

$$\mathfrak{M} = RbLg \begin{Bmatrix} m'\ \text{Sin.}\,(n-2)\,\alpha \\ m''\ \text{Sin.}\,(n-3)\,\alpha \\ m'''\ \text{Sin.}\,(n-4)\,\alpha \\ m''''\,\text{Sin.}\,(n-5)\,\alpha \\ \vdots \\ m^{n-2}\,\text{Sin.}\,\alpha \end{Bmatrix} + b^2Lg \begin{Bmatrix} m'\ \text{Sin.}\,(n-2)\,\alpha \\ m''\ \text{Sin.}\,(n-3)\,\alpha \\ m'''\ \text{Sin.}\,(n-4)\,\alpha \\ m''''\,\text{Sin.}\,(n-5)\,\alpha \\ \vdots \\ m^{n-2}\,\text{Sin.}\,\alpha \end{Bmatrix}$$

In dieſem Ausdrucke bezeichnen wir den Factor $m' \cdot \text{Sin.} (n-2) \alpha + m'' \text{Sin.} (n-3) \alpha + \ldots\ldots + m^{n-2} \text{Sin.} \alpha$ durch T, wodurch er zu folgendem wird:

$$\mathfrak{M} = RbLg \cdot T + b^2Lg \cdot T$$

4) Nachdem jezt die Gleichung $M = \mathfrak{M}$ rückſichtlich der Seite $\mathfrak{M}$ zur Berechnung der Größe b entwickelt dargeſtellt worden iſt, ſo muß ſie auch noch zu demſelben Zwecke rückſichtlich der Seite M entwickelt dargeſtellt werden.

Zu dieſem Zwecke ſtellen wir nun folgende Betrachtungen an, wobey man aber, damit man uns nicht unrichtig verſtehe, die Lehren von den Mittelpunkten oder ſtatiſch geſezten Concentrationspuncten vertheilter Preſſungen gegenwärtig haben muß.

A) Die von den Preſſungsdifferenzen $D', D'', \ldots. D^n$ herkommenden Preſſungen $\mathfrak{P}', \mathfrak{P}'', \mathfrak{P}''', \ldots. \mathfrak{P}^n$, von welchen ſich gewiſſe Theile auf die Grundfläche in K′K″, des Bogenſtückes fortpflanzen, erzeugen dadurch zwar in dieſer Grundfläche eine Preſſungsſumme $\mathfrak{P}^n$, dieſe $\mathfrak{P}^n$ aber beſteht aus einer Reihe von Gliedern, von welchen jedes in einer andern Entfernung von der Umdrehungsſtelle K″ in dieſer Grundfläche würkſam iſt. Damit man dieſes völlig einſehe, ſo erwäge man Folgendes:

In §. 25, Nr. 1 wurde die in der Rückenfläche in C′a″ des Keiles 3 von der Preſſungsdifferenz D′ herkommende Preſſung in der Stelle o (Fig 6) in die Seitenpreſſungen

$$on = D' \cdot \text{Cos.} \alpha \text{ und } om = D' \cdot \text{Sin.} \alpha$$

zerlegt und dann wurde dort in Nr. 2 die on oder $D' \cdot \text{Cos.} \alpha$ mit der Preſſungsdifferenz D″, die in der Fugenfläche in C′a″ zwiſchen den Keilen 2 und 3 Statt hat, zuſammengenommen und es wurden, weil die auf C′a″ ſenkrechte Richtung on der Preſſung $D' \cdot \text{Cos.} \alpha$ der Richtung der Preſſuugsdifferenz D″ parallel läuft, der Abſtand Lo dieſer beiden Preſſungen aber nur klein iſt, die Summe $D'' + D' \text{Cos.} \alpha$. Zur Beſtimmung ihrer Würkungen in der Rückenfläche in a‴D′ des Keiles 4 auf einmal zerlegt, obſchon man da die D″ beſonders und auch die $D' \text{Cos.} \alpha$ beſonders hätte zerlegen ſollen, weil dieſe beiden Preſſungen in verſchiedenen Stellen L und o würkſam ſind und alſo auch in verſchiedenen Stellen der Rückenfläche a‴D′ würkſam werden müßen. Auf dieſelbe Weiſe wurde auch bey allen den zwiſchen den folgenden Keilen Statt habendeu Preſſungen verfahren, wodurch es kam, daß man für die Grundfläche in K′K″ des unterſten oder nten Keiles eine auf dieſer ſenkrechte Preſſungsſumme $\mathfrak{P}^n$ für nur ein einziges Preſſungsmittelpunct μ erhielt. Dieſe $\mathfrak{P}^n$ aber iſt nur richtig rückſichtlich ihres dort gefundenen Werthes, keinesweges aber rückſichtlich des Vereinigungspunctes μ, welches ſich nach dem dortigen Verfahren ergab. Man nehme hier, zur weiteren Entwickelung dieſer Sache, die von der erſten Preſſungsdifferenz D′ zwiſchen den Keilen 1 und 2 herkommende Preſſung, die ſich auf die Rückenfläche in a″C′ des Keiles 3 fortpflanzt und ſich da in der Stelle o (Fig. 6) zerlegt, in Betrachtung und zerlege nun dieſe für ſich allein durch die folgenden

Fugenflächen hindurch nach der Fig. 6*. Die von der D′ in a′B′ herkommende Preſſung geht in der Richtung Kg″o′ und zerlegt ſich da in der Stelle o′ (die in Fig. 6 durch o bezeichnet war) in zwey Seitenpreſſungen o′n′ = D′ Cos. α und o′m′ = D′ Sin. α. — Dieſe o′n′ geht durch den Keil 3 hindurch auf die Rückenfläche in a‴D′ des Keiles 4 in der Richtung o′n′o″ und zerlegt ſich da in der Stelle o″ in die beiden Seitenpreſſungen o″n″ = D′ . Cos. α^2 und o″m″ . Sin. α^2. So geht dieſes fort bis auf die Fläche in K′K″, wo nach der Zeichnung eine auf K′K″ ſenkrechte Preſſung o⁗n⁗ und eine in der Richtung von K′K″ gehende Preſſung o⁗m⁗ des Keiles auf dem Widerlager, die von der erſten Preſſungsdifferenz D′ herkommt, Statt hat. Dieſer Widerlagerkeil, hier der Keil 5, preßt aber ferner auch noch gegen die Fläche in K′K″ durch die von der D″ in a″C′, der D‴ in a‴ D′, der D⁗ in a⁗E′ herkommenden Preſſungen auf die Fläche in K′K″ und außerdem auch noch mit der letzten Preſſungsdifferenz D^5, worin der Subtractor = o iſt, in der auf K′K″ ſenkrechten Richtung $g^5\mu$ auf die Stelle μ. Ganz offenbar iſt die Preſſungsſtelle o⁗, welche der von der erſten Differenz D′ herkommenden Preſſung zugehört, die nächſte an der Umdrehungsſtelle in K″ und die Stelle μ, welche der von der letzten Differenz D^5 herkommenden Preſſung zugehört, iſt die von der Umdrehungsſtelle K″ am meiſten entfernte. Alſo fallen alle übrigen Poſten, woraus die in K′K″ Statt habende Preſſungsſumme $\mathfrak{P}^n$ componirt iſt nnd die von den Preſſungsdifferenzen D″, D‴, ..., D^{n-1} herkommen, in Entfernungen von K″ nach K′ hin, die zwiſchen der Stelle o⁗ und der Stelle μ liegen. — Somit iſt deutlich, „daß die „$\mathfrak{P}^n$ aus verſchiedenen Poſten beſtehe, die von der Entfernung K″o⁗ an bis zu der „Entfernung K″μ alle in verſchiedenen Entfernungen von K″ an dem Hebelarme K″μ „würkſam ſind und daß es demnach falſch ſeyn würde, wenn man das vorhin erwähnte „Moment M auf die Weiſe beſtimmen wollte, daß man ſetzte, die Preſſungsſumme „$\mathfrak{P}^n$ ſey in μ vereinigt vorhanden und würke da in der Entfernung K″μ oder E „wie eine Kraft $\mathfrak{K}$ mit einem Momente M = F . $\mathfrak{K}$ der Momentſumme $\mathfrak{M}$ der Kräfte „Q′, Q″, ..., Q^{n-2} entgegen.“

B) Da die von der D′ herkommende Preſſung auf die Stelle o⁗ der K′K″ der Umdrehungsſtelle K″ am nächſten iſt und hingegen die Stelle μ der Preſſung D^5 am weiteſten von der K″ abſteht, ſo kann man hier folgenden Weg einſchlagen, um für das Moment M einen Werth zu erhalten, von dem man gewiß weis, daß er nicht zu klein, aber auch nicht in einem Uebermaaße zu groß berechnet ſey. —

a) Die von allen n Preſſungsdifferenzen D′, D″, D‴....D^n in der Grundfläche in K′K″ entſtehende und in dieſer vertheilte Preſſungsſumme $\mathfrak{P}^n$ beſteht nach §. 26, Nr. 2 aus den beiden Poſten D^n und $\mathfrak{P}^{n-1}$. Cos α. Darin iſt der Poſten D^n die Preſſung, welche der nte Keil am Widerlager durch ſein eigenes Gewicht ſenkrecht auf K′K″ ausübt und zwar in einer Entfernung K″μ oder ε von der Umdrehungsſtelle K″, von der man mit völlig zureichender Genauigkeit annehmen kann, ſie ſey = $\frac{1}{2}$K′ K″ = $\frac{1}{2}$ b; denn der durch die Schwerpuncte g′, g″ ꝛc. der Keile laufende Kreisbo-

gen vm liegt mit ſeinem Puncte v nur um ein Geringes über der Mitte der Keillänge K′K″, es iſt K′v nur um ein Geringes größer, als vK″, dagegen aber weicht auch hier das aus dem Schwerpunkte des unterſten Keiles auf ſeine Lagerfläche in K′K″ gezogene Perpendikel, hier $g^3\mu$, in deſſen Richtung ſeine Preſſung D^n fällt, nur um ein Geringes von der Bogenſtelle v ab, ſo daß man hier μ mit großer Genauigkeit als die Mitte von K′K″ oder b annehmen kann. Es iſt demnach

das Moment von D^n durch $\frac{1}{2}$ b . D^n auszudrücken.

b) Der andere Poſten $\mathfrak{P}^{n-1}$ Cos. α der Preſſungsſumme $\mathfrak{P}^n$ kommt her von allen den Preſſungsdifferenzen D′, D″, D‴, ... D^{n-1}, deren Würkungen ſich auf den nten Keil fortpflanzen und machen, daß dieſer nebſt der von ſeinem eigenen Gewichte herkommenden Preſſung D^n auch noch mit $\mathfrak{P}^{n-1}$. Cos. α gegen die Fläche in K′K″ preßt. Dieſer zweite Poſten $\mathfrak{P}^{n-1}$. Cos. α der Summe $\mathfrak{P}^n$ iſt eben der, welcher macht, daß man nicht die ganze $\mathfrak{P}^n$ als in der Stelle μ vereinigt annehmen und ihr Moment M $= \frac{1}{2}$ b . $\mathfrak{P}^n$ ſetzen kann, denn dieſer Poſten $\mathfrak{P}^{n-1}$. Cos α enthält alle die von D′, D″, D‴, ... D^{n-1} in der Fläche in K′K″ entſtehenden Preſſungen in ſich, von welchen die von D′ herkommende der Umdrehungsſtelle K″ am nächſten liegt, jede folgende aber gegen μ hin von der K″ etwas weiter abſteht. —

Wären alle dieſe in dem Poſten $\mathfrak{P}^{n-1}$. Cos. α enthaltenen Preſſungsposten, deren Preſſungsmittelpunkte zwiſchen einer äußerſten Stelle o⁗, die wir nun allgemein durch ω bezeichnen, und der Mitte μ der K′K″ liegen, gleich groß, ſo wäre offenbar das Mittelpunct ihrer Preſſungen die Mitte ϱ zwiſchen ω und μ und man hätte

das Moment von $\mathfrak{P}^{n-1}$. Cos. α durch K″$\varrho \times \mathfrak{P}^{n-1}$. Cos. α

auszudrücken; es werden aber die von D′, D″, D‴, ... D^{n-1} herkommenden und in $\mathfrak{P}^{n-1}$. Cos. α enthaltenen Preſſungsposten von ω an nach μ hin immer größer, weil, (wie man z. B. aus §. 23, Nr. 6, F, b abnehmen kann) die Preſſungsdifferenzen D′, D″ ꝛc. von der D′ an wachſen. Deswegen fällt das Mittelpunct der Preſſung aller der in $\mathfrak{P}^{n-1}$. Cos. α erhaltenen Preſſungsposten eigentlich nicht in die Mitte ϱ zwiſchen ω und μ, ſondern etwas weiter nach μ hin und man ſetzt alſo das Moment von $\mathfrak{P}^n$. Cos. α zu gering an, wenn man dafür

K″$\varrho \times \mathfrak{P}^{n-1}$. Cos. α

ſetzt. — Da nun die Vorſicht erfordert, daß man das nützliche Moment M, mit welchem die Preſſungsſumme $\mathfrak{P}^n$ der ſchädlichen Momentſumme $\mathfrak{M}$ entgegen würkt, lieber kleiner, als zu groß in Anſchlag bringe, dieſes aber geſchieht, wenn man das Moment von $\mathfrak{P}^n$. Cos. α für die Entfernung K″ϱ nimmt, ſo ſetzen wir dieſes

$= $ K″$\varrho \times \mathfrak{P}^{n-1}$. Cos. α

c) Alſo würkt die Preſſungsſumme $\mathfrak{P}^n = D^n + \mathfrak{P}^{n-1}$. Cos. α in der in K′K″ des Bogenſtückes K′K″A′A nach Nr. a und b mit einer Momentſumme

M $= \frac{1}{2}$ b . D^n + K″$\varrho \times \mathfrak{P}^{n-1}$. Cos. α

der ſchädlichen Momentſumme $\mathfrak{M}$ entgegen, und es kann nun noch um ſo weniger eine Aufwärtsumdrehung dieſes Bogenſtückes um die Stelle K″ geſchehen, wenn man die Gewölbdicke K′K″ oder b ſo nimmt, daß ſie der für dieſe M angenommenen Gleichung $M = \mathfrak{M}$ entſpricht, weil man darin die Momentſumme M für jede b geringer in Rechnung genommen hat, als ſie würklich iſt.

d) Wie aber kann man denn hier $K''\varrho$ beſtimmen? Weil ϱ die Mitte zwiſchen ω und μ ſeyn ſoll, ſo iſt $K''\varrho$ das arithmetiſche Mittel zwiſchen $K''\omega$ und $K''\mu$ oder $\frac{1}{2}$ b; man hat alſo

$$K''\varrho = \frac{K''\omega + \frac{1}{2}b}{2} = \frac{1}{2}K''\omega + \frac{1}{4}b$$

und nun $K''\omega$ zu ſuchen, welche Aufgabe auf folgende Weiſe gelöſt wird: Die in der erſten Fuge in B′a′ Statt habende Preſſungsdifferenz D′ würkt in der Richtungslinie g′g″o′ (Fig. 6*), die in einer ſolchen Stelle o′ des Keiles 3 eintrifft, welche um

$$Co' = CK \cdot \text{Sec. } o'CK = (R + \tfrac{1}{2}b) \text{ Sec. } \alpha$$

von C entfernt iſt. Da zerlegt ſich die D′ in $o'n' = D' \cdot \text{Cos. } \alpha$ und $o'm' = D' \text{ Sin. } \alpha$ und die o′n′ geht durch den Keil 3 hindurch und trifft den Keil 4 in der Stelle o″. Dieſe iſt von C entfernt um

$$Co'' = Co' \cdot \text{Sec. } o'Co'' = (R + \tfrac{1}{2}b) \text{ Sec. } \alpha \times \text{Sec. } \alpha.$$

Da zerlegt ſich die o′n′ oder D′ Cos. α in $o''m'' = D' \text{ Cos. } \alpha^2$ und $o''m'' = D' \cdot \text{Cos. } \alpha \cdot \text{Sin. } \alpha$. Die o″n‴ würkt durch den Keil 4 hindurch und trifft den Keil 5 in der Stelle o‴, wo ſie ſich in o‴n‴ und in o‴m‴ zerlegt. Die Stelle o‴ aber iſt von C entfernt um

$$Co''' = Co'' \cdot \text{Sec. } o''Co''' = (R + \tfrac{1}{2}b) \text{ Sec. } \alpha^2 \times \text{Sec. } \alpha.$$

So geht dieſes fort und man hat für die Entfernungen Co′, Co″, Co‴, Co⁗ der Zerlegungsſtellen o′, o″, o‴, o⁗ der von der D′ herkommende Kräfte Folgendes:

$Co' = (R + \frac{1}{2}b) \cdot \text{Sec. } \alpha$ in der 2ten Fuge a″C′,
$Co'' = (R + \frac{1}{2}b) \cdot \text{Sec. } \alpha^2$ „ „ 3ten „ a‴D′,
$Co''' = (R + \frac{1}{2}b) \cdot \text{Sec. } \alpha^3$ „ „ 4ten „ a⁗E′,
$Co'''' = (R + \frac{1}{2}b) \cdot \text{Sec. } \alpha^4$ „ „ 5ten „ K′K″.

Das giebt durch Induction, daß bey einem aus n Keilen beſtehenden Bogen K′K″A′A in ſeiner Widerlagerfuge in K′K″ die Entfernung der Stelle ω, in welcher die von der erſten Differenz D′ herkommende Preſſung eintrifft, von dem Mittelpuncte C eine Linie

$$C\omega = (R + \tfrac{1}{2}b) \cdot \text{Sec. } \alpha^{n-1}$$

ſeyn müße; denn in der 2ten Fuge C′a″ enthielt die Co′ die erſte oder (2 — 1)ſte

Potenz von Sec. α ꝛc., alſo muß in der nten Fuge die $C\omega$ die $(n-1)$te Potenz von Sec. α enthalten.

Da man aber hiernach $C\omega$ berechnen kann, ſo hat man nun

$$K''\omega = CK' + K'K'' - C\omega = R + b - (R + \tfrac{1}{2} b) \text{ Sec. } \alpha^{n-1}$$
$$= R (1 - \text{Sec. } \alpha^{n-1}) + b (1 - \tfrac{1}{2} \text{Sec. } \alpha^{n-1})$$
$$= b (1 - \tfrac{1}{2} \text{Sec. } \alpha^{n-1}) - R (\text{Sec. } \alpha^{n-1} - 1).$$

Demnach hat man für die vorhin angenommene mittlere Entfernung $K''\varrho = \frac{1}{2} K''\omega + \frac{1}{4} b$ Folgendes:

$$K''\varrho = \tfrac{1}{2} b (1 - \tfrac{1}{2} \cdot \text{Sec. } \alpha^{n-1}) - \tfrac{1}{2} R (\text{Sec. } \alpha^{n-1} - 1) + \tfrac{1}{4} b$$
$$= \tfrac{1}{2} b - \tfrac{1}{4} b \text{ Sec. } \alpha^{n-1} - \tfrac{1}{2} R (\text{Sec. } \alpha^{n-1} - 1) + \tfrac{1}{4} b$$
$$= \tfrac{3}{4} b - \tfrac{1}{4} b \text{ Sec. } \alpha^{n-1} - \tfrac{1}{2} R (\text{Sec. } \alpha^{n-1} - 1)$$
$$= b (\tfrac{3}{4} - \tfrac{1}{4} \cdot \text{Sec. } \alpha^{n-1}) - \tfrac{1}{2} R (\text{Sec. } \alpha^{n-1} - 1)$$
$$= b (0{,}75 - 0{,}25 \text{Sec. } \alpha^{n-1}) - \tfrac{1}{2} R (\text{Sec. } \alpha^{n-1} - 1)$$

e) Nach Nr. c war die von $\mathfrak{P}^n$ oder $D^n + \mathfrak{P}^{n-1}$ Cos. α in $K'K''$ rückſichtlich der Umdrehungsſtelle K'' des Hebelarmes $K'K''$ herkommende Momentſumme

$$M = \tfrac{1}{2} b \cdot D^n + K''\varrho \times \mathfrak{P}^{n-1} \cdot \text{Cos. } \alpha.$$

Wenn man nun hierein den Werth von $K\varrho$ ſetzt, ſo hat man Folgendes:

$$M = \tfrac{1}{2} b D^n + b (0{,}75 - 0{,}24 \text{ Sec } \alpha^{n-1}) \cdot \mathfrak{P}^{n-1} \cdot \text{Cos. } \alpha$$
$$- \tfrac{1}{2} R (\text{Sec. } \alpha^{n-1} - 1) \cdot \mathfrak{P}^{n-1} \cdot \text{Cos. } \alpha \quad (♄)$$

f) Nach §. 23, Nr. 5 aber iſt

$$D^n = b \cdot m^n \text{ Lg},$$

worin $m^n = [\text{Cos. } (n-1) \alpha - \text{Cos. } (n+1) \alpha] C$ für den Subtractor $= 0$, wegen des nicht aufwärtstreibenden Widerlagers oder $(n+1)$ten Keiles, zu nehmen iſt. Ferner iſt nach §. 27, Nr. 2 und 3

$$\mathfrak{P}^{n-1} = \mu^{n-1} \cdot b\text{Lg}, \text{ alſo}$$
$$\mathfrak{P}^{n-1} \cdot \text{Cos. } \alpha = \mu^{n-1} \text{ Cos. } \alpha \cdot b\text{Lg},$$

worin $\mu^{n-1} = m^{n-1} + \mu^{n-2} \cdot$ Cos. α bedeutet und nach der dortigen Regel zu berechnen iſt. Setzt man nun dieſe Werthe von $D^n = b \cdot m^n$ Lg und $\mathfrak{P}^{n-1} \cdot \text{Cos. } \alpha = \mu^{n-1} \cdot$ bLg . Cos. α in die am Ende von Nr. e erhaltene Gleichung (♄),

ſo ergiebt ſich der nun folgende für die Beſtimmung der b völlig entwickelte Ausdruck der Momentſumme M; es iſt dieſe

$$M = \tfrac{1}{2} b \,.\, bm^n \, Lg + b\,(0{,}75 - 0{,}25 \,\text{Sec.}\, \alpha^{n-1}) \,.\, \mu^{n-1} \,.\, bLg \,\text{Cos.}\, \alpha$$
$$- \tfrac{1}{2} R\, (\text{Sec.}\, \alpha^{n-1} - 1) \,.\, \mu^{n-1} \,.\, bLg \,\text{Cos.}\, \alpha$$
$$= b^2 \left[\tfrac{1}{2} m^n + (0{,}75 - 0{,}25 \,\text{Sec.}\, \alpha^{n-1}) \,.\, \mu^{n-1} \,.\, \text{Cos.}\, \alpha\right] Lg$$
$$- b \,.\, \tfrac{1}{2} R\, (\text{Sec.}\, \alpha^{n-1} - 1) \,.\, \mu^{n-1} \,.\, \text{Cos.}\, \alpha \,.\, Lg.$$

Darin bezeichnen wir den Factor

$\tfrac{1}{2} m^n + (0{,}75 - 0{,}25 \,\text{Sec.}\, \alpha^{n-1}) \,.\, \mu^{n-1} \,\text{Cos.}\, \alpha$ durch U

und den Factor

$\tfrac{1}{2} R \,.\, (\text{Sec.}\, \alpha^{n-1} - 1) \,.\, \mu^{n-1} \,.\, \text{Cos.}\, \alpha$ durch V,

wodurch wir folgenden Ausdruck erhalten:

$$M = b^2 \,.\, ULg - bVLg.$$

5) Dieſen Ausdruck ſetze man dem am Ende von Nr. 3 erhaltene Momente $\mathfrak{M} = R \,.\, b\, Lg \,.\, T + b^2 \,.\, Lg \,.\, T$ gleich, ſo hat man für die Berechnung der b folgende Momentgleichung:

$$b^2 .\, U \,.\, Lg - b \,.\, V . Lg = b^2 .\, T . Lg + bTRLg.$$

Darin läßt ſich in beiden Seiten ein Factor b und auch das Product L.g wegſtreichen, aus welchem letzterem Umſtande ſich ergiebt, was man auch ſchon zum Voraus wiſſen konnte, daß nämlich bey der Größe b nichts auf die Keilbreite L und auf das Gewicht g eines Cubicfußes Keilmaſſe, ankomme, ſondern daß b nur von den andern Abmeſſungen des Gewölbbogens abhängig ſey. Durch Wegſtreichung des einen Factors b und des Productes Lg wird aus der obigen Gleichung folgende:

$$bU - V = bT + TR.$$

Dieſe giebt

$$b\,(U - T) = RT - V,$$

woraus $b = \dfrac{RT - V}{U - T}$ folgt.

Dieſer Werth von b bedarf nach Nr. 4, B, c keiner Zulage, weil die der ſchädlichen Mommentſumme $\mathfrak{M}$ reagirende nützliche M kleiner als ſie würklich iſt, in Anſchlag gebracht und dafür b berechnet worden iſt.

6) Regeln für die Berechnung der b.

A) Aus dem bereits ſchon nach §. 23, Nr. 6, A berechneten Keilwinkel α ſuche man die Winkelreihe

$(n-2)\alpha$, $(n-3)\alpha$, $(n-4)\alpha$, ... 3α, 2α, α,

dieſe aber kann man aus §. 23, Nr. 6, F nehmen. Für dieſen Winkel nehme man

die Sinus aus den Tafeln und multiplicire die Reihe derſelben mit der Reihe der Coefficienten

$$m', \quad m'', \quad m''', \ldots\ldots, \quad m^{n-3}, \quad m^{n-2},$$

die man bereits nach §. 27 Zuſatz berechnet hat und die dort mit bLg multiplicirt die Kräfte Q', Q'', Q''', ... gaben. [Man braucht hier von jenen (n—1) Coefficienten $m^{I}, m^{2} \ldots$ nur (n—2); ſ. die vor. Nr. 2]. Dadurch erhält man die in vor. Nr. 3 angegebene Productreihe

$$m' . \mathrm{Sin.} (n-2)\, \alpha, \quad m'' . \mathrm{Sin.} (n-3)\, \alpha, \ldots\ldots m^{n-2} . \mathrm{Sin.}\, \alpha.$$

Die Glieder dieſer Reihe nehme mann in eine Summe zuſammen, ſo hat man den Werth der in vor. Nr. 3 genannten Größe T.

B) Nun ſuche man für den Keilwinkel α die Secante aus den Tafeln und berechne deren (n—1)ſte Potenz durch Logarithmen. Es iſt nämlich

$$\log. \mathrm{Sec.}\, \alpha^{n-1} = (n-1) \mathrm{Log.\, Sec.}\, \alpha,$$

welcher Logorithmus die Sec. α^{n-1} giebt. Hat man den Werth dieſer Potenz durch Aufſchlagen und Berechnung gefunden, ſo ſuche man weiter nach §. 27. Nr. 2 den Werth von $\mu^{n-1} = m^{n-1} + \mu^{n-2} . \mathrm{Cos.}\, \alpha$ nach den in §. 27, Nr. 3 gegebenen Regeln und auch den Werth von m^{n} nach §. 23, Nr. 6 (vergl. dort Nr. F, b.)— Nachdem man nun

$$m^{n} \text{ und } \mu^{n-1}, \ \mathrm{Sec.}\, \alpha^{n-1}$$

aufgefunden hat, ſo berechne man daraus und aus dem bereits ſchon bekannten Halbmeſſer R und Cos. α nach den in vor. Nr. 4, B, f angegebenen Formeln die Größen

$$U = \tfrac{1}{2}\, m^{(n)} + (0{,}75 - 0{,}25 . \mathrm{Sec.}\, \alpha^{n-1}) . \mu^{n-1} . \mathrm{Cos.}\, \alpha \text{ und}$$
$$V = \tfrac{1}{2}\, R . (\mathrm{Sec.}\, \alpha^{n-1} - 1) . \mu^{n-1} . \mathrm{Cos.}\, \alpha.$$

C) Nachdem man nun T, U, V gefunden hat, ſo ſetze man die Werthe derſelben nebſt dem von R in die am Ende der vorigen Nr. 5 erhaltene Gleichung

$$b = \frac{RT - V}{U - V},$$

wodurch man die den nackten und gleichdicken Gewölbbogen gegen alle Riſſe ſichernde Gewölbdicke oder Keillänge K'K'' = AA' oder b erhält.

7) Beiſpiel:

A) In den vorhinigen Beiſpielen war für 2 W = 120 Fußen Rhein. H = 30 und δ = 1,5 Fußen der Halbmeſſer R = 75 Fußen (§. 20), der Keilwinkel α = 1°,8' (§. 23, Nr. 6, A) und die Keilzahl n = 47 (§. 23, Nr. 6, C) gefunden worden. Nimmt man nun für dieſen Werth von α nach n die Winkelreihe (n—2) α,

Bayerische Staatsbibliothek München

(n−3)α, (n−4)α, ..., 3α, 2α, α aus §. 23, Nr. 6, F und ſucht deren Sinus auf, ſo erhält man folgende Tabelle:

1)	Sin. 45α	= Sin.	51°,0′	= 0,7771468,
2)	Sin. 44α	= Sin.	49°,52′	= 0,7645465,
3)	Sin. 43α	= Sin.	48°,44′	= 0,7516480,
4)	Sin. 42α	= Sin.	47°,36′	= 0,7384554,
5)	Sin. 41α	= Sin.	46°,28′	= 0,7249738,
6)	Sin. 40α	= Sin.	45°,20′	= 0,7112086,
7)	Sin. 39α	= Sin.	44°,12′	= 0,6971651,
8)	Sin. 38α	= Sin.	43°,4′	= 0,6828488,
9)	Sin. 37α	= Sin.	41°,56′	= 0,6682655,
10)	Sin. 36α	= Sin.	40°,48′	= 0,6534206,
11)	Sin. 35α	= Sin.	39°,40′	= 0,6383201,
12)	Sin. 34α	= Sin.	38°,32′	= 0,6229698,
13)	Sin. 33α	= Sin.	37°,24′	= 0,6073758,
14)	Sin. 32α	= Sin.	36°,16′	= 0,5915442,
15)	Sin. 31α	= Sin.	35°,8′	= 0,5754811,
16)	Sin. 30α	= Sin.	34°,0′	= 0,5591929,
17)	Sin. 29α	= Sin.	32°,52′	= 0,5426859,
18)	Sin. 28α	= Sin.	31°,44′	= 0,5259665,
19)	Sin. 27α	= Sin.	30°,36′	= 0,5090414,
20)	Sin. 26α	= Sin.	29°,28′	= 0,4916171,
21)	Sin. 25α	= Sin.	28°,20′	= 0,4746004,
22)	Sin. 24α	= Sin.	27°,12′	= 0,4570979,
23)	Sin. 23α	= Sin.	26°,4′	= 0,4394166,
24)	Sin. 22α	= Sin.	24°,56′	= 0,4215634,
25)	Sin. 21α	= Sin.	23°,48′	= 0,4035453,
26)	Sin. 20α	= Sin.	22°,40′	= 0,3853693,
27)	Sin. 19α	= Sin.	21°,32′	= 0,3670425,
28)	Sin. 18α	= Sin.	20°,24′	= 0,3485721,
29)	Sin. 17α	= Sin.	19°,16′	= 0,3299652,
30)	Sin. 16α	= Sin.	18°,8′	= 0,3112294,

31)	Sin. 15 α	=	Sin. 17°,0′	=	0,2923717,
32)	Sin. 14 α	=	Sin. 15°,52′	=	0,2733996,
33)	Sin. 13 α	=	Sin. 14°,44′	=	0,2543206,
34)	Sin. 12 α	=	Sin. 13°,36′	=	0,2351421,
35)	Sin. 11 α	=	Sin. 12°,28′	=	0,2158716,
36)	Sin. 10 α	=	Sin. 11°,20′	=	0,1965168,
37)	Sin. 9 α	=	Sin. 10°,12′	=	0,1770847,
38)	Sin. 8 α	=	Sin. 9°, 4′	=	0,1575836,
39)	Sin. 7 α	=	Sin. 7°,56′	=	0,1380208,
40)	Sin. 6 α	=	Sin. 6°,48′	=	0,1184040,
41)	Sin. 5 α	=	Sin. 5°,40′	=	0,0987408,
42)	Sin. 4 α	=	Sin. 4°,32′	=	0,0790391,
43)	Sin. 3 α	=	Sin. 3°,24′	=	0,0593064,
44)	Sin. 2 α	=	Sin. 2°,16′	=	0,0395505,
45)	Sin. α	=	Sin. 1°, 8′	=	0,0197791,

Multiplicirt man dieſe Sinus. von Nr. 1 an bis zu Nr. 45 mit den in §. 27, Zuſatz bey bLg ſtehenden Factoren m^1, m^2 ꝛc. von der dortigen Nr. 1 an bis Nr. 45, ſo erhält man folgende Tabelle für m^1. Sin. 45 α, m^2 Sin. 44 α, m^3 Sin. 43 α,...., m^{44}. Sin. 2 α, m^{45} Sin. α:

1)	0,00094044	= m' Sin. 45 α,
2)	0,00277492	= m^2 Sin. 44 α,
3)	0,00545434	= m^3 Sin. 43 α,
4)	0,00892821	= m^4 Sin. 42 α,
5)	0,01342838	= m^5 Sin. 41 α,
6)	0,01804237	= u. ſ. f.
7)	0,02356900	
8)	0,02966329	
9)	0,03626402	
10)	0,04363311	
11)	0,05072704	
12)	0,05845874	
13)	0,06643367	

14)	0,07526956
15)	0,08350455
16)	0,09177133
17)	0,09999915
18)	0,11185153
19)	0,11604515
20)	0,12365006
21)	0,13106318
22)	0,13799283
23)	0,14444076
24)	0,15033288
25)	0,15559533
26)	0,16015463
27)	0,16393784
28)	0,16687283
29)	0,16888811
30)	0,16991348
31)	0,16987948
32)	0,16871801
33)	0,16636339
34)	0,16274768
35)	0,15780999
36)	0,15148752
37)	0,14372038
38)	0,13445078
39)	0,12361422
40)	0,11129384
41)	0,09707337
42)	0,08125947
43)	0,06368733
44)	0,04431485 $= m^{44}$ Sin. 2α,
45)	0,02309647 $= m^{45}$ Sin. α.

Sucht man ferner die Summe dieſer Zahlen, ſo erhält man

$$T = 4{,}40881757.$$

B) Weiter verfahre man nach Nr. 6, B, wie hier folgt:
Man findet,

weil Sec. α oder Sec. $1°, 8' = \frac{1}{\text{Cos. } 1°, 8'}$ iſt,

$$\text{log: Sec. } 1°, 8' = \text{log. } 1 - \text{log. Cos. } 1°, 8' = 0 - (9{,}9999150 - 10)$$
$$= 10 - 9{,}9999150 = 0{,}0000850,$$

(worin 10 der log. Sin. tot, alſo log. $1^{(10)}$ iſt, welcher bekanntlich von dem Log. der artificiellen Linie ſubtrahirt werden muß, damit man den Logorihmus der natürellen Linie, die ſich auf den Sin. tot. = 1 bezieht, erhalte.) Alſo iſt

$$\text{log. Sec. } \alpha^{n-1} \text{ oder log. Sec. } (1°, 8')^{47-1} = 46 \,.\, \text{log. Sec. } 8°, 1'$$
$$= 46 \,.\, 0{,}0000850 = 0{,}0039100.$$

Zu dieſem muß nun die Zahl geſucht werden, welche dann der Werth von Sec. α^{n-1} hier, von (Sec. $1°, 8)^{46}$ iſt. Der Logarithmus = 0,0039100 fällt nach den Tafeln

zwiſchen log. 2 = 0,3010300
und log. 1 = 0,0000000

und es iſt alſo hier die Gränzlogarithmendifferenz = 0,3010300 und die Grenzzahlendifferenz = 1. Die Differenz zwiſchen dem Mittellogarithmus und dem kleineren Gränzlogarithmus iſt hier

= 0,0039100;

Wenn nun die Differenz zwiſchen der kleineren Gränzzahl und der Mittelzahl durch x bezeichnet wird, ſo muß ſich bekanntlich verhalten:

$$0{,}3010300 : 0{,}0039100 = 1 : x, \text{ d. h.}$$
$$3010300, : 39100, = 1 : x, \text{ oder}$$
$$30103 : 391 = 1 : x,$$
$$\text{woraus } x = \frac{391}{30103} = 0{,}0129887 \text{ folgt.}$$

Demnach iſt (Sec. $1°, 8')^{46} = 1 + x = 1{,}0129887$

Ferner ſuche man nach §. 27, Nr. 2 ꝛc. den Werth

$$\text{von } \mu^{n-1} = m^{n-1} + \mu^{n-2} \,.\, \text{Cos. } \alpha, \text{ alſo hier}$$
$$\mu^{47-1} = m^{47-1} + \mu^{47-2} \,.\, \text{Cos. } 1°, 8' \text{ oder}$$
$$\mu^{46} = m^{46} + \mu^{45} \,.\, 0{,}9998. \text{ Es iſt hier}$$

$$\mu^{46} = 2{,}2706579 + 58{,}3872552 = 60{,}6462356.$$

Dazu ferner ſuche man auch noch aus §. 23, Nr. 6, E und F den Werth von m^n. Es iſt nach der dortigen Nr. 6, F, b in D^{47} der Coefficient

$$m^{47} = 47{,}4534816.$$

Man hat alſo nun dieſe Zahl und ferner auch noch

$$\mu^{46} = 60{,}6462356,$$
$$(\text{Sec. } 1^\circ, 8')^{46} = 1{,}0129887,$$
$$R = 75 \text{ Rhein. Fußen},$$
$$\text{Cos. } 1^\circ, 8, = 0{,}99980.$$

Daraus hat man nach der Regel in Nr. 6, B die Größen U und V zu berechnen. Es iſt hier

$$U = \tfrac{1}{2} m^{47} + [0{,}75 - 0{,}25\ (\text{Sec. } 1^\circ, 8')^{46}] \cdot \mu^{46} \cdot \text{Cos. } 1^\circ, 8'$$
$$= \tfrac{1}{2} \cdot 47{,}4534816 + (0{,}75 - 0{,}25 \cdot 1{,}0129887)$$
$$\times 60{,}6462536 \cdot 0{,}99980$$
$$= 23{,}7267408 + 0{,}4967529 \cdot 60{,}6341063$$
$$= 23{,}7267408 + 30{,}1200448 = 53{,}8467856.$$

Ferner iſt hier

$$V = \tfrac{1}{2} R\ [\ (\text{Sec. } 1^\circ, 8')^{46} - 1]\ \mu^{46} \cdot \text{Cos. } 1^\circ, 8'$$
$$= \tfrac{1}{2} \cdot 75 (\ 1{,}0129887 \quad - 1) \cdot 60{,}6461356 \cdot 0{,}99980$$
$$= 0{,}4870725 \cdot 60{,}6341063 = 29{,}5334180.$$

C Aus dieſen Werthen von U und V, dem Werthe von R = 75 und dem in vor. Nr. A erhaltenen Werthe von T = 4,4088175 kann man nun nach der Gleichung

$$b = \frac{R \cdot T - V}{U - T}$$

die Keilhöhe b mit ſehr großer und doch auch nicht mit übertriebener Sicherheit. berechnen. — Es iſt hier

$$b = \frac{75 \cdot 4{,}4088175 - 29{,}5334180}{53{,}8467856 - 4{,}4088175}$$
$$= \frac{330{,}6613125 - 29{,}5334180}{49{,}4379381}$$
$$\frac{301{,}1278045}{49{,}4379381} = 6{,}091 \text{ Fußen Rhein.}$$
$$= 6', 0'', 9{,}1''' \text{ Rhein.}$$

Bemerkung. In Langsdorfs Straßen- und Brückenbaukunſt, Th. 2, Abth. 1, S. 66 findet ſich eine Tafel für Gewölbbögen ohne Anmauerung (alſo auch für nackte), worin man für die Forderung des Gleichgewichtes der Gewölbtheile untereinander die Gewölbdicke b aus der Bogenweite 2 W und inneren Bogenhöhe H berechnet findet. In ihr iſt die ganze Bogenweite (dort w und bey uns 2W genannt) in 1000 gleiche Theile eingetheilt angenommen und die dazu gegebene Höhe H (dort H genannt) iſt in ſolchen Theilen ausgedrückt. Für einen Bogen, deſſen Weite 2 W = 1000 und Höhe H = 250 iſt, worin ſich alſo

$$W : H = 1000 : 250 = 100 : 25 = 4 : 1$$

verhält und der alſo, wie der bisher angenommene, bis auf $\frac{1}{4}$ der Weite flach iſt, findet man in jener Tafel angegeben,

„daß die zum Gleichgewichte erforderliche Dicke b 36,3 ſolcher Theilchen, deren die „Bogenweite 2 W tauſend in ſich enthält, enthalten müße.

Hiernach müßte alſo, wenn man 2 W = 120 Fußen Rhein. ſezt, nach der Proportionsfrage,

„1000 Theilchen erfordern 36,3 ſolcher Theilchen für b,
„was erfordern 120 Fuße für eine b in Fußen,

$$\text{die } b = \frac{120 \cdot 36{,}3}{1000} = \frac{12 \cdot 36{,}3}{100}$$

$$= \frac{435{,}6}{100} = 4{,}356 \text{ Fußen ſeyn.}$$

Dieſes Reſultat iſt aus der von Langsdorf angewendeten Rechnungsweiſe, worüber wir im vor. erſten Hauptſtücke unſere Bemerkungen gemacht haben, hervorgegangen. Es muß von dem, welches wir nach unſerer Rechnungsweiſe erhalten haben, ganz natürlich abweichen da unſere Rechnungsweiſe durchaus von der von Langsdorf angewendeten verſchieden iſt.

Bey uns iſt b = 6,091′ Rhein. aber bey
Langsdorf iſt b = 4,356′, alſo iſt
die Differenz = 1,634 Fußen.

Obſchon ein Bogen in der Brücke zu Neuilly, wo die Bogenweite 2 W auch 120′ und die Höhe H auch 30′ enthält kein kreisförmiger gedruckter, kein flacher, ſondern ein nach einer Korblinie conſtruirter Bogen iſt und ſich alſo zwiſchen dieſem und unſerem flachen 120 Fuße weiten und 30 Fuße hohen Bogen keine genauen Vergleichungen anſtellen laſſen, ſo iſt es doch ohne alles Weitere auffallend, daß Langsdorf für ſeinen nackten Bogen nur eine Dicke b = 4,356′ findet, da hingegen in der Brücke zu Neuilly ein übermauerter Bogen eine Dicke b = 5′ hat, die eigentlich, noch richtiger Theorie, kleiner, als die b des nackten Bogens gefunden werden muß. Wir werden die b bey dem übermauerten Bogen ganz ge-

wiß kleiner, als wir ſie für den nackten Bogen gefunden habeu, herausbringen.

Fünfter Abſchnitt.

Von der möglichen Fugenriſſen widerſtehenden Gewölbdicke, die man einem belaſteten Gewölbbogen zu geben hat.

§. 30.

Durch die bisherigen Unterſuchungen ſind wir wohl in den Stand geſeßt, für einen kreisförmigen Gewölbbogen, welcher durch keine ihm aufgelegte Laſten beſchwert, alſo ein ſo genannter nackter Bogen iſt, diejenige Bogendicke oder Keilhöhe b zu berechnen, die man ihm zu gebeu hat, damit in ihm bey vorausgeſeßten zureichend ſtarken Widerlagern und Keilmaſſen nirgends Fugenriſſe entſtehen können. Die meiſten Gewölbbögen ſind aber belaſtete, ſie ſind belaſtet durch eine ihnen aufgelegte Uebermauerung und auch noch durch zufällige Laſten, die ſich über ihre Uebermauerung hinweg bewegen ſollen und die man Nußlaſt nennt. Von dieſen ſoll nun im gegenwärtigen Kapitel rückſichtlich der Beſtimmungsweiſe der ihnen zu gebenden Bogendicke gehandelt werden.

Erſte Kapitelabtheilung.

Von der richtigen Vorſtellungsweiſe, wie die den Gewölbkeilen aufgelegte Belaſtung gegen dieſe preßt.

§. 31, a.

Für die belaſteten Gewölbbögen muß erſt rückſichtlich der ihnen aufgelegten Belaſtung gezeigt werden, wie man ſich die Würkungen derſelben auf die Kopfflächen der Gewölbkeile richtig vorzuſtellen habe. Das halten wir hier für nöthig, weil wir wiſſen,

daß Anfänger in der Lehre von dem Gewölbbaue in dem hier zu betrachtenden Gegenſtande leicht auf falſche Anſichten gerathen können.

§. 31, b.

1) Eine einem Bogen K′K″A′A (Fig. 9) aufgelegte Uebermauerung K″STA′ nennen wir im Folgenden auch Stirnmauer, weil ihre Vorderfläche mit der Stirnfläche K′K″A′A des Bogens in einerley lothrechter Ebene liegt. Das hinter einer ſolchen Stirnmauer neben der K″S auf der Widerlagerfläche in K″K′ ſtehende Mauerſtück K″SR𝔎 heißt die An- oder Hintermauerung.

2) Die Werkſtücke einer Stirnmauer werden mit der Anmauerung ſo in Verband gelegt, daß ihre Lagerfugen der horizontalen Widerlagerfläche in K″𝔎 parallel laufen, und werden an den Bogen K′K″A′A auf zweierley Weiſe angeſtoßen. Entweder ſtoßen ſie mit abgeſchrägten Verbandflächen, wie bey K″a, ab, bc, cd ꝛc. zu ſehen iſt, an die Kopfflächen der gleich hohen Keile an, oder man macht von A′ gegen K″ hin in ſchicklichen Stellen jedesmal drey oder vier Keile höher, als die vorhergehenden waren, ſo daß die obere Wölbungslinie A′K″ eine Staffellinie wird, die aus horizontalen und lothrechten Linien componirt iſt, und legt die Werkſtücke der Stirnmauer gehörig in dieſe Staffeln ein, welche Conſtructionsweiſe man in den Lehrbüchern über den Bau ſteinerner Brücken, z. B. in dem von Röder, deutlich dargeſtellt findet. Bey der letztern liegen die Werkſtücke auf horizontalen Kopfflächen der Gewölbkeile auf, bey der erſterwähnten Conſtructionsweiſe aber liegen ſie auf ſchiefen Flächen, wie bey K″a, ab, bc ꝛc. Wenn man nun bey der Berechnung der Preſſungen der Stirnmauer auf die Gewölbkeile dieſe Mauer in lothrechte Säulen, wie durch mnop eine angedeutet iſt, eintheilt, ſo kann, im Falle ſolche Säulen unten auf ſchiefen Kopfflächen op der Keile aufſitzen, leicht folgende Meinung entſtehen:

(𝔥) „Solche Säulen ſtehen auf dem Bogen, wie auf ſchiefen Ebenen nebeneinander, es komme ihnen deswegen ein Beſtreben zu, von dieſen gegen die Anmauerung in K″S herunter zu gleiten, ſie preſſen daher nicht mit ihrem ganzen „Gewichte auf die Keile, auf welchen ſie aufſitzen, eine jede Säule ſchiebe horizontal auswärts gegen die ihr benachbarte nach der Anmauernng hin ſo, daß dadurch eine Summe von horizontalen Seitenpreſſungen der Säulen entſtehe, welche die Anmauerung in ihrer lothrechten in K″S liegenden Ebene auszuhalten habe.

3) Dieſe Anſicht aber, die nur dann entſtehen kann, wenn die Werkſtücke der Stirnmauer mit ſchiefen Anſtoßflächen an die Kopfflächen der Gewölbkeile anſtoßen, iſt irrig, wie aus Folgendem erhellet:

Es iſt ohne Weiteres gewiß, daß ein Werkſtück 1 (Fig. 9) auf der horizontalen Widerlagerfläche in K″𝔎 ruhig liege und noch gar keinen Druck gegen den Bogen in K″a ausübe, wenn ſein vorderer Schmiegentheil K″αa leichter iſt, als ſein Hinter-

theil 1 K″α, was allemal Statt hat. Eben ſo wenig kann auch noch das folgende auf das Werkſtück 1 aufgelegte Werkſtück 2 gegen den Bogen in ab preſſen, wenn, wie es ſeyn kann, ſein vorderer Schmiegentheil abαβ leichter iſt, als ſein Hintertheil αβ2. — Man denke ſich nun noch weiter aus K″ aufwärts die lothrechte Linie K″S gezogen und nach der Richtung derſelben Schichten 3, 4, 5, 6 ..... von Werkſtücken ſo, daß jedesmal das letzte mit einer Schmiegenfläche bc, cd ꝛc. an den Gewölbbogen anſtößt und alle Werkſtücke horizontal liegen, über der Horizontfläche in βb aufgeſchichtet. Von allen dieſen Steinſchichten 3, 4, 5, 6 .... kann offenbar keine Seitenpreſſung gegen die lothrechte Fläche der in K″S anfangenden Hintermauerung ausüben, alle werden die Maſſe in K″βb in der horizontalen Fläche in βb lothrecht abwärts drücken und um die Stelle in K″ einwärts, alſo gegen den Bogen hin, zu drehen ſtreben, und über die Stelle b hinauf gegen A′ hin wird eine jede Steinſchicht mit ihrem Schmiegenende gegen den Gewölbbogen einwärts preſſen, ſo daß, wenn ſich dieſer um die Stelle K′ herum mit ſeiner Stelle A′ abwärts drehen könnte, alle Steinſchichten der Stirnmauer dieſem Gange des Bogens folgen und aus einander reiſſen müßten. Daraus aber iſt zureichend offenbar,

„daß man, wenn man ſich zur Berechnung der Würkungen der Stirnmauermaſſe
„auf den Gewölbbogen dieſe Maſſe in lothrechte Säulen, wie eine durch mnop
„angedeutet iſt, eingetheilt vorſtellt, bey dieſen Säulen, obſchon ſie unten in op
„mit ſchiefen Flächen auf den Köpfen der Keile aufſitzen, keineswegs die in
„Nr. 2, (h) angegebene Vorſtellung zu machen, ſondern daß man zu ſetzen habe,

„jede Säule preſſe mit ihrem ganzen Gewichte auf den Keil, worauf ſie ſteht,
„lothrecht abwärts und übe keinen horizontalen Seitendruck aus.“

Jene Vorſtellungsweiſe [Nr. 2, (h)] würde, was den horizontalen Seitendruck anbelangt, Statt haben, wenn die Säulen würklich ſo, wie man ſich dieſe bey der Eintheilung der Stirnmauermaſſe in dieſelben vorſtellt, nebeneinander und ohne Zuſammenhang untereinander auf dem Gewölbbogen aufgeſtellt wären, ſo aber ſind ſie ja in der Würklichkeit nicht vorhanden; und was ferner ihren lothrechten Druck auf die ſchiefen Köpfe betrifft, ſo müßte dieſer doch nothwendig noch ihrem ganzen Gewichte gleich ſeyn, falls ſie auch würklich, wie Körper auf ſchiefen Ebenen, von dieſen abwärts zu gleiten beſtrebt wären, aber auf dieſen durch die Anmauerung in K″S in Ruhe gehalten würden, was aus der Lehre von der ſchiefen Ebene folgt.

4) Dieſem muß nun ferner auch noch Folgendes beigefügt werden: Das in vor. Nr. Beigebrachte ſcheint doch nur durchaus gültig zu ſeyn für eine ſolche Stirnmauermaſſe,

„welche durchgängig aus Mauerſteinen beſteht, die gehörig in Verband unter einer
„gelegt ſind.“

Gewöhnlich aber werden die Uebermauerungen der Gewölbbögen zur Erſparung der Koſten auf andere Weiſe conſtruirt. Man führt nur an den beiden äußeren Seiten des Gewölbbogens zwey aus ordentlichen Werkſtücken beſtehende $3\frac{1}{2}$ bis ꝛc. Fuße dicke und inwendig mit Abſtufungen verſehene Mauern auf und nennt nur dieſe beiden Theile der ganzen Uebermauerung des Gewölbbogens Stirnmauern. Den zwiſchen dieſen bleibenden Raum füllt man dann mit Steinbrocken oder Mauerſchutt mit Kalkverguß, ja ſo gar auch bisweilen gar nur mit bloſer Erde aus, wobey jedoch der Raum von K″ an bis zu einer gewiſſen Höhe K″β und Linie βb noch maſſiv ausgemauert werden muß. Bedient man ſich hier nicht ſehr dicker Stirnmauern, ſo werden dieſe dann bisweilen durch die zwiſchen ihnen liegende nicht gehörig in ihren Theilen zuſammenhängende Ausfüllungsmaſſe auswärts gedrückt.

Bey dieſer Conſtructionsweiſe der Uebermauerungen der Gewölbbögen findet alſo doch in jeder von den vorerwähnten Säulen mnop ein zwiſchen zweien äußern Säulenſeiten befindlicher mittlerer Säulentheil Statt, welchem ein gewiſſer Grad von Beſtreben zukommt, von dem Gewölbbogen herunter zu gleiten, und der alſo einen gewiſſen Seitendruck gegen die Anmauerung in K″S verurſacht. Dieſem Seitendrucke gegen die Anmauerung in K″S würkt aber der Druck der hinten an der Anmauerung in KR anliegenden und veſtgeſtampften Erdmaſſe in dem Grade ſtark entgegen, daß man ihn als dadurch aufgehoben betrachten darf und bey gehöriger Conſtruction nicht zu befürchten hat, die zwiſchen den Stirnmauern liegende Ausfüllungsmaſſe werde die Anmauerung auf ihrer Grundfläche in K″K horizontal auswärts treiben oder um die Stelle K auswärts drehen. Man hat daher die Dicke K″K dieſer Anmauerung keinesweges nach dem Seitendrucke der eben genannten Maſſe, ſondern nach der Breite ED, die man dem Widerlager zu geben hat, einzurichten.— Iſt der Pfeiler, auf welchem der Gewölbbogen aufſitzt, kein Landpfeiler, wie EDK′K″K, ſondern ein Mittelpfeiler, auf dem auf der andern Seite der Linie K″S ein zweiter Gewölbbogen aufſteigt, ſo preſſen dann die Ausfüllungsmaſſen in den beiden Stirnmauernräumen der beiden Bögen in der durch die K″S gehenden lothrechten Ebene gegen einander und man hat alſo auch hier den Seitendruck einer jeden dieſer Maſſen als aufgehoben zu betrachten.— Bey ſolchen Uebermauerungen oder Stirnmaueren der Gewölbbögen alſo, die nicht ganz maſſiv ſind, ſondern zum Theile aus einer Ausfüllungsmaſſe beſtehen, hat man, obſchon da Seitendruck Statt findet, dieſen eben ſo gut als o zu betrachten, wie bey den völlig maſſiven Uebermauerungen, wo er nach Nr. 2 würklich = o iſt.— Und was den lothrechten Druck betrifft, welchen die Köpfe der Keile von den über ihnen vorgeſtellten lothrechten Säulen der Stirnmauermaſſe leiden, ſo iſt dieſer ſtets dem ganzen Gewichte einer ſolchen Säule gleich, es ſey dieſe ganz maſſiv oder ſie enthalte eine Ausfüllung in ſich.

Was endlich die Berechnung des Gewichtes einer ſolchen Säule anbelangt, ſo müßte man freylich, wenn man ganz genau verfahren wollte, das Gewicht der beiden maſſiven Seiten und auch der Ausfüllung beſonders berechnen und beide Gewichte ad-

diren. Man darf aber hier ohne Nachtheil eine ſolche Säule als eine durchaus maſſive ihrem Gewichte nach berechnen, wodurch man zwar ein etwas zu großes Reſultat erhält, welches aber deswegen nichts ſchadet, weil man ja doch die Bogendicke b etwas größer nimmt, als ſie nach der für ſie angeſtellten Gleichgewichtsberechnung ſeyn müßte, und alſo bey der Zugabe, die man ihr giebt, dieſe etwas kleiner nehmen kann, als man ſie nehmen würde, wenn der Gewölbbogen mit einer ganz maſſiven Stirnmauer überbaut wäre.

Zweite Kapitelabtheilung.

Von der Art, wie man den Druck der Brüſtungsmauern, der Brückenbahn und Nutzlaſt dem Drucke der Uebermauerung des Gewölbbogens einzurechnen habe.

§. 32 a.

Ferner muß, ehe wir uns auf die Berechnungen, welche die möglichſt richtige ſtatiſche Beſtimmung der Dicke eines über- und hintermauerten Gewölbbogens betreffen, einlaſſen können, erwogen werden wie man bey ſolchen Bögen das Gewicht der ihren Stirnmauern aufgeſetzten Brüſtungsmauern (oder eiſernen Geländer), und auch das Gewicht des aufgelegten Straſſenpflaſters mit den nebenliegenden Fußwegen (Trottoirs) und der über die Brücke hinweggehenden zufälligen Laſten (der Nutzlaſt), die wir durch L bezeichnen, in Rechnung zu nehmen habe.

§. 32, b.

1) Wenn man (Fig. 9) die Uebermauerung und Hintermauerung eines Gewölbbogens bis zu ſeinem Scheitel A′ aufgeführt, wenn man alſo mit dieſer bis in die Linie A′s, die wir hier als eine horizontale annehmen, obſchon ſie wegen des Abfluſſes des Waſſers etwas gegen s hingeſenkt ſeyn ſoll, gekommen iſt, ſo wird bekanntlich des ganzen Brückenbogens Ueber- und Hintermauerung der Länge und Breite nach mit einem Cemente aus Mörtel nnd Ziegelmehl bedeckt und ausgeglichen und man nimmt dann die Herſtellung der Fußwege der Geländer und des Pflaſters auf folgende Weiſe vor.

Längs des ganzen über- und hintermauerten Brückenbogens, alſo in der Linie sA′,......, werden platte Steine auf beiden Seiten des Bogens ſo in die vorgenann-

te Cementlage eingelegt, daß ſie über die Stirnfläche des Bogens in gewiſſem Grade hervorragen und nach der Länge des Bogens einen zur Verzierung dienenden Saum bilden. In Fig. 10 iſt durch w ein ſolcher Stein vorſtellig gemacht, ſeine Höhe di iſt da nur 12 Werkzolle groß genommen, er ſpringt über die Stirnfläche in ST des Bogens oben um eine Weite au von 9 und unten um eine Weite dv von 6 Zollen hervor und iſt ſo gearbeitet, daß die Dicke ae der obern Platte 4 und die Ausladung ef derſelben 3 Zolle, die Dicke fd des untern Theiles aber 9 Zolle enthält. Man kann aber einen ſolchen Stein auch bis 16 Zolle hoch nehmen, ihn 12 Zolle über ST hervor gehen laſſen und ihm vorn in aed eine Geſimsform geben. Die oberſte Länge ab eines ſolchen Steines w richtet ſich nach der Länge au ſeines Vorſprunges über ST die hier 9 Werkzolle groß genommen iſt, nach der Dicke ug = kl der aufzuſetzenden Brüſtungsmauer, für die hier 15 Zolle gerechnet worden ſind, und nach dem Stücke gb, um welches der Stein unter der Fußwegplatte P fortlaufen ſoll; es ſind hier für gb 30 Zolle gerechnet, wornach alſo die obere Steinlänge ab = au + ug + gb = 9 + 15 + 30 = 54 Werkzollen = 4,5 Fußen iſt. Auf ſolche Steine w wird die Brüſtungsmauer ugxoy, deren Steine verklammert werden müßen, aufgeſetzt. In der Figur hat der Geſimsſtein adhba bey u eine 2 Zolle große Vertiefung und eine Abdachung au. Die Höhe uk des Werkſtückes ugkl iſt = 12 und die Dicke kl iſt = 15 Werkzollen. Auf kl folgen noch 2 Werkſtücke, jedes 15 Zolle hoch, und dann folgt noch der 6 Zolle hohe Deckſtein O, ſo daß alſo von ug an bis o die ganze Höhe 12 + 2 . 15 + 6 oder 48 Werkzollen oder 4 Fuße erhält. Auf den Stein w wird die Fußwegplatte P ſo aufgelegt, daß ſie in den Stein uklg bey ng zwey Zolle tief eingreift. Dieſe P iſt hier von g bis m $4\frac{1}{4}$ Fuß breit genommen und bey m etwas abgeſchrägt. An den w ſtößt bey b der $2\frac{1}{2}$ Fuß breite Rinnenſtein an, welcher in m eine Rinnenvertiefung hat und bey st etwas ſchief abwärts, zur Anlegung des erſten Pflaſterkeiles läuft. Sind die Lagerſteine w, die Rinnenſteine r und die Fußwegplatten P gelegt, ſo wird dann der Raum zwiſchen den Rinnenſteinen etliche Zolle hoch mit grobem Grande überſchüttet, dieſer Grand wird gleichmäßig dick ausgetheilt und mit 12pfündigen Stößern veſtgeſtampft. Endlich wird dieſe Grundlage mit Sand ſo hoch, als zum Setzen der Pflaſterſteine erforderlich iſt, überführt und dann wird das Pflaſter eingelegt und veſtgeſtampft. Dieſes läßt man gegen die Mittellinie der Brückenbahn gewölbt anſteigen, ſo daß die Steigung auf etwa 10 Fuße 3 bis $3\frac{1}{2}$ Zoll beträgt.

2) Hat man die Conſtruction der Geſimsſteinlagen, der Brüſtungsmauern, der Fußwege, der Abzugsrinnen und des Straßenpflaſters mit den dabey anzuwendenden Abmeſſungen auf die vorerwähnte Weiſe beſtimmt, ſo berechne man die Gewichtsſumme G*, welche dieſen Gegenſtänden von dem Bogenſcheitel A′ an bis zu der über dem Bogenende K″ lothrecht liegenden Stelle σ, alſo auf die Länge A′σ (Fig. 9), zukommen muß. Zwar müßte man hierzu ſchon die Gewölbdicke b oder K′K″ wiſſen, weil die Länge A′σ = BK′ + K′k iſt, die K′k aber von der K′K″ abhängt; da aber die Berechnung der G* doch nur approximativ genau ſeyn kann, ſo verfährt man hier in allen Fällen zureichend ſicher, wenn man 5 Fuße Rhein. für kK′ an-

nimmt, alſo die Länge $A'\sigma = BK' + K'k = (\mathfrak{W} + 5)$ Fußen ſetzt, worin $\mathfrak{W}$ die gegebene halbe Gewölbweite bedeutet.

Beyſpiel: A) Es ſey (Fig. 10) die Länge $ab + bs = 7$ Fußen, ſo iſt bey der Höhe $di = 1$ Fuß der Quadratinhalt von

$$w + r = 7\ q'$$

Ferner ſey $gm = 4\frac{1}{4}$ Fuß und $gn = \frac{1}{2}$ Fuß, ſo iſt der Quadratinhalt von

$$P = 4\tfrac{1}{4} \times \tfrac{1}{2} = 2\tfrac{1}{8}\ q'.$$

Weiter ſey ugkl oben $1\frac{1}{4}$ Fuß und unten $1\frac{1}{2}$ Fuß, alſo im Mittel genommen $\frac{11}{8}$ Fuße dick und die Höhe uk enthalte 1 Fuß; dabey iſt der Quadratinhalt von

$$ugkl = \tfrac{11}{8} \cdot 1 = 1\tfrac{3}{8}\ q'.$$

Endlich iſt klxoy, genau genug genommen, durchaus $1\frac{1}{4}$ Fuß dick, ſteigt über kl hinauf 3 Fuße, daher iſt der Quadratinhalt von

$$klxoy = 1\tfrac{1}{4} \times 3 = 3\tfrac{3}{4}\ q'.$$

Demnach iſt von $(w + r) + P + ugkl + kloxy$ der Quadratinhalt

$$\mathfrak{Q} = 7 + 2\tfrac{1}{8} + 1\tfrac{3}{8} + 3\tfrac{6}{8} = 14\tfrac{1}{4}\ q'.$$

B) Wenn die gegebene halbe Bogenweite K'B oder $\mathfrak{W}$ (Fig. 9) eine Länge von 60 Rhein. Fußen hat und dabey die $K'k = 5$ Fußen, alſo Bk oder $A'\sigma = \mathfrak{W} + 5 = 60 + 5 = 65$ Fußen Rhein. geſetzt wird, ſo iſt des Mauerwerkes oxkadtsmnyo (Fig. 10) körperlicher Inhalt

$$\mathfrak{K} = \mathfrak{Q}\,(\mathfrak{W} + 5) = (14\tfrac{1}{4}) \cdot 65\,c'$$

und dieſes giebt für die beiden Seiten genommen

$$2\,\mathfrak{K} = 28{,}5 \cdot 65\,c' = 1852{,}5\,c'$$

C) Nach Eytelweins Statik veſter Körper (S. 100) iſt das ſpecifiſche Gewicht des Magdeburger Sandſteines 1,971 bis 2,123, alſo, im Mittel genommen, 2,047mal ſo groß, als das ſpecifiſche Gewicht = 1 eines eben ſo großen Waſſerſtückes. Nun wiegt aber 1 Würtemb. Cubicfuß reines Waſſer 50,8 ℔ Würtemb. und es wiegt demnach

1 Würt. Cubicfuß Magdeb. Sandſtein 2,047 × 50,8 ℔
= 103,9876 Würtemb. ℔.

Das trifft ziemlich zuſammen mit dem ſpecifiſchen Gewichte des Stuttgarter Sandſteines, von welchem 1 Cubicfuß, wenn er noch feucht aus dem Bruche kommt, 110 und ausgetrocknet 104 bis 105 Würt. ℔ wiegen ſoll. — Behält man das obige arithmet. Mittel 2,047 als ziemlich richtig für den Stuttgarter Sandſtein bey, und will man nach ihr berechnen, was 1 Rhein. Cubicfuß von ſolchem Sandſteine in Nürn-

berger Gewicht wiegt, ſo muß man mit der Zahl 2,047 das Gewicht γ Nürnb. ℔ eines Rhein. Cubicfußes Waſſer multipliciren. Sucht man dieſe Zahl γ, ſo findet man Folgendes: Nach Eytelwein (a. a. O. S. 83) wiegt ein Rhein. (oder Brandenburg.) Cubicfuß reines Waſſer 69,93684 Berl. ℔ Handelsgewicht. Nun verhält ſich aber

1 ℔ Berl. : 1 ℔ Nürnb. = 0,9187 : 1

[ſ. Langsdorfs Handb. der Maſchinenlehre (1797) S. 71],

woraus 1 Berl. ℔ = 0,9187 Nürnb. ℔ folgt.

Alſo hat man

69,93684 Berl. ℔ = 69,93684 × 0,9187
= 64,250 ... Nürnb. ℔

Dieſe Zahl γ = 64,25 mit der vorerwähnten ſpecifiſchen Gewichtszahl 2,047 multiplicirt, giebt,

„daß 1 Rhein. Cubicfuß Stuttgarter trockener Sandſtein 2,047 × 64,25 oder „131,51975 alſo, genau genug geſetzt, 131,52 Nürnb. ℔ wiege.“

D) Wenn man nun dieſes Gewicht g eines Rhein. Cubicfußes Stuttgarter Sandſtein mit der in Nr. B erhaltenen Zahl 2 K = 1852,5 multiplicirt, ſo erhält man des doppelten Mauerwerkes oxkadtsmnyo Gewicht

g = 1853,5 × 131,52 = 243640,80
= 243641 Nürnb. ℔ = 2436,41 Cent.

„Das iſt alſo der Druck, welchen die aus den Geſimsſteinlagen, den Brü„ſtungsmauern, den Fußwegplatten und Gerinnſteinen beſtehenden „zwey dem halben Gewölbbogen auf ſeinen beiden Seiten in einer Länge „A′σ = (W + 5) Rhein. Fußen aufgelegten Steinmaſſen ausüben, und zwar „unter der Vorausſetzung, daß das ſpecifiſche Gewicht g der zu dieſen Steinmaſ„ſen angewendeten Sandſteinart = 2,047 ſey, daß alſo ein Rhein. Cubicfuß der„ſelben 131,52 Nürnb. ℔ wiege.

E) Nun berechne man auch noch, um G* zu erhalten, das Gewicht g′ des Straßenpflaſters zwiſchen den beiden Gerinnſteinen r und r (Fig. 10) und zwar ebenfalls für die Länge A′σ = Bk = (W + 5) Rhein. Fußen. —

Die Stirnfläche ST des Brückenbogens ſteht nach den vorhin angenommenen Abmeſſungen von der Stelle s des Gerinnſteines, in welcher das Pflaſter anfängt, um die Weite ub + bs = $3\frac{1}{2}$ + $2\frac{1}{2}$ = 6 Fußen ab. Wenn nun, wie hier angenommen wird, die Breite des Brückenbogens, von Stirn- zu Stirnfläche gerechnet, 32 Fuße erhalten ſoll, ſo gehen von dieſer Breite, rund gerechnet, 2 mal 6 Fuße für die beiden Abſtandsſummen 2 . (ub + bs) ab, ſo daß alſo die Pflaſterbreite β zwiſchen s und s nur noch 32—12 oder 20 Fuße groß bleibt. Dieſe β mit der Län-

ge A'σ (Fig. 9) oder W + 5 = 60 + 5 = 65 Fußen multiplicirt giebt den Quadratinhalt

$$Q' \text{ des Pflaſters von } A' \text{ bis } \sigma \text{ hin; es iſt hier}$$

$$Q' = 65 \cdot 20 = 1300\, q'.$$

Nach Langsdorfs Straßen- und Brückenbau S. 318 kann man, im Mittel genommen, das Gewicht des Pflaſters für jeden Quadratfuß ſeiner Fläche 70 Berl. ℔ groß anſchlagen, und das giebt, weil 1 Berl. ℔ = 0,9187 Nürnb. ℔ ausmacht, 70 × 0,9187 = 64,309 = 64,41 Nürnb. ℔.

Demnach iſt hier das Pflaſtergewicht

$$g' = Q' \cdot 64{,}31 = 1300 \cdot 64{,}31 = 83603$$
Nürnb. ℔ = 836'03 Nürnb. Cent.

F) Addirt man nun dieſen Werth von g' zu dem in Nr. D erhaltenen Werthe von g, ſo erhält man die Gewichtsſumme

$$G^* = g + g' = 2436{,}41 + 836{,}05 \text{ oder } 3273$$
Nürnb. Centner.

„Das iſt das Gewicht G* der am Anfange der gegenwärtigen Nr. 2 genann-
„ten Gegenſtände bey den bisher für ſie angenommenen Abmeſſungen und ſpecifiſchen
„Gewichten.

3) Ferner berechne man die über den Brückenbogen gehende zufällige Laſt L.

Ein Brückenbogen muß auf eine ſolche Nutzlaſt L berechnet ſeyn, welche der Gewichtsſumme gleich iſt, die ſich ergiebt, wenn man ſich das Pflaſter deſſelben und ſeine Fußwege ſo dick, als möglich von Infanterie und Cavallerie, die darüber ordnungsmäßig hinweg marſchirt, oder von begleiteten Fuhrwerken gänzlich beſetzt denkt.

A) Für Infanterie: Man kann das Gewicht eines armirten Infanteriſten zu 140 + 40 = 180 ℔ anſetzen. Iſt das Brückenpflaſter 20 Fuße breit, ſo können höchſtens 10 Mann neben einander darauf gehen, deren Gewicht 10 . 180 = 1800 ℔ iſt. Hat ferner das Pflaſter des Brückenbogens von A' bis σ eine Länge von W + 5 = 65 Fußen und man denkt ſich auf jede 3 Fuße eine Reihe, ſo gehen darauf $\frac{65}{3}$ oder 21 Reihen. Da jede Reihe 1800 ℔ wiegt, ſo beträgt das Gewicht der 21 Reihen 37800 ℔. Nimmt man dazu, daß auf den beiden Fußwegen noch 16 . (2 + 2) oder 64 Mann maſchiren, welche 64 . 180 oder 11520 ℔ wiegen, ſo iſt der über die Bahn des halben Brückenbogens vertheilten Infanteriſten Gewichtsſumme

= 37800 + 11520 = 49320 ℔ oder 494 Cent.

B) Für Cavallerie: Man berechnet das Höchſte, wenn man ſetzt, es laſſen ſich in einer Linie nach der Breite der Brücke halb ſo viel Cavalleriſten, als Infanteriſten neben einander aufſtellen, alſo, nach Nr. A, $\frac{1}{2}$ (10 + 4) = 7 Reuter.

Rechnet man, daß, der Länge nach, jeder Reiter 9 Fuße brauche, ſo gehen auf die Länge der Bahn des halben Brückenbogens, welche 65 Fuß groß geſetzt worden iſt, $\frac{65}{9}$ oder 7 Reiter. Dieſe Reihenzahl mit der Zahl 7 der Reiter einer Reihe multiplicirt giebt die Anzahl 7 × 7 = 49 der Reiter, die von A bis σ auf die Bahn des halben Brückenbogens (Fig 9) gehen. Rechnet man für das Gewicht eines Reiters mit Pferd, Armatur und Gepäcke 10 Centner, ſo iſt das Gewicht der 49 Reiter

= 490 Centnern.

C) Für Fuhrwerk mit Begleitung deſſelben von Reitern.

Auf die Länge A′σ = 65 Fußen kann nur ein 6ſpänniger Laſtwagen gerechnet werden. Die Fuhrleute laden wegen der Vorſpannen, die ſie anwenden, auf 1 Pferd im Mittel genommen 15 Centner, das giebt für einen Sechsſpänner 6 . 15 = 90 Centner. Jedes Pferd mit Geſchirr wird hier zu 8 Centnern angeſchlagen, welches auf 6 Pferde 6 . 8 = 48 Cent. giebt. Alſo giebt die Ladung nebſt den Pferden 90 + 48 = 138 Cent. Dazu kommt der Wagen mit Ketten, wofür wir 25 Cent. rechnen und worauf man alſo das Gewicht des ſechsſpännigen ſtark beladenen Fuhrwerkes

138 + 25 = 163 Cent.

beträgt. Stehen 2 ſolcher Fuhrwerke auf der Bahn des halben Brückenbogens nebeneinander, ſo iſt deren Gewicht

= 2 . 163 = 326 Cent.

Rechnet man dazu 4 Fuhrleute, jeden 150 ℔ ſchwer, ſo iſt das Gewicht

= 4 . 150 ℔ + 326 Cent. = 332 Cent.

Befinden ſich auf beiden Seiten dieſer zwey nebeneinander geſtellten Fuhrwerke auch noch Reiter, und zwar auf jeder Seite 7, alſo zuſammen 14, von welchen jeder 10 Centner wiegt, ſo iſt deren Gewicht 140 Cent., welches zu den vorigen 332 Cent. addirt die Summe

332 + 140 = 170 Centner giebt.

D) Vergleichung der in Nr. A, B, C erhaltenen Reſultate:

Nach Nr. A giebt die Infanterie . . . . . 494 Cent.

Nach Nr. B giebt die Cavallerie . . . . . 490 Cent.

Nach Nr. C giebt endlich das Fuhrwerk mit ſeiner Begleitung 470 Cent.,

wobey aber für die Gewichte der Fußgänger, die ſich auf den Trottoirs befinden können, noch nichts gerechnet iſt. Rechnet man nun auch noch, daß ſich auf den Trottoirs in der Länge A′σ = 65 Fußen der Bahn des halben Brückenbogens 2mal 65

oder 130 Fußgänger befinden, von welchen jeder 140 ℔ wiegt, ſo kommen zu den 470 Centnern noch

$$130 \cdot 140 = 18200 \text{ ℔} = 182 \text{ Centn.}$$

Das giebt die Summe

$$\mathfrak{L} = 470 + 182 = 652 \text{ Cent. Nürnb.}$$

„als das Maximum der Beſchwerung der Bahn des halben Brückenbogens, „deſſen Bahn von A′ bis σ eine Länge von 𝔚 + 5 = 65 Fußen Rhein. hat.“

4) Nun addire man zu dem in Nr. 2, F erhaltenen Gewichte $\mathfrak{G}^* = 3273$ Cent. das ſo eben gefundene Max. = 652 Cent der Nutzlaſt 𝔩, ſo erhält man die Gewichtsſumme

$$\mathfrak{G}^{**} = \mathfrak{G}^* + \mathfrak{l} = 3273 + 652 = 3925 \text{ Cent.}$$

5) Statt aller der Maſſen, die mit ihrer bisher berechneten Gewichtsſumme $\mathfrak{G}^* + \mathfrak{l}$ auf die durch die Linie A′σ (Fig. 9) gehende Horizontalfläche F der Uebermauerung des halben Gewölbbogens K′K″A′A preſſen, kann man ſich eine nach der ganzen Länge A′σ = 𝔚 + 5 Fußen (vor. Nr. 2) und Breite L der Fläche F in gleicher Dicke A′T oder 𝔥 eine Maſſe verbreitet denken, die aus eben ſolcher Steinart, woraus die Gewölbkeile genommen ſind, beſteht, wovon alſo ein Cubicfuß g Pfunde wiegt, und deren Gewicht der Gewichtsſumme $\mathfrak{G}^* + \mathfrak{L}$ gleich iſt. Dieſer Maſſe körperlicher Inhalt iſt = F . 𝔥 Cubicfußen, worin F = (𝔚+5) L Quadratfußen iſt, und das Gewicht dieſer Maſſe iſt

$$= F \cdot \mathfrak{h} \cdot g.$$

Soll aber dieſes = $\mathfrak{G}^* + \mathfrak{L}$ ſeyn, ſo muß, wegen der Gleichung

$$F \cdot \mathfrak{h} \cdot g = \mathfrak{G}^* + \mathfrak{l},$$

die Dicke $\mathfrak{h} = \dfrac{\mathfrak{G}^* + \mathfrak{l}}{F \cdot g}$ ſeyn.

„Man kann alſo die Gewichte der Brüſtungsmauern, der Fußwege, des „Straßenpflaſters und der Nutzlaſt, welche auf die durch die Linie A′σ „gehende horizontale Fläche F der Uebermauerung des Bogens preſſen, auf die Weiſe „in Rechnung bringen, daß man ſetzt,

„die Uebermauerung habe im Scheitel A′ des Bogens eine Dicke A′T oder 𝔥, „die nach der obigen Formel berechnet iſt, und es ſey demnach hinten neben der „Anmauerung K″SR𝔎 die Höhe ℌ′ der Uebermauerung die Linie

$$\begin{aligned} K''S &= K''\sigma + \sigma S = BA' + A'T - kK'' \\ &= BA + AA' + A'T - kK'' \\ &= \mathfrak{H} + b + \mathfrak{h} - kK'' \end{aligned}$$

6) Rechnungsbeiſpiel. Für $\mathfrak{W} = 60'$ und $L = 32'$ iſt

$$F = (\mathfrak{W} + 5)\, L = 65 \cdot 32 = 2080 \text{ Quadratfuß}$$

Setzt man nun, daß das Gewicht g eines Rhein. Cubicfußes der Sandſteinart, woraus die Gewölbkeile genommen ſeyn ſollen (nach Nr. 2, D) 131,52 ℔ Nürnb. betrage und daß $\mathfrak{G}^* + \mathfrak{L}$ nach der vor. Nr. 4 aus 3925 Cent. beſtehe, ſo iſt hier A′T oder

$$\mathfrak{h} = \frac{\mathfrak{G}^* + \mathfrak{L}}{F \cdot g} = \frac{3925 \cdot 100}{2080 \cdot 13152}$$
$$= 1{,}80 \ldots \text{ Fußen.}$$

Daraus kann man, wenn man b weis, K″S oder $\mathfrak{H}'$ berechnen.

7) Bey der in der vorigen Nr. 5 angegebenen Rechnungsweiſe erhebt ſich aber die Frage,

„ob man ſie als genau genug für die Berechnung der Stärke der Wiederlager an„nehmen könne.“

Zur Beantwortung derſelben dient Folgendes:

A) Was die Brüſtungsmauern, die Fußwege und das Straßenpflaſter betrifft, ſo ſcheint die vorige Rechnungsweiſe deswegen nicht richtig genug für die Berechnung der Stärke der Widerlager zu ſeyn, weil die hier genannten Gegenſtände nicht insgeſamt in einerley Höhe oder Dicke auf der in A′σ liegenden Horizontalfläche der Uebermauerung aufliegen, was doch ſeyn müßte, wenn jene Rechnungsweiſe ſtreng richtig ſeyn ſollte; die Brüſtungsmauern ſteigen ja höher, als die Fußwege, über die Fläche in A′σ hinauf ꝛc. Wenn man ſich alſo ſtatt der vorgenannten Gegenſtände eine ihrem Gewichte gleiche Steinmaſſe in gleicher Dicke über die Fläche in A′σ ausgebreitet denkt und die Stärke des Widerlagers für dieſe Hypotheſe berechnet, ſo wird dieſes in ſeinem mittleren Theile, gegen welchen der zwiſchen den Brüſtungsmauern liegende Theil des Brückenbogens preßt, etwas ſtärker, als es da würklich geſchieht, gepreßt angenommen, weil man ja die Maſſen der Brüſtungsmauern auch mit auf die in A′σ liegende Fläche dieſes mittleren Brückenbogentheiles vertheilt angenommen hat, obſchon dieſe nur auf zweien dieſe Fläche zwiſchen ſich faſſenden Streifen ſitzen; und hingegen wird der Druck gegen jeden von denjenigen Widerlagertheilen, gegen welche die Seitengurte des Gewölbogens, über welchen die Brüſtungsmauern ſtehen, preſſen, etwas ſchwächer berechnet, als es ſeyn ſollte, weil man ja ſo rechnet, als wenn nicht die ganzen Maſſen der Brüſtungsmauern, ſondern nur Theile derſelben auf die genannten Seitengurte preßten.— Ob gleich die hier erwogenen Umſtände den Gedanken erregen müßen

„daß die in Nr. 5 angegebene Rechnungsweiſe rückſichtlich der auf ſie zu grün„denden Berechnung der Stärke der Widerlager nicht genau genug ſey,“

ſo läßt ſich doch nachweiſen, daß man darauf keine Rückſicht zu nehmen, ſondern vielmehr jene Rechnungsweiſe als eine ſolche anzuerkennen habe, welche eine zureichend genaue Berechnung der Widerlager geſtattet. Jedes Widerlager muß ja als eine in allen ihren Theilen gehörig veſt zuſammenhängende Maſſe conſtruirt und das Gewicht deſſelben muß in dem Grade groß berechnet werden, daß die Widerlagermaſſe nicht durch den Seitendruck des Bogens und ſeiner Belaſtung auf ihrer Grundfläche auswärts geſchoben, aber auch nicht um ihre hintere Kante aufwärtsgedreht werden kann, und wenn dieſe Bedingungen gehörig erfüllt worden ſind, ſo kann kein Schade dadurch geſchehen, daß die Seitengurte des Gewölbbogens, über welchen die Brüſtungsmauern liegen, ſtärker, als der zwiſchen ihnen liegende mittlere Theil des Bogens gegen das Widerlager preſſen. Denn bey dem Statthaben jener Bedingungen hat das Widerlager ſein gehöriges Gewicht und die ſtärker gepreßten Seitentheile hängen mit ſeinem ſchwächer gepreßten Mitteltheile ſo zuſammen, daß keine Trennung jener Theile von dem Mitteltheile und keine Bewegung derſelben wegen des zureichend großen Gewichtes des Mitteltheiles, welches das, um wie viel die Seitentheile zu leicht ſind, erſetzt, eintreten kann. Damit alles dieſes Gültigkeit haben könne, ſo muß man freilich bey der Conſtruction eines Widerlagers für einen mit Brüſtungsmauern verſehenen Gewölbbogen auf das möglichſte dafür beſorgt ſeyn,

„daß die Seitentheile deſſelben, welche den Gurten, über denen die Brüſtungs-„mauern ſtehen, zugehören, in vollkommenſten Verband mit dem Mitteltheile des „Widerlagers und zwar theils durch gehörige Anordnung der Werkſtücke, theils „durch zureichend ſtarke Verklammerungen ꝛc. geſetzt werden.

B) Was die Nutzlaſt L betrifft, ſo iſt ohne Weiteres offenbar, daß in dem Falle,

„wenn die L völlig vorhanden und auf die vorhin angenommene Weiſe über „der Brückenbahn zwiſchen σ und A′ vertheilt iſt,“

ein ſolches Widerlager, bey welchem in der Berechnung ſeiner Stärke die in Nr. 5 angegebene Rechnungsweiſe zum Grunde gelegt worden iſt, unmöglich auf irgend eine Weiſe weichen könne. So aber wie vorhin die L berechnet und auf der Brückenbahn ausgetheilt angenommen wurde, iſt die L wohl kaum jemals ganz vorhanden, es ſind meiſtens nur Theile von der L, und zwar bald auf dieſer, bald auf jener Strecke der Brückenbahn vorhanden, weswegen nun auch noch die Frage entſteht,

„ob denn auch in dieſer Rückſicht ein Widerlager, bey dem man in der Berechnung „ſeiner Stärke die in Nr. 5 angegebene Rechnungsweiſe zum Grunde gelegt hat, als „ſtark genug anzunehmen ſey.“

Zur Antwort hierauf dient Folgendes:

Man ſetze,

„daß von dem vorhin berechneten Maximum der Nutzlaſt L, bey welcher die „Abſtände ihrer Glieder von einander erfahrungsmäßig klein genug ange-

„nommen wurden, nur irgend ein beliebiger Theil L′ auf der Brückenbahn, „und zwar in irgend einer beliebigen Stelle derſelben, vorhanden ſey.“

In dieſem Falle leiden die Gewölbkeile, über welchen die Laſt L′ ſteht, eine Preſſung von der L′ und dadurch drückt ein jeder von dieſen durch die L′ afficirten Keilen ſtärker gegen ſeinen Ober- und Unter-Keil normal auf- und normal abwärts, als wenn die L′ nicht da wäre. Falls nun die Stärke des Widerlagers dafür, daß nicht blos ein Theil L′ der Nutzlaſt L, ſondern daß die ganze L vorhanden ſey, berechnet iſt, ſo kann unmöglich, wo auch immerhin der Laſttheil L′ auf der Brückenbahn ſtehen mag, das für die ganze Laſt L als gehörig ſchwer und auch übrigens ſolid genug angelegte Widerlager durch den bloſen Laſttheil L′ auf irgend eine Weiſe in Bewegung geſetzt werden. Die Laſt L iſt würklich vorhin ſo angenommen und ihr Gewicht iſt ſo berechnet worden, wie ſie nach der Erfahrung möglichſt groß und in ihren Gliedern zuſammendrängt auf der Brückenbahn Statt haben kann; wenn aber für dieſe Annahme die Stärke des Widerlagers gehörig berechnet und nach dem gefundenen Rechnungsreſultate tüchtig angelegt worden iſt, ſo iſt auch dafür geſorgt, daß es dem Seitendrucke eines jeden von den mannigfaltigen in der L denkbaren Theilen zureichend reagiren könne. Nehme man alſo Theile der L, wie man wolle, weg und laſſe einen Theil L′ der L, wie groß und wo man wolle, in derſelben Austheilung ſeiner Glieder, welche bey der ganzen L erfahrungsmäßig angenommen worden iſt, auf der Brückenbahn ſtehen, ſo muß das Widerlager ganz gewiß ſtark genug ſeyn, dieſem Laſttheile L′ gehörig zu reagiren, weil ja ſeine Anlage für die Reaction gegen die ganze Laſt L vorgenommen, in dieſer Reaction aber eine jede gegen jeden einzelnen Theil L′ von L gerichtete Reaction begriffen iſt.

Dritte Kapitelabtheilung.

Von

der Art, wie man die Preſſungen, welche die Keile des Gewölbbogens von der ihm aufgelegten Belaſtung leiden, zu beſtimmen und ſodann die zwiſchen den Keilen Statt habenden Preſſungen zu berechnen habe.

§. 33, a.

Endlich muß auch noch, bevor die ſtatiſche Berechnung der Dicke eines durch eine Uebermauerung und eine dieſer eingerechnete Nutzlaſt beſchwerten Gewölbbogens angeſtellt werden kann, ausgemittelt werden, wie man die Belaſtungsmaſſe in Säulen, welche auf die Kopfflächen der Keile preſſen, einzutheilen, die Gewichte derſelben zureichend genau zu beſtimmen und hernach zu berechnen habe, welche Nor-

malpreſſungen, Differenzen derſelben, Preſſungsſummen und Schubkräfte im Gewölbbogen Statt haben müßen.

§. 33, b.

1) Es ſey in Fig. 11, Oo der durch die Schwerpuncte s^1, s^2, s^3 ꝛc. der Keile des halben Gewölbbogens gehende Kreisbogen und s^1S^1, s^2S^2, s^3S^3 ꝛc. ſeyen die Schwerpunctslinien, in welchen die Gewichte S^1, S^2, S^3 ꝛc. der hier als gleich groß und gleich ſchwer angenommenen Gewölbkeile die Maſſen derſelben lothrecht abwärts preſſen. Die Fläche A′B′C′ .... G′K′ℌT ſey die der Uebermauerung des Bogens AA′K″K′, welcher Uebermauerung die Nuzlaſt 𝔏 eingerechnet iſt, und die Linie Tℌ ſey horizontal. Aus den oberſten Fugenſtellen B′, C′, D′ .... G′, K″ ziehe man auf die Tℌ ſenkrecht die lothrechten Linien B′𝔅, C′ℭ, D′𝔇, E′𝔈 ꝛc., ſo zeigen dieſe mit der A′T die Stirnmauerſäulen an, die zwiſchen ihnen liegend auf die in den Sehnen A′B′, B′C′, C′D′, ... G′K″ liegenden Kopfflächen der Gewölbkeile lothrecht abwärts preſſen.

2) Beſtimmung der Dicken d^1, d^2, d^3, ..., d^n dieſer Säulen.

A) Dieſe ſind durch die horizontalen Linien A′a, B′b, C′c, ... G′g bezeichnet. Zur Berechnung derſelben nehme man zuvörderſt eine von ihnen, z. B. die Dicke C′c oder d^3 der Säule III, vor. Dieſe iſt der Coſinus des Winkels cC′𝔇′, und zwar für einen Sin. tot., welcher der Sehne C′D′, alſo der obern Keildicke

$$\Delta = \left(1 + \frac{b}{R}\right)\delta$$

gleich iſt. Der W. cC′D′ aber wird hier ſo gefunden:

Aus der Mitte m^3 der Sehne C′D′ ziehe man eine horizontale Linie m^3m^3 bis in die lothrechte Mittellinie C*A′, ſo hat man ein bey m^3 rechtwinklichtes △eck $m^3C^*m^3$, worin der W. bey $C^* = \frac{5}{2}\alpha$ iſt. Man denke ſich nun die auf dem Halbmeſſer C^*m^3 ſenkrechte Sehne D′C′ und auch die Mittellinie C*A′ aufwärts verlängert, ſo erhält man ein bey m^3 rechtwinklichtes △eck, worin das Dreyeck $m^3C^*m^3$ als Theil liegt, und zwar als ein ſolcher, welcher dem größern Dreiecke ähnlich iſt. Daraus aber geht hervor, daß der W. ... $C'm^3m^3 = m^3C^*m^3 = \frac{5}{2}\alpha$ ſeyn muß. Alſo iſt auch, wegen des Parallelismus zwiſchen den Linien m^3m^3 und C′c der W. $cC'D' = \frac{5}{2}\alpha$ und mithin

$$\text{die } C'c \text{ oder } d^3 = \left(1 + \frac{b}{R}\right)\delta \,.\, \text{Cos. } \tfrac{5}{2}\alpha.$$

B) Da man nun offenbar auch bey der Beſtimmung der übrigen Dickenlinien d', d^2 ꝛc. ſo verfahren kann, ſo hat man Folgendes:

$$d^1 \text{ oder } A'a = \left(1 + \frac{b}{R}\right) \delta \cdot \text{Cos.} \tfrac{1}{2}\alpha \text{ Fußen},$$

$$d^2 \text{ oder } B'b = \quad ; \quad ; \quad \cdot \text{Cos.} \tfrac{3}{2}\alpha \quad ; \; ,$$

$$d^3 \text{ oder } C'c = \quad ; \quad ; \quad \cdot \text{Cos.} \tfrac{5}{2}\alpha \quad ; \; ,$$

$$d^4 \text{ oder } D'd = \quad ; \quad ; \quad \cdot \text{Cos.} \tfrac{7}{2}\alpha \quad ; \; ,$$

u. ſ. f.

und das giebt allgemein bey n Keilen und n Säulen die d^n oder letzte Säulendicke $= \left(1 + \frac{b}{R}\right) \cdot \text{Cos} \frac{2n-1}{2} \alpha$.

C) Dieſe Formeln werden für die künftigen Berechnungen der Keilhöhe AA' oder b unbequem, weil ſie die b enthalten und Ausdrücke erzeugen, worin b^2 vorkommt. Man kann aber aus ihnen die b herausſchaffen und zwar auf folgende Weiſe: Die Berechnung der Dicken d^1, d^2 ꝛc. der den Bogen belaſtenden Säulen iſt ganz offenbar abſolut ſicher, wenn man die größten Werthe für dieſe Dicken berechnet. Nun findet aber für Gewölbbögen, deren Weite 20 Fuße überſteigt, in dem Factor $1 + \frac{b}{R}$ der größte Werth von $\frac{b}{R}$ Statt, wenn die Keilhöhe b = 1 Fuß und der Halbmeſſer R = 10 Fußen iſt, denn da iſt $\frac{b}{R} = \frac{1}{10}$; für jeden weiteren Gewölbbogen wird allemal $\frac{b}{R}$ kleiner, als $\frac{1}{10}$; wenn z. E. der Gewölbbogen ein 120 Fuße weiter und 30 Fuße hoher flacher Bogen wäre, welchem ein 75 Fuße langer Halbmeſſer R zugehört, und man rechnete bey ihm die Keilhöhe ſogar 6 Fuße groß, ſo wäre bey ihm $\frac{b}{R} = \frac{6}{75} = \frac{1}{12\frac{1}{2}}$ und alſo doch noch kleiner, als $\frac{1}{10}$. Man kann alſo in dieſer Hinſicht in den vorigen für d^1, d^2, ꝛc. erhaltenen Formeln mit vollſter Sicherheit $\frac{b}{R} = \frac{1}{10}$ und alſo $1 + \frac{b}{R} = 1{,}1$ ſetzen, wodurch ſich dieſelben in folgende verwandeln:

$$d^1 = 1{,}1 \cdot \delta \text{ Cos. } \tfrac{1}{2}\alpha \text{ Fußen},$$

$$d^2 = 1{,}1 \cdot \delta \text{ Cos. } \tfrac{3}{2}\alpha \quad ; \; ,$$

$$d^3 = 1{,}1 \cdot \delta \text{ Cos. } \tfrac{5}{2}\alpha \quad ; \; ,$$

$$d^4 = 1{,}1 \cdot \delta \text{ Cos. } \tfrac{7}{2}\alpha \quad ; \; ,$$

$$\vdots$$

$$d^n = 1{,}1 \cdot \delta \text{ Cos. } \frac{2n-1}{2} \alpha \text{ Fußen}.$$

Dieſe Formeln geben nun für alle Gewölbbögen, die über 20 Fuße weit ſind, und auch ſelbſt noch bey einem Bogen, bei welchem R = 30 Fußen wäre und dem man 3 Fuße lange Keile gäbe, bey welchem alſo $\frac{b}{R} = \frac{3}{30} = \frac{1}{10}$ wäre, Säulendicken, die nicht zu klein, ſondern meiſtens größer ſind, als man ſie zu berechnen hätte. Für ſolche Bögen, die unter 20 Fußen weit und halbkreisförmige ſind, iſt, R < 10, b aber allemal = 1 Fuß, alſo $\frac{b}{R}$ nicht $\frac{1}{10}$, ſondern $> \frac{1}{10}$ und für dergleichen Bögen geben alſo die obigen Formeln zu kleine Säulendicken. Aber auch für ſolche Bögen kann man die obigen Formeln beibehalten, weil man ja immer die ganze einem übermauerten Bogen belaſtende Maſſe etwas ſtärker in Anſchlag bringt, als ſie würklich iſt, und man alſo auch hier gänzlich gefahrlos rechnet, wenn man die Dicken der Säulen, worein man ſich dieſe Maſſe eingetheilt denkt, um ein Geringes kleiner berechnet, als es eigentlich geſchehen ſollte. — Gegen die obigen Formeln läßt ſich aber einwenden, daß ſie in allen den Fällen, in welchen $\frac{b}{R}$ nicht $\frac{1}{10}$ iſt, der in der Figur angenommenen Eintheilungsweiſe der Uebermauerung des Bogens nicht mehr genau entſprechen, und deswegen in den nachher weiter folgenden auf dieſe Eintheilungweiſe gebauten Rechnungen Unrichtigkeiten verurſachen, weswegen hier noch Folgendes zu beachten iſt: Werden die Säulen in der Rechnung nach den obigen Formeln dicker, als ſie würklich ſind, ſo kann man ſich dabey denken, ſie haben doch die würkliche Dicke, die ihnen nach der Figur zugehört, ſie ſeyen aber nur etwas höher, als in der Figur; und was ferner den Umſtand betrifft, daß, wenn man die Säulen größer, und alſo auch gewichtiger in Rechnung bringt, als es eigentlich geſchehen ſollte, ſo iſt dieſer nicht gegen, ſondern für die Sicherheit der Rechnungsreſultate, die man ſucht, denn die Berechnungen der Stärke der Gewölbbögen und ihrer Widerlager wird deſto ſicherer, wenn man die Bogenbelaſtung höher in Anſchlag bringt, als ſie würklich iſt. — Wenn ferner die Säulen in der Rechnung nach den obigen Formeln dünner werden, als ſie wirklich nach der Figur ſind, ſo kann man ſich dabey denken, ſie haben doch die eigentliche Dicke, die ihnen nach der Figur zugehört, ſie ſeyen aber nur etwas niedriger, als in der Figur, angenommen; freilich werden in dieſem Falle die Gewichte dieſer den Gewölbbogen drückenden Säulen etwas geringer in Rechnung gebracht, als es geſchehen ſollte, da aber allemal, wie ſchon bemerkt worden iſt, die ganze Belaſtung des Gewölbbogens und die Höhe h und H′ derſelben (§. 32, b, Nr. 5) ſchon größer angenommen wird, als ſie wirklich Statt hat, ſo kann auch in dem hier betrachteten zweiten Falle die Sicherheit der Reſultate der Berechnungen der Stärke des Gewölbbogens und ſeiner Widerlager nicht dadurch gefährdet werden, wenn man nach den obigen Formeln die Säulendicken um ein Geringes zu klein berechnet, ſich dieſe aber als nach der

Figur groß genug genommen und dagegen die Säulenhöhen etwas kleiner, als ſie würklich nach der Figur ſind, denkt.

3) Beſtimmung der Höhen h^1, h^2, h^3, ... $h^{(n)}$ der Säulen.

A) Die Stirnflächen A'B'BT, B'C'CB, C'D'DC ꝛc. der Säulen ſind Trapezien, zu deren Berechnung man die arithmetiſchen Mittel zwiſchen ihren größten und kleinſten Höhen nöthig hat. Die unterſten Seiten dieſer Trapezien ſind die Sehnen der Bögen A'B', B'C', C'D' ꝛc. Durch die Mitten m^1, m^2, m^3 ꝛc. dieſer Sehnen gehen die Radien C^*m^1, C^*m^2, C^*m^3 ꝛc., welche die Keilwinkel α, α, α ꝛc. in gleiche Theile ſpalten. Aus dieſen Mitten m^1, m^2, m^3 ꝛc. ziehe man auf die Horizontallinie TH der Uebermauerung des Bogens die Perpendickel $m^1\mu^1$, $m^2\mu^2$, $m^3\mu^3$ ꝛc., ſo zeigen dieſe die mittleren Höhen h^1, h^2, h^3 ꝛc. der Säulen A'B'BT, B'C'CB, C'D'DC ꝛc. an, die man zu der Berechnung der Stirnflächen dieſer Säulen zu wiſſen nöthig hat.

B) Die Berechnung dieſer Höhen iſt folgende:

a) Die Höhe A'T oder h der Uebermauerung im Scheitel iſt nach §. 32, b, Nr. 5 zu berechnen und hier als ſchon berechnet anzunehmeu. Durch A' ziehe man mit der Linie TH parallel eine Linie A'H, ſo faßt dieſe die Theile $a\mu^1$, $b\mu^2$, $c\mu^3$ ꝛc., der mittleren Säulenhöhen $m^1\mu^1$, $m^2\mu^2$, $m^3\mu^3$ ꝛc., welche Theile insgeſammt $=$ A'T $=$ h ſind, zwiſchen ſich und man hat alſo nur die zweiten Theile am^1, bm^2, cm^3 ꝛc. der mittleren Säulenhöhen h^1, h^2, h^3 ꝛc. zu berechnen und zu der Höhe h zu addiren, um dieſe Höhen zu erhalten. Zur Berechnung der Theile am_1, bm_2, cm^3 ꝛc. nehme man nun z. B. den Theil cm^3 vor. Dieſer iſt der Linie $A'm^3$ gleich, die ſich ergiebt, wenn man aus m^3 auf die lothrechte Mittellinie TC* des Gewölbes ein Perpendickel m^3m^3 zieht. Wenn man nun das bey m^3 rechtwinklichte Dreieck $m^3C^*m^3$ betrachtet, ſo iſt darin die Linie $C^*m^3 = C^*m^3 . \text{Cos.}\ m^3C^*A' = (R+b) . \text{Cos.}\ \frac{5}{2}\alpha$ nnd man hat alſo

$$c^3m = Am^3 = C^*A' - C^*m^3 = (R+b) - (R+b)\ \text{Cos.}\ \tfrac{5}{2}\alpha$$
$$= (R+b)\ (1 - \text{Cos.}\ \tfrac{5}{2}\alpha).$$

Stellt man die ähnlichen Betrachtungen über am^1, bm^2 ꝛc. an, ſo erhält man Folgendes:

$$m^1a = (R+b)\ (1 - \text{Cos.}\ \tfrac{1}{2}\alpha),$$
$$m^2b = (R+b)\ (1 - \text{Cos.}\ \tfrac{3}{2}\alpha),$$
$$m^3c = (R+b)\ (1 - \text{Cos.}\ \tfrac{5}{2}\alpha),$$
$$m^4d = (R+b)\ (1 - \text{Cos.}\ \tfrac{7}{2}\alpha)$$
$$\vdots$$

und alſo

$$m^n .. = (R+b)\left(1 - \text{Cos.}\ \frac{2n-1}{2}\alpha\right).$$

b) Demnach ſind die Ausdrücke für die mittleren Säulenhöhen folgende:

$$\mathfrak{h}^1 = a\mu^1 + m^1a = \mathfrak{h} + (R+b)\,(1 - \mathrm{Cos.}\,\tfrac{1}{2}\alpha),$$

$$\mathfrak{h}^2 = b\mu^2 + m^2b = \mathfrak{h} + (R+b)\,(1 - \mathrm{Cos.}\,\tfrac{3}{2}\alpha),$$

$$\mathfrak{h}^3 = c\mu^3 + m^3c = \mathfrak{h} + (R+b)\,(1 - \mathrm{Cos.}\,\tfrac{5}{2}\alpha),$$

$$\mathfrak{h}^4 = d\mu^4 + m^4d = \mathfrak{h} + (R+b)\,(1 - \mathrm{Cos.}\,\tfrac{7}{2}\alpha),$$

und allgemein

$$\mathfrak{h}^n = \mathfrak{h} + (R+b)\left(1 - \mathrm{Cos}\,\frac{2n-1}{2}.\,\alpha\right).$$

4) Beſtimmung der lothrechten Durchſchnitts-, oder auch — der Stirn-Flächen $\mathfrak{f}^1, \mathfrak{f}^2, \mathfrak{f}^3, \ldots\ldots, \mathfrak{f}^n$ der Säulen.

A) Dieſe Flächen A,B′𝔅T, B′C′ℭ𝔅 ꝛc. ſind Trapezien und werden erhalten, wenn man die Breite einer jeden Fläche, alſo die Dickenlinie einer jeden Säule (Nr, 2, C), mit der zu dieſer gehörenden mittleren Höhe multiplicirt. Hierdurch erhält man aus den für die $\mathfrak{d}^1, \mathfrak{d}^2$, ꝛc. und die $\mathfrak{h}^1, \mathfrak{h}^2$, ꝛc. gefundenen Ausdrücken folgende Flächenausdrücke:

$$\mathfrak{f}^1 = \mathfrak{d}^1.\mathfrak{h}^1 = 1{,}1.\delta\mathfrak{h}\,\mathrm{Cos.}\,\tfrac{1}{2}\alpha + 1{,}1.\delta R\,(1 - \mathrm{Cos.}\,\tfrac{1}{2}\alpha)\,\mathrm{Cos.}\,\tfrac{1}{2}\alpha$$
$$+\, 1{,}1.\delta b\,(1 - \mathrm{Cos.}\,\tfrac{1}{2}\alpha)\,\mathrm{Cos.}\,\tfrac{1}{2}\alpha,$$

$$\mathfrak{f}^2 = \mathfrak{d}^2.\mathfrak{h}^2 = 1{,}1.\delta\mathfrak{h}\,\mathrm{Cos.}\,\tfrac{3}{2}\alpha + 1{,}1.\delta R\,(1 - \mathrm{Cos.}\,\tfrac{3}{2}\alpha)\,\mathrm{Cos.}\,\tfrac{3}{2}\alpha$$
$$+\, 1{,}1.\delta b\,(1 - \mathrm{Cos.}\,\tfrac{3}{2}\alpha)\,\mathrm{Cos.}\,\tfrac{3}{2}\alpha,$$

$$\mathfrak{f}^3 = \mathfrak{d}^3.\mathfrak{h}^3 = 1{,}1.\delta\mathfrak{h}\,\mathrm{Cos.}\,\tfrac{5}{2}\alpha + 1{,}1.\delta R\,(1 - \mathrm{Cos.}\,\tfrac{5}{2}\alpha)\,\mathrm{Cos.}\,\tfrac{5}{2}\alpha$$
$$+\, 1{,}1.\delta b\,(1 - \mathrm{Cos.}\,\tfrac{5}{2}\alpha)\,\mathrm{Cos.}\,\tfrac{5}{2}\alpha,$$

$$\mathfrak{f}^4 = \mathfrak{d}^4.\mathfrak{h}^4 = 1{,}1.\delta\mathfrak{h}\,\mathrm{Cos.}\,\tfrac{7}{2}\alpha + 1{,}1.\delta R\,(1 - \mathrm{Cos.}\,\tfrac{7}{2}\alpha)\,\mathrm{Cos.}\,\tfrac{7}{2}\alpha$$
$$+\, 1{,}1.\delta b\,(1 - \mathrm{Cos}\,\tfrac{7}{2}\alpha)\,\mathrm{Cos.}\,\tfrac{7}{2}\alpha,$$

alſo iſt allgemein

$$\mathfrak{f}^n = \mathfrak{d}^n.\mathfrak{h}^n = 1{,}1.\delta\mathfrak{h}\,\mathrm{Cos.}\,\frac{2n-1}{2}\,\alpha + 1{,}1.\delta R\left(1 - \mathrm{Cos.}\,\frac{2n-1}{2}\,\alpha\right)\mathrm{Cos.}\,\frac{2n-1}{2}\,\alpha$$
$$+\, 1{,}1.\delta b\left(1 - \mathrm{Cos.}\,\frac{2n-1}{2}\,\alpha\right)\mathrm{Cos.}\,\frac{2n-1}{2}\,\alpha.$$

B) Wenn man in den zweiten und dritten Gliedern dieſer Formeln die Factoren, welche Coſinus enthalten, zuſammen multiplicirt, ſo erhält man Producte mit Subtractivgliedern

$$(\mathrm{Cos.}\,\tfrac{1}{2}\alpha)^2,\quad (\mathrm{Cos.}\,\tfrac{3}{2}\alpha)^2,\quad (\mathrm{Cos.}\,\tfrac{5}{2}\alpha)^2\ \text{ꝛc.}$$

Nach den Lehren der Trigonometrie aber iſt

$$(\text{Cos. } a)^2 = \tfrac{1}{2}\,(1 + \text{Cos. } 2a)$$

und hiernach kann man alſo ſtatt der vorerwähnten Subtractivglieder

$$(\text{Cos. } \tfrac{1}{2}\alpha)^2\,, \quad (\text{Cos. } \tfrac{3}{2}\alpha)^2\,, \quad (\text{Cos. } \tfrac{5}{2}\alpha)^2 \text{ ꝛc.}$$

ſetzen:

$$\tfrac{1}{2}\,(1 + \text{Cos.}\,\alpha)\,; \quad \tfrac{1}{2}\,(1 + \text{Cos.}\,3\alpha)\,; \quad \tfrac{1}{2}\,(1 + \text{Cos.}\,5\alpha) \text{ ꝛc.}$$

Demnach kann man die vorigen Formeln auch ſo ausdrücken:

$$\begin{aligned}
f^1 &= 1{,}1.\delta h \text{ Cos. } \tfrac{1}{2}\alpha + 1{,}1.\delta R \left[\text{Cos. } \tfrac{1}{2}\alpha - \tfrac{1}{2}\,(1 + \text{Cos. } \alpha)\right] \\
&\quad + 1{,}1.\delta b \left[\text{Cos. } \tfrac{1}{2}\alpha - \tfrac{1}{2}\,(1 + \text{Cos. } \alpha)\right], \\
f^2 &= 1{,}1.\delta h \text{ Cos. } \tfrac{3}{2}\alpha + 1{,}1.\delta R \left[\text{Cos. } \tfrac{3}{2}\alpha - \tfrac{1}{2}\,(1 + \text{Cos. } 3\alpha)\right] \\
&\quad + 1{,}1.\delta b \left[\text{Cos. } \tfrac{3}{2}\alpha - \tfrac{1}{2}\,(1 + \text{Cos. } 3\alpha)\right], \\
f^3 &= 1{,}1.\delta h \text{ Cos. } \tfrac{5}{2}\alpha + 1{,}1.\delta R \left[\text{Cos. } \tfrac{5}{2}\alpha - \tfrac{1}{2}\,(1 + \text{Cos. } 5\alpha)\right] \\
&\quad + 1{,}1.\delta b \left[\text{Cos. } \tfrac{5}{2}\alpha - \tfrac{1}{2}\,(1 + \text{Cos. } 5\alpha)\right], \\
f^4 &= 1{,}1.\delta h \text{ Cos. } \tfrac{7}{2}\alpha + 1{,}1.\delta R \left[\text{Cos. } \tfrac{7}{2}\alpha - \tfrac{1}{2}\,(1 + \text{Cos. } 7\alpha)\right] \\
&\quad + 1{,}1.\delta b \left[\text{Cos. } \tfrac{7}{2}\alpha - \tfrac{1}{2}\,(1 + \text{Cos. } 7\alpha)\right],
\end{aligned}$$

und allgemein iſt

$$\begin{aligned}
f^n &= 1{,}1.\delta h \text{ Cos. } \frac{2n-1}{2}\alpha + 1{,}1.\delta R \left(\text{Cos } \frac{2n-1}{2}\alpha - \tfrac{1}{2}\left[1 + \text{Cos. } (2n-1)\,\alpha\right]\right) \\
&\quad + 1{,}1.\delta b \left(\text{Cos. } \frac{2n-1}{2}\alpha - \tfrac{1}{2}\left[1 + \text{Cos.} (2n-1)\,\alpha\right]\right).
\end{aligned}$$

Man rechnet bey der Anwendung dieſer Formeln genau genug, wenn man die Coſinus nur bis in die vierte Decimalſtelle ausdrückt und diejenigen, bey welchen es nöthig ſcheint, um einen Einer dieſer Stelle vergrößert.

C) Um dieſe Formeln für die künftigen Berechnungen bequem einzurichten ſo verfahre man ſo: Man denke ſich in jeder der vor. Formeln die Summe ihres *erſten* und *zweiten* Gliedes berechnet und bezeichne die Zahlenwerthe dieſer Summen durch

$$w^1,\ w^2,\ w^3,\ w^4,\ \ldots\ldots\ldots\ w^{(n)}$$

Ferner denke man ſich auch in einer jeden von den vorigen Formeln das in ihrem *drittten* Gliede mit der Keilhöhe b multiplicirte Product ausgerechnet und bezeichne die dieſen Producten zugehörenden Zahlenwerthe durch

$$p^1,\ p^2,\ p^3,\ p^4,\ \ldots\ldots\ldots\ldots,\ p^n$$

Dieſe Zahlenwerthe geben dann, wenn man ſie in jenen Formeln an die ihnen zugehörenden Stellen ſetzt, folgende für die künftigen Rechnungen bequemen Ausdrücke:

$$\begin{aligned} f^1 &= w^1 + p^1 b, \\ f^2 &= w^2 + p^2 b, \\ f^3 &= w^3 + p^3 b, \\ &\vdots \\ f^{(n)} &= w^{(n)} + p^{(n)} b. \end{aligned}$$

5) Beſtimmung der Gewichte S^1, S^2, S^3, ..., $S^{(n)}$ der Säulen.

Wenn die auf dee Stirnfläche einer Säule ſenkrecht gedachte Säulenbreite L. Rhein. Fuße und das Gewicht eines Rhein. Cubicfußes der Säulenmaſſe g Nürnb. Pfunde enthält, ſo iſt in ſolchen Pfunden

$$\begin{aligned} S^1 &= f^1 Lg = w^1 Lg + bp^1 Lg, \\ S^2 &= f^2 Lg = w^2 Lg + bp^2 Lg, \\ S^3 &= f^3 Lg = w^3 Lg + bp^3 Lg, \\ &\vdots \\ S^n &= f^n Lg = w^n Lg + bp^n Lg. \end{aligned}$$

6) Rechnungsregeln für die Beſtimmung der Werthe von

$$\begin{aligned} &w^1,\ w^2,\ w^3, \ldots\ldots, w^n, \\ &p^1,\ p^2,\ p^3, \ldots\ldots, p^n, \\ &f^1,\ f^2,\ f^3, \ldots\ldots, f^n, \end{aligned}$$

A) Nach §. 23, Nr. 6, A ſuche man, nachdem man ſchon vorher aus den gegebenen Größen W und H den Halbmeſſer R und die Keilzahl n berechnet hat, den Keilwinkel α.

B) Hierauf ſuche man aus dem Werthe von α die zwey Winkelreihen

$$\alpha,\ 3\alpha,\ 5\alpha,\ 7\alpha, \ldots\ldots, (2n-1)\alpha,$$

$$\tfrac{1}{2}\alpha,\ \tfrac{3}{2}\alpha,\ \tfrac{5}{2}\alpha,\ \tfrac{7}{2}\alpha, \ldots\ldots, \frac{(2n-1)}{2}\alpha.$$

C) Von dieſen Winkeln ſuche man die Coſinus und multiplicire in der Reihe

$$\mathrm{Cos}\ \tfrac{1}{2}\alpha,\ \mathrm{Cos.}\ \tfrac{3}{2}\alpha,\ \mathrm{Cos.}\ \tfrac{5}{2}\alpha, \ldots\ldots \mathrm{Cos.}\ \frac{(2n-1)}{2}\alpha$$

einen jeden Coſinus mit dem aus den Werthen δ und h berechneten Factor $1{,}1 \cdot \delta h$,

wodurch man die erſten Glieder der Werthe von w^1, w^2 ꝛc. in der Reihe f^1, f^2 ꝛc. erhält.

D) Hierauf nehme man die Reihe der Coſinus von α, 3α, 5α ꝛc., vermehre einen jeden dieſer Coſinus um 1 und nehme eine jede der erhaltenen Summen halb. Dieſe halben Summen ziehe man der Ordnung nach von Cos. $\frac{1}{2}\alpha$, Cos. $\frac{3}{2}\alpha$, Cos. $\frac{5}{2}\alpha$, ꝛc. ab und multiplicire dann einen jeden von den hierbey erhaltenen Reſten mit dem aus R und δ berechneten Factor $1,1\delta R$, wodurch man die zweiten Glieder der Werthe w^1, w^2 ꝛc. in den Formeln für f^1, f^2 ꝛc. erhält.

E) Die nach Nr. C und D erhaltenen erſten und zweiten Glieder der Werthe w^1, w^2 ꝛc. addire man ordnungsmäßig zuſammen, ſo ergiebt ſich die Reihe der w^1, w^2 ꝛc.

F) Die in vor. Nr. D genannten Reſte nehme man dann auch noch und multiplicire jeden mit $1,1\delta$, wodurch man die in den Formeln für f^1, f^2 ꝛc. bey der Größe b ſtehenden Factoren p^1, p^2 ꝛc. erhält.

Bemerkung: Man kann, wenn man will und wie wir nachher thun werden, die Multiplication der hier genannten Reſte mit dem Factor $1,1\delta$ erſparen und die bloſen Reſte ſelbſt als die Größen p^1, p^2 ꝛc. betrachten und anwenden. Wir haben nämlich in vor. Nr. 2, C in der Berechnung der Säulendicken zur Vereinfachung der Formeln $\left(1+\frac{b}{R}\right)\delta = 1,1\delta$ geſetzt, welches bey großen Gewölbbögen ſtets etwas zu viel iſt. Für dieſe Größe werden nun ſchon in den Formeln für f^1, f^2 ꝛc. die erſten und zweiten Glieder der Werthe w^1, w^2 ꝛc. größer, als ſie ſeyn ſollten, beſonders aber die zweiten ſehr merklich, weil ſie den großen Factor R in ſich enthalten, und dieſer Fehler wird dadurch wiederum etwas verringert, wenn man in den letzten Gliedern der Formeln für f^1, f^2 ꝛc. die vorgenannten Reſte, die ohnehin nur kleine Größen ſeyn können, ohne die Multiplication mit dem Factor $1,1\delta$, der auch meiſtens nur um 0,5 größer als 1 iſt, als die Größen p^1, p^2 ꝛc. annimmt.

G) Aus den gefundenen Werthen w^1, w^2 ꝛc. p^1, p^2 und dem Zeichen b bilde man nach Nr. 4, C die Formeln für

$$f^1, f^2, f^3, \ldots\ldots, f^n.$$

7) Rechnungsbeiſpiel, und zwar für den vorhin als Beiſpiel angenommenen Gewölbbögen, bey welchem 2 W = 120′, H = 30′, $\delta = 1,5'$ geſetzt und wofür $R = 75'$, $\alpha = 1^\circ,8$ Min., die Keilzahl o = 47 und die Dicke A′T oder G = 1,8′ (§. 32, Nr. 6) gefunden worden war.

A) Wenn man nach der Vorſchrift in vor. Nr. 6, A, B, C aus dem Winkel $\alpha = 1^\circ,8'$ die hier nöthigen Winkel- und Coſinusreihen ſucht, ſo muß man, weil hier $n = 47$, alſo $2n - 1 = 94 - 1 = 93$ iſt und folglich $(2n - 1)\alpha =$

93. (1°,8′) = 93° + 744′ = 105°, 24′ ſeyn muß, bis zu dieſem Winkel fortrechnen. Man erhält hierbey Folgendes:

1)	Cos. α = Cos. 1°, 8′ = 0,9998	Cos. $\frac{1}{2}\alpha$ = Cos. 34′ = 0,9999
2)	Cos. 3α = Cos. 3°,24′ = 0,9982	Cos. $\frac{3}{2}\alpha$ = Cos. 1°.42′ = 0,9995
3)	Cos. 5α = Cos. 5°,40′ = 0,9951	Cos. $\frac{5}{2}\alpha$ = Cos. 2°.50′ = 0,9987
4)	Cos. 7α = Cos. 7°,56′ = 0,9904	Cos. $\frac{7}{2}\alpha$ = Cos. 3°.58′ = 0,9976
5)	Cos. 9α = Cos. 10°,12′ = 0,9841	Cos. $\frac{9}{2}\alpha$ = Cos. 5°.6′ = 0,9960
6)	Cos. 11α = Cos. 12°,25′ = 0,9764	Cos. $\frac{11}{2}\alpha$ = Cos. 6°.14′ = 0,9940
7)	Cos. 13α = Cos. 14°,44′ = 0,9671	Cos. $\frac{13}{2}\alpha$ = Cos. 7°.22′ = 0,9917
8)	Cos. 15α = Cos. 17°, 0′ = 0,9563	Cos. $\frac{15}{2}\alpha$ = Cos. 8°.30′ = 0,9890
9)	Cos. 17α = Cos. 19°,16′ = 0,9439	Cos. $\frac{17}{2}\alpha$ = Cos. 9°.38′ = 0,9858
10)	Cos. 19α = Cos. 21°,32′ = 0,9302	Cos. $\frac{19}{2}\alpha$ = Cos. 10°.46′ = 0,9823
11)	Cos. 21α = Cos. 23°,48′ = 0,9149	Cos. $\frac{21}{2}\alpha$ = Cos. 11°.54′ = 0,9785
12)	Cos. 23α = Cos. 26°, 4′ = 0,8982	Cos. $\frac{23}{2}\alpha$ = Cos. 13°. 2′ = 0,9742
13)	Cos. 25α = Cos. 28°,20′ = 0,8802	Cos. $\frac{25}{2}\alpha$ = Cos. 14°.10′ = 0,9695
14)	Cos. 27α = Cos. 30°,36′ = 0,8607	Cos. $\frac{27}{2}\alpha$ = Cos. 15°.18′ = 0,9645
15)	Cos. 29α = Cos. 32°,52′ = 0,8399	Cos. $\frac{29}{2}\alpha$ = Cos. 16°.26′ = 0,9591
16)	Cos. 31α = Cos. 35°, 8′ = 0,8178	Cos. $\frac{31}{2}\alpha$ = Cos. 17°,34′ = 0,9533
17)	Cos. 33α = Cos. 37°,24′ = 0,7944	Cos. $\frac{33}{2}\alpha$ = Cos. 18°,42′ = 0,9472
18)	Cos. 35α = Cos. 39°,40′ = 0,7697	Cos. $\frac{35}{2}\alpha$ = Cos. 19°,50′ = 0,9406
19)	Cos. 37α = Cos. 41°,56′ = 0,7439	Cos. $\frac{37}{2}\alpha$ = Cos. 20°,58′ = 0,9337
20)	Cos. 39α = Cos. 44°,12′ = 0,7169	Cos. $\frac{39}{2}\alpha$ = Cos. 22°,6′ = 0,9265
21)	Cos. 41α = Cos. 46°,28′ = 0,6887	Cos. $\frac{41}{2}\alpha$ = Cos. 23°,14′ = 0,9189
22)	Cos. 43α = Cos. 48°,44′ = 0,6595	Cos. $\frac{43}{2}\alpha$ = Cos. 24°,22′ = 0,9109
23)	Cos. 45α = Cos. 51°, 0′ = 0,6293	Cos. $\frac{45}{2}\alpha$ = Cos. 25°.30′ = 0,9025
24)	Cos. 47α = Cos. 53°,16′ = 0,5980	Cos. $\frac{47}{2}\alpha$ = Cos. 26° 38′ = 0,8938
25)	Cos. 49α = Cos. 55°,32, = 0,5659	Cos. $\frac{49}{2}\alpha$ = Cos. 27°.46′ = 0,8848
26)	Cos. 51α = Cos. 57°,48′ = 0,5328	Cos. $\frac{51}{2}\alpha$ = Cos. 28°.54, = 0,8754
27)	Cos. 53α = Cos. 60°, 4′ = 0,4989	Cos. $\frac{53}{2}\alpha$ = Cos. 30°.2′ = 0,8657
28)	Cos. 55α = Cos. 62°,20′ = 0,4643	Cos. $\frac{55}{2}\alpha$ = Cos. 31°.10′ = 0,8556
29)	Cos. 57α = Cos. 64°,36′ = 0,4289	Cos. $\frac{57}{2}\alpha$ = Cos. 32°.18′ = 0,8452
30)	Cos. 59α = Cos. 66°,52′ = 0,3928	Cos. $\frac{59}{2}\alpha$ = Cos. 33°.26′ = 0,8345

31) Cos. 61α = Cos. 69°, 8′ = 0,3561	Cos. $\frac{61}{2}$ α = Cos. 34° 34′ = 0,8234
32) Cos. 63α = Cos. 71°,24′ = 0,3189	Cos. $\frac{63}{2}$ α = Cos. 35°,42′ = 0,8120
33) Cos. 65α = Cos. 73°,40′ = 0,2812	Cos. $\frac{65}{2}$ α = Cos 36°,50′ = 0,8003
34) Cos. 67α = Cos. 75°,36′ = 0,2430	Cos. $\frac{67}{2}$ α = Cos. 37, 58′ = 0,7883
35) Cos. 69α = Cos 70°,12′ = 0,2044	Cos. $\frac{69}{2}$ α = Cos 39°, 6′ = 0,7760.
36) Cos. 71α = Cos. 80°,28′ = 0,1656	Cos. $\frac{71}{2}$ α = Cos. 40°,14′ = 0,7634.
37) Cos. 73α = Cos. 82°,44′ = 0,1264	Cos. $\frac{73}{2}$ α = Cos. 41°,22′ = 0,7504
38) Cos. 75α = Cos. 85°, 0′ = 0,0871	Cos. $\frac{75}{2}$ α = Cos 42°,30′ = 0,7372
39) Cos. 77α = Cos. 87°,16′ = 0,0476	Cos. $\frac{77}{2}$ α = Cos 43°,38′ = 0,7237
40) Cos. 79α = Cos. 89°,32′ = 0,0081	Cos. $\frac{79}{2}$ α = Cos. 44°,46′ = 0,7099
41) Cos. 81α = Cos. 91°,48′ = -0,0314	Cos. $\frac{81}{2}$ α = Cos. 45°,54′ = 0,6959
42) Cos. 83α = Cos. 94°, 4′ = -0,0709	Cos. $\frac{83}{2}$ α = Cos. 47°, 2′ = 0,6815
43) Cos. 85α = Cos. 96°,20′ = -0,1103	Cos. $\frac{85}{2}$ α = Cos. 48°,10′ = 0,6669
44) Cos. 87α = Cos. 98°,36′ = -0,1495	Cos. $\frac{87}{2}$ α = Cos. 49°,18′ = 0,6520
45) Cos. 89α = Cos. 100°,52′ = -0,1885	Cos. $\frac{89}{2}$ α = Cos. 50°,26′ = 0,6369
46) Cos. 91α = Co. 103°, 8′ = -0,2272	Cos. $\frac{91}{2}$ α = Cos. 51°,34′ = 0,6216
47) Cos. 93α = Cos. 105°,24′ = -0,2655	Cos. $\frac{93}{2}$ α = Cos. 52°,42′ = 0,6059

B) Wenn man den Factor 1,1 . δ . h = 1,1×1,5×1,8 = 2,97 nach der Vorſchrift in Nr. 6, C mit den in vor. Nr. A erhaltenen Coſſinus der Reihe Cos. ½ α, Cos. $\frac{3}{2}$ α ꝛc. multiplicirt, ſo erhält man folgende Reihe der erſten Glieder der zu berechnenden Werthe w¹, w² ꝛc. (Nr. 4, C).

1) 1,1 . δh Cos. ½α = 2,97 . 0,9999	= 2,9697.
2) : : Cos. $\frac{3}{2}$α = : . 0,9995	= 2,9685.
3) : : Cos. $\frac{5}{2}$α = : . 0,9987	= 2,9661.
4) : : Cos. $\frac{7}{2}$α = : . 0,9976	= 2,9628.
5) : : Cos. $\frac{9}{2}$α = : . 0,9960	= 2,9581.
6) : : Cos. $\frac{11}{2}$α = : . 0,9940	= 2,9521.
7) : : Cos. $\frac{13}{2}$α = : . 0,9917	= 2,9453.
8) : : Cos. $\frac{15}{2}$α = : . 0,9890	= 2,9373.
9) : : Cos. $\frac{17}{2}$α = : . 0,9858	= 2,9278.
10) : : Cos. $\frac{19}{1}$α = : . 0,9823	= 2,9174.
11) : : Cos. $\frac{21}{2}$α = : . 0,9785	= 2,9061.

12) 1,1.δh Cos. $\frac{23}{2}\alpha = 2,97 \cdot 0,9742 = 2,8933$.
13) : : Cos. $\frac{25}{2}\alpha =$: $\cdot 0,9695 = 2,8794$.
14) : : Cos. $\frac{27}{2}\alpha =$: $\cdot 0,9645 = 2,8645$.
15) : : Cos. $\frac{29}{2}\alpha =$: $\cdot 0,9591 = 2,8485$.
16) : : Cos. $\frac{31}{2}\alpha =$: $\cdot 0,9533 = 2,8313$.
17) : : Cos. $\frac{33}{2}\alpha =$: $\cdot 0,9472 = 2,8131$.
18) : : Cos. $\frac{35}{2}\alpha =$: $\cdot 0,9406 = 2,7935$.
19) : : Cos. $\frac{37}{2}\alpha =$: $\cdot 0,9337 = 2,7730$.
20) : : Cos. $\frac{39}{2}\alpha =$: $\cdot 0,9265 = 2,7517$.
21) : : Cos. $\frac{41}{2}\alpha =$: $\cdot 0,9189 = 2,7291$.
22) : : Cos. $\frac{43}{2}\alpha =$: $\cdot 0,9109 = 2,7053$.
23) : : Cos. $\frac{45}{2}\alpha =$: $\cdot 0,9025 = 2,6804$.
24) : : Cos. $\frac{47}{2}\alpha =$: $\cdot 0,8938 = 2,6545$.
25) : : Cos. $\frac{49}{2}\alpha =$: $\cdot 0,8848 = 2,6278$.
26) : : Cos. $\frac{51}{2}\alpha =$: $\cdot 0,8754 = 2,5999$.
27) : : Cos. $\frac{53}{2}\alpha =$: $\cdot 0,8657 = 2,5711$.
28) : : Cos. $\frac{55}{2}\alpha =$: $\cdot 0,8556 = 2,5411$.
29) : : Cos. $\frac{57}{2}\alpha =$: $\cdot 0,8452 = 2,5102$.
30) : : Cos. $\frac{59}{2}\alpha =$: $\cdot 0,8345 = 2,4784$.
31) : : Cos. $\frac{61}{2}\alpha =$: $\cdot 0,8234 = 2,4454$.
32) : : Cos. $\frac{63}{2}\alpha =$: $\cdot 0,8120 = 2,4116$.
33) : : Cos. $\frac{65}{8}\alpha =$: $\cdot 0,8003 = 2,3768$.
34) : : Cos. $\frac{67}{2}\alpha =$: $\cdot 0,7883 = 2,3412$.
35) : : Cos. $\frac{69}{2}\alpha =$: $\cdot 0,7760 = 2,3047$.
36) : : Cos. $\frac{71}{2}\alpha =$: $\cdot 0,7634 = 2,2672$.
37) : : Cos. $\frac{73}{2}\alpha =$: $\cdot 0,7504 = 2,2286$,
38) : : Cos. $\frac{75}{2}\alpha =$: $\cdot 0,7372 = 2,1894$.
39) : : Cos. $\frac{77}{2}\alpha =$: $\cdot 0,7237 = 2,1493$.
40) : : Cos. $\frac{79}{2}\alpha =$: $\cdot 0,7099 = 2,1084$.
41) : : Cos. $\frac{81}{2}\alpha =$: $\cdot 0,6959 = 2,0668$.
42) : : Cos. $\frac{83}{1}\alpha =$: $\cdot 0,6815 = 2,0240$.
43) : : Cos. $\frac{85}{2}\alpha =$: $\cdot 0,6669 = 1,9806$.
44) : : Cos. $\frac{87}{2}\alpha =$: $\cdot 0,6520 = 1,9364$.

45) $1{,}1 \cdot dh\ \mathrm{Cos.}\ \frac{89}{2}\alpha = 2{,}97 \cdot 0{,}6369 = 1{,}8915.$

46) $\ \text{„} \ \text{„}\ \mathrm{Cos.}\ \frac{91}{2}\alpha = \text{„} \cdot 0{,}6216 = 1{,}8461.$

47) $\ \text{„} \ \text{„}\ \mathrm{Cos.}\ \frac{93}{2}\alpha = \text{„} \cdot 0{,}6059 = 1{,}7995.$

C) Wenn man ferner die in Nr. A erhaltenen Werthe Cos. α, Cos. 3α, Cos. 5α ꝛc. nimmt und (nach der Vorſchrift in Nr. 6, D) jeden um eine ganze Einheit vermehrt, dann eine jede von den erhaltenen Summen halb nimmt und dieſe halben Summen der Ordnung nach von den Gliedern der in Nr. A gefundenen Coſinusreihe abzieht, ſo erhält man folgende Reſte, die wir, nach der Bemerkung in Nr. 6, F, als die Factoren p^1, p^2 ꝛc., welche in den Formeln für f^1, f^2, f^3, f^4 ꝛc. (Nr. 4 C) bey b ſtehen, annehmen werden.

1) $\mathrm{Cos.}\ \frac{1}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\ \alpha) = 0{,}9999 - 0{,}9999$
$= 0{,}0000,$

2) $\mathrm{Cos.}\ \frac{3}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\ 3\alpha) = 0{,}9995 - 0{,}9991$
$= 0{,}0004,$

3) $\mathrm{Cos.}\ \frac{5}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\ 5\alpha) = 0{,}9987 - 0{,}9975$
$= 0{,}0012$

4) $\mathrm{Cos.}\ \frac{7}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\ 7\alpha) = 0{,}9976 - 0{,}9952$
$= 0{,}0024$

5) $\mathrm{Cos.}\ \frac{9}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\ 9\alpha) = 0{,}9960 - 0{,}9920$
$= 0{,}0040$

6) $\mathrm{Cos.}\ \frac{11}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\ 11\alpha) = 0{,}9940 - 0{,}9882$
$= 0{,}0058$

7) $\mathrm{Cos.}\ \frac{13}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\ 13\alpha) = 0{,}9917 - 0{,}9835$
$= 0{,}0082$

8) $\mathrm{Cos.}\ \frac{15}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos}\ 15\alpha) = 0{,}9890 - 0{,}9781$
$= 0{,}0109$

9) $\mathrm{Cos.}\ \frac{17}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\ 17\alpha) = 0{,}9858 - 0{,}9719$
$= 0{,}0139$

10) $\mathrm{Cos.}\ \frac{19}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\ 19\alpha) = 0{,}9823 - 0{,}9651$
$= 0{,}0172$

11) $\mathrm{Cos.}\ \frac{21}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\ 21\alpha) = 0{,}9785 - 0{,}9574$
$= 0{,}0211$

12) $\text{Cos.}\,\frac{23}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \text{Cos.}\,23\alpha) = 0{,}9742 - 0{,}9491$
$= 0{,}0251$

13) $\text{Cos.}\,\frac{25}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \text{Cos.}\,25\alpha) = 0{,}9695 - 0{,}9401$
$= 0{,}0294$

14) $\text{Cos.}\,\frac{27}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \text{Cos.}\,27\alpha) = 0{,}9645 - 0{,}9303$
$= 0{,}0342$

15) $\text{Cos.}\,\frac{29}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \text{Cos.}\,29\alpha) = 0{,}9591 - 0{,}9199$
$= 0{,}0392$

16) $\text{Cos.}\,\frac{31}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \text{Cos.}\,31\alpha) = 0{,}9533 - 0{,}9089$
$= 0{,}0444$

17) $\text{Cos.}\,\frac{33}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \text{Cos.}\,33\alpha) = 0{,}9472 - 0{,}8972$
$= 0{,}0500$

18) $\text{Ccs.}\,\frac{35}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \text{Cos.}\,35\alpha) = 0{,}9406 - 0{,}8848$
$= 0{,}0558$

19) $\text{Cos.}\,\frac{37}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \text{Cos.}\,37\alpha) = 0{,}9337 - 0{,}8719$
$= 0{,}0618$

20) $\text{Cos.}\,\frac{39}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \text{Cos.}\,39\alpha) = 0{,}9265 - 0{,}8584$
$= 0{,}0681$

21) $\text{Cos.}\,\frac{41}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \text{Cos.}\,41\alpha) = 0{,}9189 - 0{,}8443$
$= 0{,}0746$

22) $\text{Cos.}\,\frac{43}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \text{Cos.}\,43\alpha) = 0{,}9109 - 0{,}8297$
$= 0{,}0812$

23) $\text{Cos.}\,\frac{45}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \text{Cos.}\,45\alpha) = 0{,}9025 - 0{,}8146$
$= 0{,}0879$

24) $\text{Cos.}\,\frac{47}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \text{Cos.}\,47\alpha) = 0{,}8938 - 0{,}7990$
$= 0{,}0948$

25) $\text{Cos.}\,\frac{49}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \text{Cos.}\,49\alpha) = 0{,}8848 - 0{,}7829$
$= 0{,}1019$

26) $\text{Cos.}\,\frac{51}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \text{Cos.}\,51\alpha) = 0{,}8754 - 0{,}7664$
$= 0{,}1090$

27) $\text{Cos.}\,\frac{53}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \text{Cos.}\,53\alpha) = 0{,}8657 - 0{,}7494$
$= 0{,}1163$

28) $\mathrm{Cos.}\,\frac{55}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\,55\alpha) = 0{,}8556 - 0{,}7321$
$= 0{,}1235$

29) $\mathrm{Cos.}\,\frac{57}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\,57\alpha) = 0{,}8452 - 0{,}7144$
$= 0{,}1308$

30) $\mathrm{Cos.}\,\frac{59}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\,59\alpha) = 0{,}8345 - 0{,}6964$
$= 0{,}1381$

31) $\mathrm{Cos.}\,\frac{61}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\,61\alpha) = 0{,}8234 - 0{,}6780$
$= 0{,}1454$

32) $\mathrm{Cos.}\,\frac{63}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos}\,63\alpha) = 0{,}8120 - 0{,}6594$
$= 0{,}1526$

33) $\mathrm{Cos.}\,\frac{65}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\,65\alpha) = 0{,}8003 - 0{,}6406$
$= 0{,}1597$

34) $\mathrm{Cos.}\,\frac{67}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\,67\alpha) = 0{,}7883 - 0{,}6215$
$= 0{,}1668$

35) $\mathrm{Cos.}\,\frac{69}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\,69\alpha) = 0{,}7760 - 0{,}6022$
$= 0{,}1738$

36) $\mathrm{Cos.}\,\frac{71}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\,71\alpha) = 0{,}7634 - 0{,}5828$
$= 0{,}1806$

37) $\mathrm{Cos.}\,\frac{73}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\,73\alpha) = 0{,}7504 - 0{,}5632$
$= 0{,}1872$

38) $\mathrm{Cos.}\,\frac{75}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\,75\alpha) = 0{,}7372 - 0{,}5435$
$= 0{,}1937$

39) $\mathrm{Cos.}\,\frac{77}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\,77\alpha) = 0{,}7237 - 0{,}5238$
$= 0{,}1999$

40) $\mathrm{Cos.}\,\frac{79}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\,79\alpha) = 0{,}7099 - 0{,}5040$
$= 0{,}2059$

41) $\mathrm{Cos.}\,\frac{81}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos}\,81\alpha) = 0{,}6959 - 0{,}4843$
$= 0{,}2116$

42) $\mathrm{Cos.}\,\frac{83}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\,83\alpha) = 0{,}6815 - 0{,}4645$
$= 0{,}2170$

43) $\mathrm{Cos.}\,\frac{85}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\,85\alpha) = 0{,}6669 - 0{,}4448$
$= 0{,}2221$

44) $\mathrm{Cos.}\,\frac{87}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\,87\alpha) = 0{,}6520 - 0{,}4252$
$= 0{,}2268$

45) $\mathrm{Cos.}\,\frac{89}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\,89\alpha) = 0{,}6369 - 0{,}4057$
$= 0{,}2312$

46) $\mathrm{Cos.}\,\frac{91}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\,91\alpha) = 0{,}6216 - 0{,}3864$
$= 0{,}2352$

47) $\mathrm{Cos.}\,\frac{93}{2}\alpha - \frac{1}{2}(1 + \mathrm{Cos.}\,93\alpha) = 0{,}6059 - 0{,}3672$
$= 0{,}2387.$

D) Wenn man ferner die in vor. Nr. C erhaltenen Reſte nach der Vorſchrift in Nr. 6, D mit dem Factor $1{,}1\delta \,.\, R = 1{,}1 \,.\, 1{,}5 \,.\, 75 = 123{,}75$*) multiplicirt, ſo erhält man die **zweiten** Glieder der zu berechnenden Werthe w^1, w^2 ꝛc. (Nr. 4, C), wie hier folgt:

1)	123,75	. 0,0000	= 0,0000
2)	: :	. 0,0004	= 0,0495
3)	: :	. 0,0012	= 0,1485
4)	: :	. 0,0024	= 0,2970
5)	: :	. 0,0040	= 0,4950
6)	: :	. 0 0058	= 0,7177
7)	: :	. 0,0082	= 1,0147
8)	: :	. 0,0109	= 1,3488
9)	: :	. 0,0139	= 1,7201
10)	: :	. 0,0172	= 2,1285
11)	: :	. 0,0211	= 2,6111
12)	: :	. 0,0251	= 3,1061
13)	: :	. 0,0294	= 3,6382
14)	: :	. 0,0342	= 4,2322
15)	: :	. 0,0392	= 4,8510
16)	: :	. 0,0444	= 5,4945
17)	: :	. 0,0500	= 6,1875
18)	: :	. 0,0558	= 6,9052
19)	: :	. 0,0618	= 7,6477
20)	: :	. 0,0681	= 8,4273
21)	: :	. 0,0746	= 9,2317

*) Dieſe Zahl zeigt, wie bedeutend ſich der Fehler, daß 1,1δ hier etwas zu groß iſt, multiplicirt und daß man alſo die f^1, f^2 ꝛc. gewiß nicht zu gering berechnet, wenn man nach der Bemerkung in Nr. 6, F verfährt.

22)	123,75	.	0,0812	=	10,0485
23)	: :	.	0,0879	=	10,8776
24)	: :	.	0,0948	=	11,7315
25)	: :	.	0,1019	=	12,6101
26)	: :	.	0,1090	=	13,4887
27)	: :	.	0,1163	=	14,3921
28)	: :	.	0,1235	=	15,2831
29)	: :	.	0,1308	=	16,1865
30)	: :	.	0,1381	=	17,0898
31)	: :	.	0,1454	=	17'9932
32)	: :	.	0,1526	=	18,8842
33)	: :	.	0,1597	=	19,7628
34)	: :	.	0,1668	=	20,6415
35)	: :	.	0,1738	=	21,5077
36)	: :	.	0,1806	=	22,3492
37)	: :	.	0,1873	=	23,1660
38)	: :	.	0,1937	=	23,9703
39)	: :	.	0,1999	=	24,7376
40)	: :	.	0,2059	=	25,4801
41)	: :	.	0,2116	=	26,1855
42)	: :	.	0,2170	=	26,8537
43)	: :	.	0,2224	=	27,5220
44)	: :	.	0,2268	=	28,0665
45)	: :	.	0,2312	=	28,6110
46)	: :	.	0,2352	=	29,1060
47)	: :	.	0,2387	=	29,5391

E) Addirt man nun die in vor. Nr. B und D erhaltenen erſten und zweiten Glieder der zu berechnenden Werthe w^1, w^2 ꝛc. (Nr. 4, C) ordnungsmäßig zuſammen, ſo erhält man, nach Nr. 6, E, die Werthe w^1, w^2, w^3 ꝛc., wie hier folgt.

$$w^1 = 2{,}9697 + 0{,}0000 = 2{,}9697.$$
$$w^2 = 2{,}9685 + 0{,}0495 = 3{,}0180$$
$$w^3 = 2{,}9661 + 0{,}1485 = 3{,}1146$$
$$w^4 = 2{,}9628 + 0{,}2970 = 3{,}2598$$

$w^{5} = 2,9581 + 0,4950 = 3,4531$
$w^{6} = 2,9521 + 0,7177 = 3,6698$
$w^{7} = 2,9453 + 1,0147 = 3,9600$
$w^{8} = 2,9373 + 1,3488 = 4,2861$
$w^{9} = 2,9278 + 1,7201 = 4,6479$
$w^{10} = 2,9174 + 2,1285 = 5,0459$
$w^{11} = 2,9061 + 2,6111 = 5,5172$
$w^{12} = 2,8933 + 3,1061 = 5,9994.$
$w^{13} = 2,8794 + 3,6382 = 6,5176$
$w^{14} = 2,8645 + 4,2322 = 7,0967$
$w^{15} = 2,8485 + 4,8510 = 7,6995$
$w^{16} = 2,8313 + 5,4945 = 8,3258$
$w^{17} = 2,8131 + 6,1875 = 9,0006$
$w^{18} = 2,7953 + 6,9052 = 9,7005$
$w^{19} = 2,7730 + 7,6477 = 10,4207$
$w^{20} = 2,7517 + 8,4273 = 11,1790$
$w^{21} = 2,7291 + 9,2317 = 11,9608$
$w^{22} = 2,7053 + 10,0485 = 12,7538$
$w^{23} = 2,6804 + 10,8776 = 13,5580$
$w^{24} = 2,6545 + 11,7315 = 14,3860$
$w^{25} = 2,6278 + 12,6101 = 15,2379$
$w^{26} = 2,5999 + 13,4887 = 16,0886$
$w^{27} = 2,5711 + 14,3921 = 16,9632$
$w^{28} = 2,5411 + 15,2831 = 17,8242$
$w^{29} = 2,5102 + 16,1865 = 18,6877$
$w^{30} = 2,4784 + 17,0898 = 19,5682$
$w^{31} = 2,4454 + 17,9932 = 20,4386$
$w^{32} = 2,4116 + 18,8842 = 21,2958$
$w^{33} = 2,3768 + 19,7628 = 22,1396$
$w^{34} = 2,3412 + 20,6415 = 22,9827$
$w^{35} = 2,3047 + 21,5077 = 23,8124$
$w^{36} = 2,2672 + 22,3492 = 24,6164$
$w^{37} = 2,2286 + 23,1660 = 25,3946$

$w^{38} = 2{,}1894 + 23{,}9703 = 26{,}1597$
$w^{39} = 2{,}1493 + 24{,}7376 = 26{,}8869$
$w^{40} = 2{,}1084 + 25{,}4801 = 27{,}5885$
$w^{41} = 2{,}0668 + 26{,}1855 = 28{,}2523$
$w^{42} = 2{,}0240 + 26{,}8537 = 28{,}8777$
$w^{43} = 1{,}9806 + 27{,}5220 = 29{,}5026$
$w^{44} = 1{,}9364 + 28{,}0665 = 30{,}0029$
$w^{45} = 1{,}8915 + 28{,}6110 = 30{,}5025$
$w^{46} = 1{,}8461 + 29{,}1060 = 30{,}9521$
$w^{47} = 1{,}7995 + 29{,}5391 = 31{,}3386$

F) Aus den in voriger Nr. E erhaltenen Werthen w^1, w^2 ꝛc. und den in Nr. C erhaltenen Reſten p^1, p^2 ꝛc. bilde man nun, nach Nr. 6 G, die Formeln für die Flächen f^1, f^2 ꝛc. wie hier folgt.

$f^1 = 2{,}9697 + 0{,}0000 \cdot b$
$f^2 = 3{,}0180 + 0{,}0004 \cdot b$
$f^3 = 3{,}1146 + 0{,}0012 \cdot b$
$f^4 = 3{,}2598 + 0{,}0024 \cdot b$
$f^5 = 3{,}4531 + 0{,}0040 \cdot b$
$f^6 = 3{,}6698 + 0{,}0058 \cdot b$
$f^7 = 3{,}9600 + 0{,}0082 \cdot b$
$f^8 = 4{,}2861 + 0{,}0109 \cdot b$
$f^9 = 4{,}6479 + 0{,}0139 \cdot b$
$f^{10} = 5{,}0459 + 0{,}0172 \cdot b$
$f^{11} = 5{,}5172 + 0{,}0211 \cdot b$
$f^{12} = 5{,}9994 + 0{,}0251 \cdot b$
$f^{13} = 6{,}5176 + 0{,}0294 \cdot b$
$f^{14} = 7{,}0967 + 0{,}0342 \cdot b$
$f^{15} = 7{,}6995 + 0{,}0392 \cdot b$
$f^{16} = 8{,}3258 + 0{,}0444 \cdot b$
$f^{17} = 9{,}0006 + 0{,}0500 \cdot b$
$f^{18} = 9{,}7005 + 0{,}0558 \cdot b$
$f^{19} = 10{,}4207 + 0{,}0618 \cdot b$

$f^{20} = 11,1790 + 0,0681 \cdot b$
$f^{21} = 11,9608 + 0,0746 \cdot b$
$f^{22} = 12,7538 + 0,0812 \cdot b$
$f^{23} = 13,5580 + 0,0879 \cdot b$
$f^{24} = 14,3860 + 0,0948 \cdot b$
$f^{25} = 15,2379 + 0,1019 \cdot b$
$f^{26} = 16,0886 + 0,1090 \cdot b$
$f^{27} = 16,9632 + 0,1163 \cdot b$
$f^{28} = 17,8242 + 0,1235 \cdot b$
$f^{29} = 18,6877 + 0,1308 \cdot b$
$f^{30} = 19,5682 + 0,1381 \cdot b$
$f^{31} = 20,4386 + 0,1454 \cdot b$
$f^{32} = 21,2958 + 0,1526 \cdot b$
$f^{33} = 22,1396 + 0,1597 \cdot b$
$f^{34} = 22,9827 + 0,1668 \cdot b$
$f^{35} = 23,8124 + 0,1738 \cdot b$
$f^{36} = 24,6164 + 0,1806 \cdot b$
$f^{37} = 25,3946 + 0,1872 \cdot b$
$f^{38} = 26,1597 + 0,1937 \cdot b$
$f^{39} = 26,8869 + 0,1999 \cdot b$
$f^{40} = 27,5885 + 0,2059 \cdot b$
$f^{41} = 28,2523 + 0,2116 \cdot b$
$f^{42} = 28,8777 + 0,2170 \cdot b$
$f^{43} = 29,5026 + 0,2224 \cdot b$
$f^{44} = 30,0029 + 0,2268 \cdot b$
$f^{45} = 30,5025 + 0,2312 \cdot b$
$f^{46} = 30,9521 + 0,2352 \cdot b$
$f^{47} = 31,3386 + 0,2387 \cdot b$

§. 34.

Aufgabe: „Die im vor. Paragraphen beſtimmten Gewichte S^1, S^2, ..., $S^{(n)}$ „(Fig. 11) der Stirnmauerſäulen I, II, ..., N, mit welchen dieſe auf die in den „Richtungen der Sehnen A'B', B'C' ꝛc. liegenden Kopfflächen der Keile 1, 2, ..., n „lothrecht abwärts preſſen, verurſachen, daß die Keile ſtärker, als wenn ſie blos

„mit ihren eigenen Gewichten S', S'' ꝛc. würkſam ſind, normal ab- und aufwärts in den Fugenflächen gegen einander preſſen, und es ſollen nun die hier „Statt habenden Preſſungsmittelpuncte, die Normalpreſſungen und die „Differenzen $\mathfrak{D}^1$, $\mathfrak{D}^2$, ... $\mathfrak{D}^n$ derſelben geſucht werden.“

Auflöſung: 1) Beſtimmung der Mittelpuncte der Preſſungen, in welchen die Gewichtsſummen

$$(\mathfrak{S}^1 + S^1, (\mathfrak{S}^2 + S^2), \ldots\ldots (\mathfrak{S}^n + S^n))$$

die Keilmaſſen lothrecht abwärts preſſen.

A) Man nehme irgend einen Keil mit der auf ihm ruhenden Säule, z. B. den Keil 4 mit der Säule IV, in Betrachtung. Die Maſſe dieſes Keiles wird von ſeinem eigenen Gewichte S^4 in der Richtung der lothrechten Linie m^4S^4 und auch noch durch das Gewicht $\mathfrak{S}^4$ der Säule IV lothrecht abwärts gepreßt. Das Mittelpunkt der Preſſung des Gewichts $\mathfrak{S}^4$ aber iſt hier ein gewiſſes Punkt π der Sehne D′E′, in welcher die Kopffläche des Keiles 4 liegt, und zwar ein ſolches, welches um ein Geringes von dem Mittelpunkte m^4 dieſer Sehne, gegen das Widerlager hin gerechnet, abſteht; denn die Mittellinie $m^4\mu^4$ der lothrechten Schwerpunctsebene D′E′𝔈𝔇 der Säule IV theilt dieſe Ebene in zwey Streifen, wovon der, welcher gegen das Widerlager hin liegt, etwas länger iſt, als der andere, daher die in dieſer Fläche durch ihr Schwerpunct gezogene lothrechte Linie um ein Geringes neben die Linie $m^4\mu^4$, gegen das Widerlager hin gerechnet, fallen und alſo in einem gewiſſen Puncte π neben dem m^4 in der Kopfläche des Keiles 4 ſtehen muß. Man verbinde die beiden Puncte s^4 und π durch eine gerade Linie $s^4\pi$. In dieſer muß es für die beiden Gewichte $\mathfrak{S}^4$ und S^4, die ſo würken, als wenn $\mathfrak{S}^4$ in π und S^4 in s^4 vereinigt wäre, noch ein drittes Preſſungsmittelpunct μ geben, worin die Gewichtsſumme $(\mathfrak{S}^4 + S^4)$ angebracht gerade ſo auf die Keilmaſſe 4 würken würde, wie die Gewichte $\mathfrak{S}^4$ und S^4 in ihren Stellen π und s^4 auf dieſe Maſſe würkſam ſind, wornach alſo, wenn man eine der Summe $(\mathfrak{S}^4 + S^4)$ gleiche Kraft $\mathfrak{K}$ in μ lothrecht aufwärts ziehen ließe, die lothrecht abwärtsgehende Preſſung in der Keilmaſſe 4 völlig überwunden würde.

B) Um dieſes in der Linie πs^4 liegende Punct μ der gemeinſchaftlichen Preſſung, welche die beiden Gewichte $\mathfrak{S}^4$, S^4 gegen die Keilmaſſe 4 ausüben, zu finden, ſo bezeichne man die Länge der Linie πs^4 in Fußen durch l und das unbekannte Stück $\mu\pi$, um welches μ von π abſteht, durch x und denke ſich in der Entfernung $\mu\pi$ oder x von π eine der Gewichtsſumme $(\mathfrak{S}^4 + S^4)$ gleiche Kraft $\mathfrak{K}$ lothrecht aufwärts an der Hebellinie ziehend. Das Moment dieſer $\mathfrak{K}$ iſt in Beziehung auf das Umdrehungspunct π

$$= x \cdot \mathfrak{K}$$

und das Moment des in s^4 lothrecht abwärts würkenden Gewichtes S^4 iſt in Beziehung auf das Punct π und die Entfernung $s^4\pi$ oder l von π

$$= l \cdot S^4.$$

(Man braucht nämlich hier, wo die Winkel der Richtungslinien der Kräfte an der Hebellinie πs^4 gleich ſind, nicht auf die eigentlichen Entfernungen der Kräfte $\mathfrak{K}$ und S^4 von π Rückſicht zu nehmen). Soll nun Gleichgewicht zwiſchen $\mathfrak{K}$ und S^4 Statt haben, ſo muß ja

$$x \cdot \mathfrak{K} = l \cdot S^4,$$

$$\text{alſo } x = \frac{l \cdot S^4}{\mathfrak{K}} = \frac{l \cdot S^4}{\mathfrak{S}^4 + S^4} \text{ ſeyn.}$$

Für dieſen Abſtand des μ von π iſt in Beziehung auf das Umdrehungspunct μ das Moment des einen in π lothrecht abwärtswürkenden Gewichts $\mathfrak{S}^4$ dieſes:

$$x \cdot \mathfrak{S}^4 = \frac{l \cdot S^4 \cdot \mathfrak{S}^4}{\mathfrak{S}^4 + S^4} \ \text{(♄)}.$$

In Beziehung auf eben dieſes Umdrehungspunct μ iſt ferner das Moment des andern in s^4 lothrecht abwärtswürkenden Gewichtes S^4 dieſes:

$$(l-x)\,S^4 = \left(l - \frac{l \cdot S^4}{\mathfrak{S}^4 + S^4}\right) S^4 = \frac{(l \cdot \mathfrak{S}^4 + l \cdot S^4 - l\,S^4)\,S^4}{\mathfrak{S}^4 + S^4} = \frac{l \cdot \mathfrak{S}^4 \cdot S^4}{\mathfrak{S}^4 + S^4}$$

und alſo dem Momente (♄) gleich, wie es ſich gehört. Es iſt demnach die Entfernung $\mu\pi$ oder x des Punctes μ von π, worin eine Kraft $\mathfrak{K} = \mathfrak{S}^4 + S^4$ lothrecht aufwärts ziehend mit den lothrecht abwärts ziehenden Gewichten $\mathfrak{S}^4$ und S^4 im Gleichgewicht iſt und dieſe Kräfte auch untereinander ſelbſt im Gleichgewichte ſind, durch die Formel

$$\frac{l \cdot S^4}{\mathfrak{S}^4 + S^4}$$

vollkommen richtig beſtimmt und die beiden Gewichte $\mathfrak{S}^4$ und S^4 würken alſo in ihren Stellen π und s^4 gerade ſo auf die Keilmaſſe 4, als wenn ſie in dieſer in der Stelle μ angebracht wären und dieſe da lothrecht abwärts preßten.

C) Dieſe hier für den Keil 4 und deſſen Säule IV geſuchte Formel iſt nun auch für jeden andern Keil und ſeine Säule gültig, wenn man die bey ihm Statt habende Länge l der Hebellinie und die bey ihm Statt habenden Gewichte in die Formel ſetzt, daher wir nun allgemein jede Entfernung $\pi\mu$ oder x durch $\frac{l \cdot S}{\mathfrak{S} + S}$ bezeichnen.

D) Der Werth dieſer Formel wächſt bey einerley Werthen von S und von $\mathfrak{S}$, wenn l größer wird. Die Entfernungen l', l^2, l^3, ... l^n der Puncte π^1, π^2, π^3, ... π^n von den Schwerpunkten s^1, s^2, s^3, ... s^n wachſen aber, wie ſich aus der Figur leicht herausdenken läßt, ſo, daß im Widerlagerkeile die größte Statt hat, jedoch aber nur um äußerſt geringe Differenzen, weil ja ganz offenbar die Abſtände der Punkte π^1, π^2 ꝛc. von den Sehnenmittelpuncten m^1, m^2 ꝛc. nur um geringe Differenzen wachſen. — Was aber die Säulengewichte $\mathfrak{S}^1$, $\mathfrak{S}^2$ ꝛc. anbelangt, ſo nimmt der Werth

der vorigen Formel bey den hier gleich groß geſetzten Keilgewichten $S^1 = S^2 = S^3$ ꝛc. wegen der immer größer werdenden Säulengewichte ab, denn die Gewichte $\mathfrak{S}^1$, $\mathfrak{S}^2$ ꝛc. kommen im Diviſor der Formel als Poſten vor. Da nun die Entfernungen l^1, l^2 ꝛc., bey deren Wachsthum die Entfernungen x^1, x^2 ꝛc. wachſen, nur um ſehr kleine Differenzen zunehmen, die Gewichte $\mathfrak{S}^1$, $\mathfrak{S}^2$ ꝛc. aber, bey deren Zunahmen die Entfernungen x^1, x^2, ꝛc. abnehmen müßen, um ſehr merkliche Unterſchiede größer werden, ſo iſt hiermit folgender Satz offenbar:

„Die Abſtände $\mu^1\pi^1$, $\mu^2\pi^2$ ꝛc. oder x^1, x^2 ꝛc., um welche die Preſſungsmittel„puncte μ^1, μ^2 ꝛc. der Gewichtsſummen $(\mathfrak{S}^1+S^1)$, $(\mathfrak{S}^2+S^2)$ ꝛc. von den in den „Kopfflächen der Keile liegenden Preſſungsmitttelpuncten π^1, π^2 ꝛc. der Säulenge„wichte $\mathfrak{S}^1$, $\mathfrak{S}^2$ ꝛc. abſtehen, werden vom Keile 1 an gegen das Widerlager hin „gerechnet, immer kleiner."

E) Weil die Puncte π^1, π^2 ꝛc. nur um ſehr kleine Abſtände $\pi^1 m^1$, $\pi^2 m^2$ ꝛc. von den Mittelpuncten m^1, m^2, ꝛc. der Sehnen A′B′, B′C′ ꝛc. entfernt liegen, ſo kann man hier mit zureichender Genauigkeit ſetzen, daß von allen den Größen $s^1\pi^1$, $s^2\pi^2$ ꝛc. oder l^1, l^2 ꝛc. eine jede $= s^1m^1 = s^2m^2$ ꝛc. ſey und kann alſo auch für jede die halbe Keilhöhe $\frac{1}{2}b$ ſetzen. Hiernach iſt alſo nach Maaßgabe der in Nr. C angegebenenen Formel

$$x^1 = \frac{\frac{1}{2}b \,.\, S^1}{\mathfrak{S}^1+S^1} = \frac{b \,.\, S^1}{2(\mathfrak{S}^1+S^1)}\,;\; x^2 = \frac{b \,.\, S^2}{2(\mathfrak{S}^2+S^2)}\,;\ldots\ldots;\, x^n = \frac{b \,.\, S^n}{2(\mathfrak{S}^n + S^n)}.$$

F) Dieſe Formeln ſind Functionen der Keilhöhe b.

Nach §. 23, Nr. 4 iſt das Gewicht $S^1 = S^2$ ꝛc. $= S^n$ eines jeden der gleich großen Keile

$$= b\delta' Lg,$$

worin δ' die dort adproximativ angenommene mittlere Keildicke bedeutet und nach dem Dortigen

$$\delta' = \left(1{,}014 + \frac{0{,}42}{R}\right)\delta$$

zu ſetzen iſt. Nach §. 33, b, Nr. 5 iſt ferner

$$\mathfrak{S}^n = f^n . Lg = (w^n + p^n b)\, Lg.$$

Demnach iſt hier

$$x^n = \frac{\frac{1}{2} b S^n}{\mathfrak{S}^n + S^n} = \frac{\frac{1}{2} b \,.\, b\delta' Lg}{(w^n + p^n b)\, Lg + b\delta' Lg} = \frac{\frac{1}{2} b\delta'}{\frac{w^n}{b} + p^n + \delta'}.$$

2) Beſtimmung der Normalpreſſungen, welche die Gewichtsſummen ($\mathfrak{S}'$+S'), ($\mathfrak{S}^2$+S^2) ꝛc. in den Fugenebenen auf- und abwärts ausüben und der Differenzen $\mathfrak{D}'$, $\mathfrak{D}^2$,....$\mathfrak{D}^{(n)}$ derſelben.

A) Man denke ſich in den von den Gewichtsſummen ($\mathfrak{S}'$+S'), ($\mathfrak{S}^2$+S^2) ꝛc. lothrecht abwärts gepreßten Keilmaſſen 1, 2 ꝛc. die Preſſungsmittelpuncte μ^1, μ^2 ꝛc. auf das Genaueſte geſucht. Man denke ſich ferner aus dieſen Puncten auf die links und rechts derſelben liegenden Fugenlinien Perpendikel für die ab- und aufwärts gehenden Normalpreſſungen, welche die genannten Gewichtſummen in den Fugenflächen verurſachen, gezogen und nehme nun die Zerlegung dieſer Gewichtsſummen in ihre Seitenpreſſungen vor. Das Verfahren kann hier kein anderes ſeyn, als jenes, welches in §. 16 gezeigt worden iſt uud man muß hier eben ſolche Formeln, wie dort, erhalten, nur mit dem Unterſchiede, daß hier die Gewichtsſummen($\mathfrak{S}'$+S'), ($\mathfrak{S}^2$+S^2) ꝛc. ſtatt der dortigen bloſen Keilgewichte S^1, S^2 ꝛc. in die Formeln geſetzt, und daß ferner hier, wo alle dortigen Keilwinkel α', α'', α''' ꝛc. einerley Werth α haben ſollen, die Formeln für dieſen Winkel α nach §. 22 ausgedrückt werden müßen.

B) Da hier die Mittelpuncte μ^1, μ^2 μ^3 ꝛc. der lothrechten Preſſungen der Gewichtsſummen ($\mathfrak{S}'$+S'), ($\mathfrak{S}^2$+S^2) ꝛc. nicht alle gleichweit von den Kopfflächen der Keile abſtehen, ſo können ſich hier die für die Richtungen der auf den Fugenflächen normalen Seitenpreſſungen der Summen ($\mathfrak{S}'$+S'), ($\mathfrak{S}^2$+S^2) ꝛc. aus den Puncten μ^1, μ^2 ꝛc. gezogenen Perpendikel nicht in einerley Puncten der Fugenlinien begegnen, wie dieſes bey den aus den Schwerpunkten s', s^2, s^3 ꝛc. auf die Fugenlinien gezogenen Perpendikeln der Fall iſt. Dieſer Umſtand erregt den Gedanken, daß man von den für die Gewichtsſummen ($\mathfrak{S}'$+S'), ($\mathfrak{S}^2$+S^2) ꝛc. nach der vorigen Nr. A geſuchten Normalpreſſungen nicht jede zwey, die ſich in einerley Fugenfläche einander entgegen würken, als ſolche betrachten könne, die ſich direct einander entgegengeſetzt ſind, und daß alſo die Differenzen ſolcher Paare von Normalpreſſungen nicht in aller Schärfe richtig erhalten werden, wenn man ohne alles weitere nur die eine Normalpreſſung nehme und von der andere abziehe. Dieſer Gedanke aber iſt unrichtig, wie aus Folgendem erhellet: Man denke ſich durch die Preſſungsmittelpuncte μ^1, μ^2 ꝛc. lothrechte Linien in die Keilflächen 1, 2 ꝛc. gezogen; in dieſen kann man ſich die Gewichtsſummen ($\mathfrak{S}'$+S^1), ($\mathfrak{S}^2$+S^2) ꝛc. angebracht denken, wo man will, ohne daß dadurch ihre Würkungen auf die Keilmaſſen auf irgend eine Weiſe verändert werden; eben deswegen iſt es aber auch gar nicht nöthig, daß man die für die Zerlegung dieſer Gewichtsſummen in Normalpreſſungen auf die Fugenlinien zu ziehenden Perpendikel aus den Preſſungsmittelpuncten μ^1, μ^2 ꝛc. ziehe, ſondern man kann ſie aus beliebigen Puncten der vorerwähnten durch die Stellen μ^1, μ^2 ꝛc. gezogenen lothrechten Linien ſo ziehen, daß jede zwey auf einer Fugenlinie einander entgegenſtehenden Perpendikel in einerley Punct der Fugenlinie ſtehen und alſo in ihrer Verbindung eine gerade Linie bilden,

wie es bey den zwiſchen den Schwerpuncten s^1, s^2, s^3 ꝛc. liegenden Perpendikeln der Fall iſt. Aus dem hier Beigebrachten, was man auch ſchon aus §. 16 abnehmen konnte, iſt offenbar, daß man allerdings jede zwey von den ſich einander entgegenſtehenden Normalpreſſungen als ſolche, die ſich einander direct entgegengeſetzt ſind, zu betrachten habe und daher die Ueberwucht der einen Preſſung über die andere völlig richtig erhalte, wenn man ohne alles Weitere die eine von der andern abziehe. Man nehme alſo die nach voriger Nr. A für die Normalpreſſungen der Gewichtsſummen $(\mathfrak{S}^1+S^1)$, $(\mathfrak{S}^2+S^2)$ ꝛc. geſuchten Formeln und ziehe jedesmal die, welche ſich auf eine aufwärts gehende Preſſung bezieht, von derjenigen Formel ab, die auf diejenige abwärtsgehende Preſſung, die der erſten opponirt iſt, Bezug hat. Auf dieſe Weiſe erhält man für die hierzu beſtimmenden Preſſungsdifferenzen $\mathfrak{D}^1$, $\mathfrak{D}^2$, ... $\mathfrak{D}^n$ Formeln, die von denen, welche in §. 22, Nr. 3 für die Differenzen D^1, D^2, ... D^n gefunden wurden, blos dadurch verſchieden ſind, daß in ihnen ſtatt der bloſen Keilgewichte S^1, S^2, ... S^n die Gewichtsſummen $(\mathfrak{S}^1+S^1)$, $(\mathfrak{S}^2+S^2)$ ꝛc. vorkommen. — Es iſt mithin (nach §. 22, Nr. 3)

$$\mathfrak{D}^1 = \frac{(\mathfrak{S}^1+S^1) - (\mathfrak{S}^2+S^2)\,\text{Cos. } 2\alpha}{\text{Sin. } \alpha} = \frac{S^1 - S^2 .\ \text{Cos. } 2\alpha}{\text{Sin. } \alpha} + \frac{\mathfrak{S}^1 - \mathfrak{S}^2 .\ \text{Cos. } 2\alpha}{\text{Sin. } \alpha},$$

$$\mathfrak{D}^2 = \frac{(\mathfrak{S}^2+S^2)\,\text{Cos. } \alpha - (\mathfrak{S}^3+S^3)\,\text{Cos. } 3\alpha}{\text{Sin. } \alpha} = \frac{S^2\ \text{Cos. } \alpha - S^3 .\ \text{Cos. } 3\alpha}{\text{Sin. } \alpha} + \frac{\mathfrak{S}^2\,\text{Cos. } \alpha - \mathfrak{S}^3 .\,\text{Cos. } 3\alpha}{\text{Sin. } \alpha},$$

$$\mathfrak{D}^3 = \frac{(\mathfrak{S}^3+S^3)\,\text{Cos. } 2\alpha - (\mathfrak{S}^4+S^4)\,\text{Cos. } 4\alpha}{\text{Sin. } \alpha} = \frac{S^3 .\ \text{Cos. } 2\alpha - S^4\ \text{Cos. } 4\alpha}{\text{Sin. } \alpha} + \frac{\mathfrak{S}^3 .\,\text{Cos. } 2\alpha - \mathfrak{S}^4\,\text{Cos. } 4\alpha}{\text{Sin. } \alpha},$$

$$\mathfrak{D}^4 = \frac{(\mathfrak{S}^4+S^4)\,\text{Cos. } 3\alpha - (\mathfrak{S}^5+S^5)\,\text{Cos. } 5\alpha}{\text{Sin. } \alpha} = \frac{S^4 .\ \text{Cos. } 3\alpha - S^5 .\ \text{Cos. } 5\alpha}{\text{Sin. } \alpha} + \frac{\mathfrak{S}^4 .\,\text{Cos. } 3\alpha - \mathfrak{S}^5 .\,\text{Cos. } 5\alpha}{\text{Sin. } \alpha}$$

u. ſ. w.

In der Differenz $\mathfrak{D}^n$ für den nten oder den Widerlagerkeil wird, weil das als (n+1)ſter Keil gedachte Widerlager nicht aufwärts preßt, der Subtractor $(\mathfrak{S}^{n+1}+S^{n+1})$ Cos. $(n+1)\,\alpha = 0$ und es iſt alſo da die

$$\mathfrak{D}^n = \frac{(\mathfrak{S}^n+S^n)\,\text{Cos. } (n-1)\,\alpha - 0}{\text{Sin. } \alpha} = \frac{S^n .\ \text{Cos. } (n-1)\,\alpha - 0}{\text{Sin. } \alpha} + \frac{\mathfrak{S}^n .\ \text{Cos. } (n-1)\,\alpha - 0}{\text{Sin. } \alpha}.$$

Aber auch in allen denjenigen Differenzen, die zu ſolchen Keilen gehören, welche die ſogenannten ruhigen Schichten bilden, müßen die Subtractoren $= 0$ geſetzt werden

(vergl. §. 22, Nr. 4 und 5). Dieſe ruhigen Schichten ſind hier eben ſo, wie bey den nackten Bögen, nach den Neigungswinkeln der Fugenlinien gegen die Horizontallinie und nach den Frictionen, welche in den ſchiefen Bogenflächen, auf welchen die Keile liegen, zu beurtheilen. Je weniger Subtractoren in den Differenzenformeln $= 0$ geſetzt werden, deſto höher bringt man die Preſſungsdifferenzen in Anſchlag und deſto ſicherer rechnet man für die folgenden Rechnungen.

C) In den hier erhaltenen Differenzenformeln, von welchen jede aus zweien Poſten, einem, der blos Keil-, und einem zweiten, der blos Säulengewichte enthält, beſteht, ſind die erſteren Poſten die einem bloſen nackten Gewölbbogen zugehörenden Preſſungsdifferenzen D^1, D^2 ꝛc. (vergl. §. 22, Nr. 3) und man kann daher die Differenzen $\mathfrak{D}^1$, $\mathfrak{D}^2$ ꝛc. auch auf folgende bequeme Weiſe ausdrücken:

$$\mathfrak{D}^1 = D^1 + \frac{\mathfrak{S}^1 \quad - \mathfrak{S}^2 . \text{Cos. } 2\alpha}{\text{Sin. } \alpha},$$

$$\mathfrak{D}^2 = D^2 + \frac{\mathfrak{S}^2 \text{ Cos. } \alpha - \mathfrak{S}^3 . \text{Cos. } 3\alpha}{\text{Sin. } \alpha},$$

$$\mathfrak{D}^3 = D^3 + \frac{\mathfrak{S}^3 \text{ Cos. } 2\alpha - \mathfrak{S}^4 \text{ Cos. } 4\alpha}{\text{Sin. } \alpha},$$

$$\mathfrak{D}^4 = D^4 + \frac{\mathfrak{S}^4 \text{ Cos. } 3\alpha - \mathfrak{S}^4 \text{ Cos. } 5\alpha}{\text{Sin. } \alpha},$$

$$\vdots \qquad \vdots \qquad \vdots$$

$$\mathfrak{D}^n = D^n + \frac{\mathfrak{S}^n . \text{Cos. } (n-1)\alpha - 0}{\text{Sin. } \alpha}.$$

D) Die Säulen, die zwar immer ſchmähler werden, aber anch in ihren Höhen immer wachſen, werden immer größer und es wachſen alſo auch die Gewichte $\mathfrak{S}^1$, $\mathfrak{S}^2$ ꝛc. derſelben, wovon der Grund darin liegt, daß die Grade der Zunahmen ihrer Höhen die der Abnahmen ihrer Dicken bey Weitem überſteigen, was man ſchon, ohne daß man beſondere Betrachtungen der Formeln für ihre Dicken $\mathfrak{d}^1$, $\mathfrak{d}^2$ ꝛc. und Höhen $\mathfrak{h}^1$, $\mathfrak{h}^2$ ꝛc. anzuſtellen nöthig hat, aus der bloſen Figur abnehmen kann. Der Umſtand nun, daß die Säulengewichte $\mathfrak{S}^1$, $\mathfrak{S}^2$ ꝛc. wachſen, hat zur nothwendigen Folge, daß die zweiten von dieſen Gewichten abhängigen Poſten in den Formeln der Preſſungsdifferenzen $\mathfrak{D}^1$, $\mathfrak{D}^2$ ꝛc. negative Werthe, wenigſtens bis zu einem gewiſſen Gliede in der Reihe dieſer Poſten, erhalten müſſen. Man könnte dieſen Satz beweiſen, was aber hier zu thun keinen weſentlichen Nutzen bringen würde. — Wegen dieſer negativen Werthe der genannten Poſten erhebt ſich aber natürlicher Weiſe folgender Gedanke:

„Durch ſie werden die Werthe der erſten Poſten in den Formeln für die „$\mathfrak{D}^1$, $\mathfrak{D}^2$ ꝛc., welche Werthe von den hier als gleich groß angenommenen Keilgewichten S^1, S^2 ꝛc. abhängen und daher alle poſitiv ſeyn müſſen, in der Art

„aufgehoben, daß bis zu einem gewiſſen Gliede D^x in der Reihe der D^1, D^2 ꝛc. „dieſe Differenzen negative Werthe haben und daß alſo nun nicht mehr, wie es „bey dem vorhin betrachteten nackten Bogen der Fall war, jeder obere Keil „ſeinen Unterkeil ſtärker normal abwärts, gegen das Wiederlager hin, „preßt, als er ſelbſt von ſeinem Oberkeile normal aufwärts, gegen den „Gewölbſcheitel hin, gepreßt wird, ſondern daß das Gegentheil hiervon Statt „hat.“

Der Gedanke, daß bis zu einem gewiſſen Gliede D^x in der Reihe der D^1, D^2 ꝛc. negative Werthe dieſer Differenzen Statt finden müſſen, haben wir geſagt, müße entſtehen, denn, daß alle Differenzen D^1, D^2 ꝛc. negative Werthe haben und ſomit alle Unterkeile ſtärker normal aufwärts, gegen den Gewölbſcheitel hin, preſſen könnten, als ſie von ihren Oberkeilen normal abwärts, gegen das Widerlager hin, gepreßt werden, das iſt deswegen unmöglich, weil ja, wenn dieſes Statt hätte, das Widerlager in ſeiner Fläche in K′K″ einzig und allein von dem letzten an dieſer anliegenden Keile normal auswärts gepreßt würde, welches nicht ſeyn kann, da der Gewölbbogen nothwendig in der Fläche in K′K″ eine auf dieſer ſenkrechte Preſſungsſumme P^r ausüben muß, welche da nebſt einem horizontalen Seitendrucke Σ^x einen lothrecht abwärtsgehenden Druck Δ^x erzeugt, deſſen Größe dem ganzen Gewichte des belaſteten Bogens, der ja entweder in AA′ oder in BB′ blos angelehnt iſt und von weiter nichts, als dem Widerlager in K′K″ getragen wird, gleich iſt.

E) Welche Differenz D^x in der Reihe der D^1, D^2, D^3 ꝛc. diejenige ſey, von welcher alle folgenden gegen das Widerlager hin gezählten Differenzen poſitive Werthe erhalten müſſen, das kann nicht im allgemeinen ausgemittelt und muß bey jedem Gewölbbogen beſonders durch die numeriſche Berechnung der bey ihm Statt habenden Differenzen D^1 D^2 ꝛc. gefunden werden.

F) Die in der Folge zu machenden Anwendungen der für die Preſſungsdifferenzen D^1, D^2, ꝛc. in vor. Nr. C erhaltenen Formeln erfordern, daß man in dieſer a) die Formeln für die dem nackten und aus gleichſchweren Keilen beſtehenden Bogen zugehörenden Differenzen D^1, D^2 ꝛc. ſo, wie ſie in §. 23, Nr. 5 erhalten worden ſind, und dann auch noch b) die Formeln für die Keilgewichte S^1, S^2 ꝛc. ſo, wie man ſie in §. 33, b, Nr. 5 ausgedrückt findet, eintrage. Thut man dieſes, ſo erhält man Folgendes:

$$\mathfrak{D}^1 = m^1 bLg + \frac{w^1 Lg + bp^1 Lg - (w^2 Lg + bp^2 Lg)\ \text{Cos.}\ 2\alpha}{\text{Sin.}\ \alpha}$$

$$= \left[b.\left(m^1 + \frac{p^1 - p^2\ \text{Cos.}\ 2\alpha}{\text{Sin.}\ \alpha} \right) + \frac{w^1 - w^2\ \text{Cos.}\ 2\alpha}{\text{Sin.}\ \alpha} \right] Lg,$$

$$\mathfrak{D}^2 = m^2 bLg + \frac{(w^2 Lg + bp^2 Lg)\ \text{Cos.}\ \alpha - (w^3 Lg + bp^3 Lg)\ \text{Cos.}\ 3\alpha}{\text{Sin.}\ \alpha}$$

$$= \left[b.\left(m^2 + \frac{p^2\ \text{Cos.}\ \alpha - p^3\ \text{Cos.}\ 3\alpha}{\text{Sin.}\ \alpha} \right) + \frac{w^2\ \text{Cos.}\ \alpha - w^3\ \text{Cos.}\ 3\alpha}{\text{Sin.}\ \alpha} \right] Lg,$$

$$\mathfrak{D}^3 = m^3 bLg + \frac{(w^3 Lg + bp^3 Lg)\ \text{Cos.}\ 2\alpha - (w^4 Lg + bp^4 Lg)\ \text{Cos.}\ 4\alpha}{\text{Sin.}\ \alpha}$$

$$= \left[b.\left(m^3 + \frac{p^3\ \text{Cos.}\ 2\alpha - p^4\ \text{Cos.}\ 4\alpha}{\text{Sin.}\ \alpha} \right) + \frac{w^3\ \text{Cos.}\ 2\alpha - w^4\ \text{Cos.}\ 4\alpha}{\text{Sin.}\ \alpha} \right] Lg,$$

und ſo erhält man weiter

$$\mathfrak{D}^4 = \left[b.\left(m^4 + \frac{p^4\ \text{Cos.}\ 3\alpha - p^5\ \text{Cos.}\ 5\alpha}{\text{Sin.}\ \alpha} \right) + \frac{w^4\ \text{Cos.}\ 3\alpha - w^5\ \text{Cos.}\ 5\alpha}{\text{Sin.}\ \alpha} \right] Lg,$$

$$\mathfrak{D}^5 = \left[b.\left(m^5 + \frac{p^5\ \text{Cos.}\ 4\alpha - p^6\ \text{Cos.}\ 6\alpha}{\text{Sin.}\ \alpha} \right) + \frac{w^5\ \text{Cos}\ 4\alpha - w^6\ \text{Cos.}\ 6\alpha}{\text{Sin.}\ \alpha} \right] Lg; \text{ u. ſ. w.}$$

G) Zur Vereinfachung der ferner nöthigen Rechnungen ſetzen wir nun, wie hier folgt:

$$\frac{p^1 - p^2\ \text{Cos.}\ 2\alpha}{\text{Sin.}\ \alpha} = \phi^1 \qquad \frac{w^1 - w^2\ \text{Cos.}\ 2\alpha}{\text{Sin.}\ \alpha} = \psi^1,$$

$$\frac{p^2\ \text{Cos.}\ \alpha - p^3\ \text{Cos.}\ 3\alpha}{\text{Sin.}\ \alpha} = \phi^2 \qquad \frac{w^2\ \text{Cos.}\ \alpha - w^3\ \text{Cos.}\ 3\alpha}{\text{Sin.}\ \alpha} = \psi^2,$$

$$\frac{p^3\ \text{Cos.}\ 2\alpha - p^4\ \text{Cos.}\ 4\alpha}{\text{Sin.}\ \alpha} = \phi^3 \qquad \frac{w^3\ \text{Cos.}\ 2\alpha - w^4\ \text{Cos.}\ 4\alpha}{\text{Sin.}\ \alpha} = \psi^3,$$

$$\frac{p^4\ \text{Cos.}\ 3\alpha - p^5\ \text{Cos.}\ 5\alpha}{\text{Sin.}\ \alpha} = \phi^4 \qquad \frac{w^4\ \text{Cos.}\ 3\alpha - w^5\ \text{Cos.}\ 5\alpha}{\text{Sin.}\ \alpha} = \psi^4,$$

$$\frac{p^5\ \text{Cos.}\ 4\alpha - p^6\ \text{Cos.}\ 6\alpha}{\text{Sin.}\ \alpha} = \phi^5 \qquad \frac{w^5\ \text{Cos.}\ 4\alpha - w^6\ \text{Cos.}\ 6\alpha}{\text{Sin.}\ \alpha} = \psi^5,$$

$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$

$$\frac{p^n\ \text{Cos.}\ (n-1)\alpha - 0}{\text{Sin.}\ \alpha} = \phi^n \qquad \frac{w^n\ \text{Cos.}\ (n-1)\alpha - 0}{\text{Sin.}\ \alpha} = \psi^n,$$

Es beziehen ſich nämlich die Größen p^n, w^n auf das Gewicht $\mathfrak{S}^n$ des nten am Widerlager anliegenden Keiles (§. 33, b, Nr. 5), wo p^{n+1} und $w^{n+1} = 0$ ſeyn muß, und auch in den übrigen Formeln, die ſich auf Keile beziehen, welche zu den ruhigen Schichten gehören, müßen die Subtractoren $= 0$ geſetzt werden. Nach der hier angegebenen Bezeichnungsweiſe werden nun aus den in der vor. Nr. F für $\mathfrak{D}^1$, $\mathfrak{D}^2$ ꝛc. angegebenen Formeln folgende:

$$\mathfrak{D}^1 = [b\ (m^1 + \varphi^1) + \psi^1]\ Lg,$$
$$\mathfrak{D}^2 = [b\ (m^2 + \varphi^2) + \psi^2]\ Lg,$$
$$\mathfrak{D}^3 = [b\ (m^3 + \varphi^3) + \psi^3]\ Lg,$$
$$\mathfrak{D}^4 = [b\ (m^4 + \varphi^4) + \psi^4]\ Lg,$$
$$\mathfrak{D}^5 = [b\ (m^5 + \varphi^5) + \psi^5]\ Lg,$$
$$\vdots \qquad\qquad \vdots$$
$$\mathfrak{D}^n = [b\ (m^n + \varphi^n) + \psi^n]\ Lg.$$

3) Regeln für die Berechnung der Differenzen $\mathfrak{D}^1$, $\mathfrak{D}^2$ ꝛc.

A) Die Werthe der Größen m^1, m^2 ꝛc. berechne man nach den Regeln, die in §. 23, Nr. 6 für den nackten und gleichdicken Bogen gegeben und die dort in Nr. F in einem Exempel angewendet worden ſind.

B) Die Werthe der Größen φ^1, φ^2 ꝛc. ſuche man ſo:

a) Man nehme die ſchon bey der Berechnung der Größen m^1, m^2 ꝛc. geſuchte Reihe $Cos.\ 0\alpha = 1$, $Cos.\ \alpha$, $Cos.\ 2\alpha$, $Cos.\ 3\alpha$ ꝛc. (§. 23, Nr. 6) mit der nach §. 33, b, Nr. 6, F geſuchten Reihe der Größen p^1, p^2, p^3 ꝛc. zuſammen und multiplicire in dieſen beiden Reihen die gleichvielſten Glieder durch einander, wodurch man die Reihe der Minuenden

$$p^1,\quad p^2\ Cos.\ \alpha,\quad p^3\ Cos.\ 2\alpha,\quad p^4\ Cos.\ 3\alpha \text{ ꝛc.}$$

in den Formeln für die Größen φ^1, φ^2, φ^3 ꝛc. (vor. Nr. 2, G) erhält.

b) Ferner nehme man aus der Reihe $Cos.\ 0\alpha$, $Cos.\ \alpha$, $Cos.\ 2\alpha$ ꝛc. die Reihe $Cos.\ 2\alpha$, $Cos.\ 3\alpha$, $Cos.\ 4\alpha$, heraus und nehme mit ihr aus der Reihe p^1, p^2, p^3 ꝛc. die Reihe p^2, p^3 ꝛc. zuſammen. Die gleichvielſten Glieder dieſer beiden Reihen multiplicire man ebenfalls durch einander, wodurch die Reihe der Subtrahenden

$$p^2\ Cos.\ 2\alpha,\quad p^3\ Cos.\ 3\alpha,\quad p^4\ Cos.\ 4\alpha,\quad p^5\ Cos.\ 5\alpha \text{ ꝛc.}$$

in den Formeln für die Größen φ^1, φ^2, φ^3, ꝛc. (vor. Nr. 2, G) erhalten wird.

c) Dieſe Subtrahenden ziehe man nach der Vorſchrift der Formeln für φ^1, φ^2 ꝛc. ab, ſo ergeben ſich die in dieſen Formeln ſtehenden Dividenden. Dieſe dividire

man mit dem Werthe von Sin. α, oder, man multiplicire ſie mit $\frac{1}{\text{Sin. }\alpha} = \text{Coſec. }\alpha$, wodurch man die Reihe der Größen φ^1, φ^2, φ^3, ꝛc. erhält.

C) Die beiden nach Nr. A und B berechneten Reihen m^1, m^2 ꝛc. und φ^1, φ^2 ꝛc. nehme man, addire ihre gleichvielſten Glieder zuſammen und füge einer jeden von den erhaltenen Summen den Factor b bey, ſo erhält man die in den Formeln für D^1, D^2 ꝛc. (Nr. 2, G) ſtehenden Poſten $b\,(m^1 + \varphi^1)$, $b\,(m^2 + \varphi^2)$ ꝛc.

D) Die Werthe von ψ^1, ψ^2 ꝛc. (Nr. 2, G) berechne man aus den §. 33, b, Nr. 6 geſuchten Werthen w^1 w^3 ꝛc. und der Coſſinusreihe Cos. 0α = 1, Cos. α, Cos. 2α, Cos. 3α ꝛc. auf ähnliche Weiſe, wie in vor. Nr. B, a, b, c, für die Berechnung der Werthe φ^1, φ^2 ꝛc. angegeben worden iſt.

E) Aus dieſen Größen ψ^1, ψ^2 ꝛc. und den Größen $b\,(m^1 + \varphi^2)$, $b\,(m^2 + \varphi^2)$ ꝛc. bilde man dann die Werthe von D^1, D^2 ꝛc. nach den für dieſe Differenzen in vor. Nr. 2, G angegebenen Formeln.

4) Rechnungsbeiſpiel für den Bogen, für welchen die Werthe von $m^1, m^2, \ldots\ldots, m^n$ ſchon in §. 23, Nr 6 und die Werthe von $p^1, p^2, \ldots\ldots, p^n$, wie auch die von $w^1, w^2, \ldots\ldots, w^n$ in §. 33, b, Nr. 6, F gefunden worden ſind.

A) Berechnung der Minuenden in den in vor. Nr. 2, G für die Größen $\varphi^1, \varphi^2, \ldots\ldots, \varphi^n$ angebenen Formeln.

Aus den in §. 23, Nre 6 ſchon geſuchten Werthen von Cos. 0α, Cos. 2α, Cos. 3α, ..., Cos. 46α und den in §. 33, b, Nr. 6, F gefundenen Werhen von $p^1, p^2, \ldots\ldots, p^{47}$ erhält man nach der Regel in vor. Nr. 3, B, a für die vorgenannten Minuenden, wenn man die Coſſinus nur bis in die vierte Decimalſtelle ausdrückt und jeden um eine Einheit dieſer Stelle größer nimmt, folgende Werthe:

$$p^1 \,.\, \text{Cos. } 0\alpha = 0{,}0000 \,.\, 1{,}0000 = 0{,}0000$$
$$p^2 \,.\, \text{Cos. } \alpha = 0{,}0004 \,.\, 0{,}9999 = 0{,}0003$$
$$p^3 \,.\, \text{Cos. } 2\alpha = 0{,}0012 \,.\, 0{,}9992 = 0{,}0011$$
$$p^4 \,.\, \text{Cos. } 3\alpha = 0{,}0024 \,.\, 0{,}9982 = 0{,}0023$$
$$p^5 \ \text{Cos. } 4\alpha = 0{,}0040 \,.\, 0{,}9968 = 0{,}0039$$
$$p^6 \ \text{Cos. } 5\alpha = 0{,}0058 \,.\, 0{,}9951 = 0{,}0057$$
$$p^7 \ \text{Cos. } 6\alpha = 0{,}0082 \,.\, 0{,}9929 = 0{,}0081$$
$$p^8 \ \text{Cos. } 7\alpha = 0{,}0109 \,.\, 0{,}9904 = 0{,}0107$$

p^{9} Cos. 8α = 0,0139 . 0,9845 = 0,0137
p^{10} Cos. 9α = 0,0172 . 0,9841 = 0,0169
p^{11} Cos. 10α = 0,0211 . 0,9805 = 0,0206
p^{12} Cos. 11α = 0,0251 . 0,9764 = 0,0245
p^{13} Cos. 12α = 0,0294 . 0,9719 = 0,0285
p^{14} Cos. 13α = 0,0342 . 0,9671 = 0,0330
p^{15} Cos. 14α = 0,0392 . 0,9619 = 0,0377
p^{16} Cos. 15α = 0,0444 . 0,9563 = 0,0424
p^{17} Cos. 16α = 0,0500 . 0,9503 = 0,0475
p^{18} Cos. 17α = 0,0558 . 0,9439 = 0,0526
p^{19} Cos. 18α = 0,0618 . 0,9372 = 0,0579
p^{20} Cos. 19α = 0,0681 . 0,9302 = 0,0633
p^{21} Cos. 20α = 0,0746 . 0,9227 = 0,0688
p^{22} Cos. 21α = 0,0812 . 0,9149 = 0,0742
p^{23} Cos. 22α = 0,0879 . 0,9067 = 0,0796
p^{24} Cos. 23α = 0,0948 . 0,8982 = 0,0851
p^{25} Cos. 24α = 0,1019 . 0,8894 = 0,0906
p^{26} Cos. 25α = 0,1090 . 0,8802 = 0,0959
p^{27} Cos. 26α = 0,1163 . 0,8706 = 0,1012
p^{28} Cos. 27α = 0,1235 . 0,8607 = 0,1062
p^{29} Cos. 28α = 0,1308 . 0,8505 = 0,1112
p^{30} Cos. 29α = 0,1381 . 0,8399 = 0,1159
p^{31} Cos. 30α = 0,1454 . 0,8290 = 0,1205
p^{32} Cos. 31α = 0,1526 . 0,8178 = 0,1247
p^{33} Cos. 32α = 0,1597 . 0,8062 = 0,1287
p^{34} Cos. 33α = 0,1668 . 0,7944 = 0,1325
p^{35} Cos. 34α = 0,1738 . 0,7822 = 0,1359
p^{36} Cos. 35α = 0,1806 . 0,7697 = 0,1390
p^{37} Cos. 36α = 0,1872 . 0,7569 = 0,1416
p^{38} Cos. 37α = 0,1937 . 0,7439 = 0,1440
p^{39} Cos. 38α = 0,1999 . 0,7305 = 0,1460
p^{40} Cos. 39α = 0,2059 . 0,7169 = 0,1476
p^{41} Cos. 40α = 0,2116 . 0,7029 = 0,1497

p^{42} Cos. $41\alpha = 0{,}2170 \cdot 0{,}6887 = 0{,}1494$
p^{43} Cos. $42\alpha = 0{,}2221 \cdot 0{,}6743 = 0{,}1497$
p^{44} Cos. $43\alpha = 0{,}2268 \cdot 0{,}6595 = 0{,}1495$
p^{45} Cos. $44\alpha = 0{,}2312 \cdot 0{,}6445 = 0{,}1490$
p^{46} Cos. $45\alpha = 0{,}2352 \cdot 0{,}6293 = 0{,}1480$
p^{47} Cos. $46\alpha = 0{,}2387 \cdot 0'6138 = 0{,}1465$

B) Berechnung der Subrachenden in den in vor. Nr. 2, G für die Größen $\Phi^1, \Phi^2, \ldots\ldots \Phi^n$ angegebenen Formeln.

Aus der Reihe Cos. 2α, Cos. $3\alpha \ldots\ldots$ Cos. 45, Cos. 46 und o (§. 23, Nr. 6) nnd der Reihe $p^1, p^2, \ldots\ldots p^{47}$ (§. 33, b, Nr. 6, F erhält man, wenn man die Coſſinus nur bis in die vierte Decimalſtelle ausdrückt, ſie aber da um keine Einheit vermehrt (damit die Differenzen D^1, D^2 ꝛc. ganz ſicher nicht zu klein erhalten werden), nach der Regel in vor. Nr. 3, B, b folgende Werthe:

p^2 Cos. $2\alpha = 0{,}0004 \cdot 0{,}9992 = 0{,}0003$
p^3 Cos. $3\alpha = 0{,}0012 \cdot 0{,}9982 = 0{,}0011$
p^4 Cos. $4\alpha = 0{,}0024 \cdot 0{,}9968 = 0{,}0023$
p^5 Cos. $5\alpha = 0{,}0040 \cdot 0{,}9951 = 0{,}0039$
p^6 Cos. $6\alpha = 0{,}0058 \cdot 0{,}9929 = 0{,}0057$
p^7 Cos. $7\alpha = 0{,}0082 \cdot 0{,}9904 = 0{,}0081$
p^8 Cos. $8\alpha = 0{,}0009 \cdot 0{,}9875 = 0{,}0107$
p^9 Cos. $9\alpha = 0{,}0139 \cdot 0{,}9841 = 0{,}0136$
p^{10} Cos. $10\alpha = 0{,}0172 \cdot 0{,}9805 = 0{,}0168$
p^{11} Cos. $11\alpha = 0{,}0211 \cdot 0{,}9764 = 0{,}0206$
p^{12} Cos. $12\alpha = 0{,}0251 \cdot 0{,}9719 = 0{,}0243$
p^{13} Cos. $13\alpha = 0{,}0294 \cdot 0{,}9671 = 0{,}0284$
p^{14} Cos. $14\alpha = 0{,}0342 \cdot 0{,}9619 = 0{,}0328$
p^{15} Cos. $15\alpha = 0{,}0392 \cdot 0{,}9563 = 0{,}0374$
p^{16} Cos. $16\alpha = 0{,}0444 \cdot 0{,}9503 = 0{,}0421$
p^{17} Cos. $17\alpha = 0{,}0500 \cdot 0{,}9439 = 0{,}0471$
p^{18} Cos. $18\alpha = 0\,0558 \cdot 0{,}9372 = 0{,}0522$
p^{19} Cos. $19\alpha = 0{,}0618 \cdot 0{,}9302 = 0{,}0574$
p^{20} Cos. $20\alpha = 0{,}0681 \cdot 0{,}9227 = 0{,}0628$
p^{21} Cos. $21\alpha = 0{,}0746 \cdot 0{,}9149 = 0{,}0682$

p^{22} Cos. $22\alpha = 0{,}0812 \cdot 0{,}9067 = 0{,}0736$
p^{23} Cos. $23\alpha = 0{,}0879 \cdot 0{,}8982 = 0{,}0789$
p^{24} Cos. $24\alpha = 0{,}0948 \cdot 0{,}8894 = 0{,}0843$
p^{25} Cos. $25\alpha = 0{,}1019 \cdot 0{,}8802 = 0{,}0896$
p^{26} Cos. $26\alpha = 0{,}1090 \cdot 0{,}8706 = 0{,}0948$
p^{27} Cos. $27\alpha = 0{,}1163 \cdot 0{,}8607 = 0{,}1000$
p^{28} Cos. $28\alpha = 0{,}1235 \cdot 0{,}8505 = 0{,}1050$
p^{29} Cos. $29\alpha = 0{,}1308 \cdot 0{,}8399 = 0{,}1098$
p^{30} Cos. $30\alpha = 0{,}1381 \cdot 0{,}8290 = 0{,}1144$
p^{31} Cos. $31\alpha = 0{,}1454 \cdot 0{,}8178 = 0{,}1189$
p^{32} Cos. $32\alpha = 0{,}1526 \cdot 0{,}8062 = 0{,}1230$
p^{33} Cos. $33\alpha = 0{,}1597 \cdot 0{,}7944 = 0{,}1268$
p^{34} Cos. $34\alpha = 0{,}1668 \cdot 0{,}7822 = 0{,}1304$
p^{35} Cos. $35\alpha = 6{,}1738 \cdot 0{,}7697 = 0{,}1337$
p^{36} Cos. $36\alpha = 0{,}1806 \cdot 0{,}7569 = 0{,}1366$
p^{37} Cos. $37\alpha = 0{,}1872 \cdot 0{,}7439 = 0{,}1392$
p^{38} Cos. $38\alpha = 0{,}1937 \cdot 0{,}7305 = 0{,}1414$
p^{39} Cos. $39\alpha = 0{,}1999 \cdot 0{,}7169 = 0{,}1433$
p^{40} Cos $40\alpha = 0{,}2059 \cdot 0{,}7029 = 0{,}1447$
p^{41} Cos. $41\alpha = 0{,}2116 \cdot 0{,}6887 = 0{,}1457$
p^{42} Cos. $42\alpha = 0{,}2170 \cdot 0{,}6743 = 0{,}1463$
p^{43} Cos. $43\alpha = 0{,}2221 \cdot 0{,}6595 = 0{,}1464$
p^{44} Cos. $44\alpha = 0{,}2268 \cdot 0{,}6445 = 0{,}1461$
p^{45} Cos, $45\alpha = 0{,}2312 \cdot 0{,}6292 = 0{,}1454$
p^{46} Cos. $46\alpha = 0{,}2352 \cdot 0{,}6138 = 0{,}1443$
p^{47} Cos. $47\alpha = 0{,}2387 \cdot 0{,}5999 = 0{,}1431$

C) Berechnung der Werthe $\varphi', \varphi^2, \ldots, \varphi^n$ aus den in Nr. A und B erhaltenen Minuenden und Subtrahenden und aus Cosec. $\alpha =$ Cosec. $1^\circ, 8' = 50{,}558 \ldots$, wofür wir hier zur Abkürzung und Sicherheit 50,56 ſetzen. Nach der Regel Nr. 3, B, c erhält man hier Folgendes:

$\varphi^1 = (0{,}0000 - 0{,}0003) \cdot 50{,}56 = -0{,}0151$
$\varphi^2 = (0{,}0003 - 0{,}0011) \cdot \;\; " \;\; = -0{,}0404$
$\varphi^3 = (0{,}0011 - 0{,}0023) \cdot \;\; " \;\; = -0{,}0606$

Φ^{4}	$= (0{,}0023 - 0{,}0039)$	$\cdot\ 50{,}56$	$= -0{,}0808$
Φ^{5}	$= (0{,}0039 - 0{,}0057)$	$\cdot$:	$= -0{,}0910$
Φ^{6}	$= (0{,}0057 - 0{,}0081)$	$\cdot$:	$= -0{,}1213$
Φ^{7}	$= (0{,}0081 - 0{,}0107)$	$\cdot$:	$= -0{,}1314$
Φ^{8}	$= (0{,}0107 - 0{,}0136)$	$\cdot$:	$= -0{,}1466$
Φ^{9}	$= (0{,}0137 - 0{,}0168)$	$\cdot$:	$= -0{,}1567$
Φ^{10}	$= (0{,}0169 - 0{,}0206)$	$\cdot$:	$= -0{,}1870$
Φ^{11}	$= (0{,}0206 - 0{,}4243)$	$\cdot$:	$= -0{,}1870$
Φ^{12}	$= (0{,}0245 - 0{,}0284)$	$\cdot$:	$= -0{,}1971$
Φ^{13}	$= (0{,}0285 - 0{,}0328)$	$\cdot$:	$= -0{,}2174$
Φ^{14}	$= (0{,}0330 - 0{,}0374)$	$\cdot$:	$= -0{,}2244$
Φ^{15}	$= (0{,}0377 - 0{,}0421)$	$\cdot$:	$= -0{,}2224$
Φ^{16}	$= (0{,}0424 - 0{,}0471)$	$\cdot$:	$= -0{,}2376$
Φ^{17}	$= (0{,}0475 - 0{,}0522)$	$\cdot$:	$= -0{,}2376$
Φ^{18}	$= (0{,}0526 - 0{,}0575)$	$\cdot$:	$= -0{,}2426$
Φ^{19}	$= (0{,}0579 - 0{,}0628)$	$\cdot$:	$= -0{,}2477$
Φ^{20}	$= (0{,}0633 - 0{,}0682)$	$\cdot$:	$= -0{,}2477$
Φ^{21}	$= (0{,}0688 - 0{,}0736)$	$\cdot$:	$= -0{,}2426$
Φ^{22}	$= (0{,}0742 - 0{,}0789)$	$\cdot$:	$= -0{,}2376$
Φ^{23}	$= (0{,}0796 - 0{,}0843)$	$\cdot$:	$= -0{,}2376$
Φ^{24}	$= (0{,}0851 - 0{,}0896)$	$\cdot$:	$= -0{,}2275$
Φ^{25}	$= (0{,}0906 - 0{,}0948)$	$\cdot$:	$= -0{,}2123$
Φ^{26}	$= (0{,}0959 - 0{,}1000)$	$\cdot$:	$= -0{,}2072$
Φ^{27}	$= (0{,}1012 - 0{,}1050)$	$\cdot$:	$= -0{,}1621$
Φ^{28}	$= (0{,}1062 - 0{,}1098)$	$\cdot$:	$= -0{,}1820$
Φ^{29}	$= (0{,}1112 - 0{,}1144)$	$\cdot$:	$= -0{,}1617$
Φ^{30}	$= (0{,}1159 - 0{,}1189)$	$\cdot$:	$= -0{,}1516$
Φ^{31}	$= (0{,}1205 - 0{,}1230)$	$\cdot$:	$= -0{,}1264$
Φ^{32}	$= (0{,}1247 - 0{,}1268)$	$\cdot$:	$= -0{,}1061$
Φ^{33}	$= (0{,}1287 - 0{,}1304)$	$\cdot$:	$= -0{,}0859$
Φ^{34}	$= (0{,}1325 - 0{,}1337)$	$\cdot$:	$= -0{,}0606$
Φ^{35}	$= (0{,}1359 - 0{,}1366)$	$\cdot$:	$= -0{,}0353$
Φ^{36}	$= (0{,}1390 - 0{,}1392)$	$\cdot$:	$= -0{,}0101$

ϕ^{37} =	(0,1416 — 0,1414) .	50,56	=	+ 0,0101
ϕ^{38} =	(0,1440 — 0,1433) .	″	=	+ 0,0353
ϕ^{39} =	(0,1460 — 0,1447) .	″	=	+ 0,0657
ϕ^{40} =	(0,1476 — 0,1457 .	″	=	+ 0,0960
ϕ^{41} =	(0,1487 — 0,1463) .	″	=	+ 0,1213
ϕ^{42} =	(0,1494 — 0,1464) .	″	=	+ 0,1516
ϕ^{43} =	(0,1497 — 0,1461) .	″	=	+ 0,1820
ϕ^{44} =	(0,1495 — 0,1454) .	″	=	+ 0,2072
ϕ^{45} =	(0,1490 — 0,1443) .	″	=	+ 0,2376
ϕ^{46} =	(0,1480 — 0,1431) .	″	=	+ 0,2426
ϕ^{47} =	(0,1465 — 0,0000) .	″	=	+ 7,4070

D) Berechnung der Minuenden in den in vor. Nr. 2, G für die Größen ψ^1, ψ^2, ... ψ^n angebenen Formeln.

Aus den in Nr. 6 des §. 23 gefundenen Werthen von Cos. 0α, Cos. α, Cos. 2α, ..., Cos. 46α und den in §. 33, b, Nr. 6, F gefundenen Werthen von w^1, w^2, ..., w^n erhält man nach der Regel in vor. Nr. 3, D, wenn man auch hier wieder die Coſſinus nur bis in die vierte Decimalſtelle ausgedrückt nimmt und in dieſer einem jeden eine Einheit zugiebt, folgende Werthe:

w^1 Cos. 0α	=	2,9697	.	1,0000	=	2,9697
w^2 Cos. α	=	3,0180	.	0,9999	=	3,0176
w^3 Cos. 2α	=	3,1146	.	0,9993	=	3,1124
w^4 Cos. 3α	=	3,2598	.	0,9982	=	3,2539
w^5 Cos. 4α	=	3,4531	.	0,9968	=	3,4420
w^6 Cos. 5α	=	3,6698	.	0,9951	=	3,6518
w^7 Cos. 6α	=	3,9600	.	0,9929	=	3,9318
w^8 Cos. 7α	=	4,2861	.	0,6904	=	4,2449
w^9 Cos. 8α	=	4,6479	.	0,9845	=	4,5758
w^{10} Cos. 9α	=	5,0459	.	0,9841	=	4,9656
w^{11} Cos. 10α	=	5,5172	.	0,9805	=	5,4096
w^{12} Cos. 11α	=	5,9994	.	0,9764	=	5,8578
w^{13} Cos. 12α	=	6,5176	.	0,9719	=	6,3344
w^{14} Cos. 13α	=	7,0967	.	0,9671	=	6,8632
w^{15} Cos. 14α	=	7,6995	.	0,9619	=	7,4061

$w^{16}.\,\text{Cos.}\ 15\alpha = 8,3258 \cdot 0,9563 = 7,9619$
$w^{17}.\,\text{Cos.}\ 16\alpha = 9,0006 \cdot 0,9503 = 8,5532$
$w^{18}.\,\text{Cos.}\ 17\alpha = 9,7005 \cdot 0,9439 = 9,1563$
$w^{19}.\,\text{Cos.}\ 18\alpha = 10,4207 \cdot 0,9372 = 9,7662$
$w^{20}.\,\text{Cos.}\ 19\alpha = 11,1790 \cdot 0,9302 = 10,3987$
$w^{21}.\,\text{Cos.}\ 20\alpha = 11,9608 \cdot 0,9227 = 11,0362$
$w^{22}.\,\text{Cos.}\ 21\alpha = 12,7538 \cdot 0,9149 = 11,6684$
$w^{23}.\,\text{Cos.}\ 22\alpha = 13,5580 \cdot 0,9067 = 12,2930$
$w^{24}.\,\text{Cos.}\ 23\alpha = 14,3860 \cdot 0,8982 = 12,9215$
$w^{25}.\,\text{Cos.}\ 24\alpha = 15,2379 \cdot 0,8894 = 13,5525$
$w^{26}.\,\text{Cos.}\ 25\alpha = 16,0886 \cdot 0,8802 = 14,1611$
$w^{27}.\,\text{Cos.}\ 26\alpha = 16,9632 \cdot 0,8706 = 14,7681$
$w^{28}.\,\text{Cos.}\ 27\alpha = 17,8242 \cdot 0,8607 = 15,3412$
$w^{29}.\,\text{Cos.}\ 28\alpha = 18,6877 \cdot 0,8505 = 15,8938$
$w^{30}.\,\text{Cos.}\ 29\alpha = 19,5682 \cdot 0,8399 = 16,4353$
$w^{31}.\,\text{Cos.}\ 30\alpha = 20,4386 \cdot 0,8290 = 16,9435$
$w^{32}.\,\text{Cos.}\ 31\alpha = 21,2958 \cdot 0,8178 = 17,4157$
$w^{33}.\,\text{Cos.}\ 32\alpha = 22,1396 \cdot 0,8062 = 17,8489$
$w^{34}\ \text{Cos.}\ 33\alpha = 22,9827 \cdot 0,7944 = 18,2574$
$w^{35}\ \text{Cos.}\ 34\alpha = 23,8124 \cdot 0,7822 = 18,6260$
$w^{36}\ \text{Cos.}\ 35\alpha = 24,6164 \cdot 0,7697 = 18,9472$
$w^{37}\ \text{Cos.}\ 36\alpha = 25,3946 \cdot 0,7569 = 19,2211$
$w^{38}\ \text{Cos.}\ 37\alpha = 26,1597 \cdot 0,7439 = 19,4602$
$w^{39}\ \text{Cos.}\ 38\alpha = 26,8869 \cdot 0,7305 = 19,6408$
$w^{40}\ \text{Cos.}\ 39\alpha = 27,5885 \cdot 0,7169 = 19,7780$
$w^{41}\ \text{Cos.}\ 40\alpha = 28,2523 \cdot 0,7029 = 19,8585$
$w^{42}\ \text{Cos.}\ 41\alpha = 28,8777 \cdot 0,6887 = 19,8880$
$w^{43}\ \text{Cos.}\ 42\alpha = 29,5026 \cdot 0,6743 = 19,8936$
$w^{44}\ \text{Cos.}\ 43\alpha = 30,0029 \cdot 0,6595 = 19,7869$
$w^{45}\ \text{Cos.}\ 44\alpha = 30,5025 \cdot 0,6445 = 19,6588$
$w^{46}\ \text{Cos.}\ 45\alpha = 30,9521 \cdot 0,6293 = 19,5781$
$w^{47}\ \text{Cos.}\ 46\alpha = 31,3386 \cdot 0,6138 = 19,2356$

E) Berechnung der Sutrahenden in der in vor. Nr. 2, G für $\psi^1, \psi^2, \ldots \psi^n$ erhaltenen Formeln.

Aus der Reihe Cos. 2α, Cos. 3α Cos. $4\alpha, \ldots$, Cos. 45α, Cos. 46α und o (§. 23, Nr. 6) und aus der Reihe $w^1, w^2, \ldots, w^n$ (§. 33, Nr. 6, F) erhält man für die Subtrahenden, wenn man die Coſinus nur bis in die vierte Decimalſtelle ausgedrückt nimmt, ſie aber da, weil man Subtrahenden berechnet, nicht um einen Einer dieſer Stelle vermehrt, nach der Regel in vor. Nr. 3, D folgende Werthe:

w^2 Cos. 2α	=	3,0180	· 0,9992	=	3,0155
w^3 Cos. 3α	=	3,1146	· 0,9982	=	3,1089
w^4 Cos. 4α	=	3,2598	· 0,9968	=	3,2493
w^5 Cos. 5α	=	3,4531	· 0,9951	=	3,4361
w^6 Cos. 6α	=	3,6698	· 0,9929	=	3,6437
w^7 Cos. 7α	=	3,9600	· 0,9904	=	3,9219
w^8 Cos. 8α	=	4,2861	· 0,9845	=	4,2196
w^9 Cos. 9α	=	4,6479	· 0,9841	=	4,5739
w^{10} Cos. 10α	=	5,0459	· 0,9805	=	4,9475
w^{11} Cos. 11α	=	5,5172	· 0,9764	=	5,3869
w^{12} Cos. 12α	=	5,9994	· 0,9719	=	5,8308
w^{13} Cos. 13α	=	6,5176	· 0,9671	=	6,3031
w^{14} Cos. 14α	=	7,0967	· 0,9619	=	6,8263
w^{15} Cos. 15α	=	7,6995	· 0,9563	=	7,3630
w^{16}. Cos. 16α	=	8,3258	· 0,9503	=	7,9120
w^{17}. Cos. 17α	=	9,0006	· 0,9439	=	8,4956
w^{18}. Cos. 18α	=	9,7005	· 0,9372	=	9,0913
w^{19}. Cos. 19α	=	10,4207	· 0,9302	=	9,6933
w^{20}. Cos. 20α	=	11,1790	· 0,9227	=	10,3148
w^{21}. Cos. 21α	=	11,9608	· 0,9149	=	10,9529
w^{22}. Cos. 22α	=	12,7538	· 0,9067	=	11,5638
w^{23}. Cos. 23α	=	13,5580	· 0,8982	=	12,1777
w^{24}. Cos. 24α	=	14,3860	· 0,8894	=	12,7949
w^{25}. Cos. 25α	=	15,2379	· 0,8802	=	13,4123
w^{26}. Cos. 26α	=	16,0886	· 0,8706	=	14,0067
w^{27}. Cos. 27α	=	16,9632	· 0,8607	=	14,6002
w^{28}. Cos. 28α	=	17,8242	· 0,8505	=	15,1594

$w^{29} \cdot \text{Cos.}\ 29\alpha = 18,6877 \cdot 0,8399 = 15,6957$
$w^{30} \cdot \text{Cos.}\ 30\alpha = 19,5682 \cdot 0,8290 = 16,2220$
$w^{31} \cdot \text{Cos.}\ 31\alpha = 20,4386 \cdot 0,8178 = 16,7146$
$w^{32} \cdot \text{Cos.}\ 32\alpha = 21,2958 \cdot 0,8062 = 17,1686$
$w^{33} \cdot \text{Cos.}\ 33\alpha = 22,1396 \cdot 0,7944 = 17,5876$
$w^{34}\ \text{Cos.}\ 34\alpha = 22,9827 \cdot 0,7822 = 17,9770$
$w^{35}\ \text{Cos.}\ 35\alpha = 23,8124 \cdot 0,7697 = 18,3284$
$w^{36}\ \text{Cos.}\ 36\alpha = 24,6164 \cdot 0,7569 = 18,6321$
$w^{37}\ \text{Cos.}\ 37\alpha = 25,3946 \cdot 0,7439 = 18,8910$
$w^{38}\ \text{Cos.}\ 38\alpha = 26,1597 \cdot 0,7305 = 19,1096$
$w^{39}\ \text{Cos.}\ 39\alpha = 26,8869 \cdot 0,7169 = 19,2752$
$w^{40}\ \text{Cos.}\ 40\alpha = 27,5885 \cdot 0,7029 = 19,3919$
$w^{41}\ \text{Cos.}\ 41\alpha = 28,2523 \cdot 0,6887 = 19,4573$
$w^{42}\ \text{Cos.}\ 42\alpha = 28,8777 \cdot 0,6743 = 19,4722$
$w^{43}\ \text{Cos.}\ 43\alpha = 29,5026 \cdot 0,6595 = 19,4569$
$w^{44}\ \text{Cos.}\ 44\alpha = 30,0029 \cdot 0,6445 = 19,3368$
$w^{45}\ \text{Cos.}\ 45\alpha = 30,5025 \cdot 0,6293 = 19,1952$
$w^{46}\ \text{Cos.}\ 46\alpha = 30,9521 \cdot 0,6138 = 17,9983$
$w^{47}\ \text{Cos.}\ 47\alpha = 31,3386 \cdot 0,5999 = 18,8000$

F) Aus den in Nr. D und E erhaltenen Minuenden und Subtrahenden und aus Cosec. α = Cosec. $1^\circ,8'$ = 50, 56 berechne man nun nach der Vorſchrift in Nr. 3, D die Werthe von $\psi^{\prime}, \psi^{2}, \ldots, \psi^{n}$, wodurch man Folgendes erhält:

$\psi^{1} = (2,9697 - 3,0155) \cdot 50,56 = - 2,3156$
$\psi^{2} = (3,0176 - 3,1089) \cdot\ ; = - 4,6161$
$\psi^{3} = (3,1124 - 3,2493) \cdot\ ; = - 6,9216$
$\psi^{4} = (3,2539 - 3,4361) \cdot\ ; = - 9,2120$
$\psi^{5} = (3,4420 - 3,6437) \cdot\ ; = - 10,1979$
$\psi^{6} = (3,6518 - 3,9219) \cdot\ ; = - 13,6562$
$\psi^{7} = (3,9318 - 4,2196) \cdot\ ; = - 14,5511$
$\psi^{8} = (4,2449 - 4,5739) \cdot\ ; = - 16,6342$
$\psi^{9} = (4,5758 - 4,9475) \cdot\ ; = - 18,7931$
$\psi^{10} = (4,9656 - 5,3869) \cdot\ ; = - 21,3009$
$\psi^{11} = (5,4096 - 5,8308) \cdot\ ; = - 21,2958$

$\psi^{12} = (5,8578 - 6,3031) \cdot 50,56 = - 22,5143$

$\psi^{13} = (6,3344 - 6,8263) \cdot$ 〃 $= - 24,8704$

$\psi^{14} = (6,8632 - 7,3630) \cdot$ 〃 $= - 25,2698$

$\psi^{15} = (7,4061 - 7,9120) \cdot$ 〃 $= - 25,5783$

$\psi^{16} = (7,9619 - 8,4956) \cdot$ 〃 $= - 26,9838$

$\psi^{17} = (8,5532 - 9,0913) \cdot$ 〃 $= - 27,2063$

$\psi^{18} = (9,1563 - 9,6933) \cdot$ 〃 $= - 27,1507$

$\psi^{19} = (9,7662 - 10,3148) \cdot$ 〃 $= - 27,7372$

$\psi^{20} = (10,3987 - 10,9429) \cdot$ 〃 $= - 27,9697$

$\psi^{21} = (11,0302 - 11,5638) \cdot$ 〃 $= - 26,6754$

$\psi^{22} = (11,6684 - 12,1777) \cdot$ 〃 $= - 25,7502$

$\psi^{23} = (12,2930 - 12,7949) \cdot$ 〃 $= - 25,3760$

$\psi^{24} = (12,9215 - 13,4123) \cdot$ 〃 $= - 24,8148$

$\psi^{25} = (13,5525 - 14,0067) \cdot$ 〃 $= - 22,9643$

$\psi^{26} = (14,1611 - 14,6002) \cdot$ 〃 $= - 22,2008$

$\psi^{27} = (14,7681 - 15,1594) \cdot$ 〃 $= - 19,7841$

$\psi^{28} = (15,3412 - 15,6957) \cdot$ 〃 $= - 17,9235$

$\psi^{29} = (15,8938 - 16,2220) \cdot$ 〃 $= - 16,5937$

$\psi^{30} = (16,4353 - 16,7146) \cdot$ 〃 $= - 14,1214$

$\psi^{31} = (16,9435 - 17,1686) \cdot$ 〃 $= - 11,3810$

$\psi^{32} = (17,4157 - 17,5876) \cdot$ 〃 $= - 8,6912$

$\psi^{33} = (17,8489 - 17,9770) \cdot$ 〃 $= - 6,4767$

$\Phi^{34} = (18,2574 - 18,3284) \cdot$ 〃 $= - 3,5897$

$\psi^{35} = (18,6260 - 18,6321) \cdot$ 〃 $= - 0,3084$

$\psi^{36} = (18,9472 - 18,8910) \cdot$ 〃 $= + 2,8414$

$\psi^{37} = (19,2211 - 19,1096) \cdot$ 〃 $= + 5,6374$

$\psi^{38} = (19,4602 - 19,2752) \cdot$ 〃 $= + 9,3536$

$\psi^{39} = (19,6408 - 19,3919) \cdot$ 〃 $= + 12,5843$

$\psi^{40} = (19,7780 - 19,4573 \cdot$ 〃 $= + 16,2145$

$\psi^{41} = (19,8585 - 19,4722) \cdot$ 〃 $= + 19,5313$

$\psi^{42} = (19,8880 - 19,4569) \cdot$ 〃 $= + 21,7964$

$\Phi^{43} = (16,8936 - 19,3368) \cdot$ 〃 $= + 28,1518$

$\psi^{44} = (19,7869 - 19,1952) \cdot$ 〃 $= + 29,9163$

$\psi^{45} = (19,6588 - 18,9983) \cdot 50.56 = + 33,3948$

$\psi^{46} = (19,4781 - 18,8000) \cdot \quad " \quad = + 34,2847$

$\psi^{47} = (19,2356 - 0,0000) \cdot \quad " \quad = + 972,5519$

G) Berechnung der Differenzen $\mathfrak{D}^1, \mathfrak{D}^2, \ldots\ldots, \mathfrak{D}^n$ (vor. Nr. 2, G). Die in Nr. C erhaltenen Werthe von φ^1, φ^2 ꝛc. addire man zu den aus §. 23, Nr. 6 genommenen Werthen m^1, m^2 ꝛc. der Ordnung nach, ſo erhält man die Summen $(m^1 + \varphi^1)$, $(m^2 + \varphi^2)$ ꝛc. oder σ^1, σ^2 ꝛc. und aus dieſen, aus der Größe b, aus den in vor. Nr. F erhaltenen Werthen ψ^1, ψ^2, ꝛc. und aus dem Producte L.g bilde man nach den Formeln in Nr. 2, G die Ausdrücke für $\mathfrak{D}^1, \mathfrak{D}^2, \ldots\ldots, \mathfrak{D}^n$, wie hier folgt:

$\mathfrak{D}^1 = [b.(0,0605 - 0,0151) - 2,3156]\, Lg = (0,0454.b - 2,3156)\, Lg$

$\mathfrak{D}^2 = [b.(0,1209 - 0,0404) - 4,6161]\, Lg = (0,0805.b - 4,6161)\, Lg$

$\mathfrak{D}^3 = [b.(0,1814 - 0,0606) - 6,9216]\, Lg = (0,1208.b - 6,9216)\, Lg$

$\mathfrak{D}^4 = [b.(0,2417 - 0,0808) - 9,2120]\, Lg = (0,1609.b - 9,2120)\, Lg$

$\mathfrak{D}^5 = [b.(0,3020 - 0,0910) - 10,1979]\, Lg = (0,2101.b - 10,1979)\, Lg$

$\mathfrak{D}^6 = [b.(0,3621 - 0,1213) - 13,6562]\, Lg = (0,2408.b - 13,6562)\, Lg$

$\mathfrak{D}^7 = [b.(0,4221 - 0,1314) - 14,5511]\, Lg = (0,2907.b - 14,5511)\, Lg$

$\mathfrak{D}^8 = [b.(0,4820 - 0,1466) - 16,6342]\, Lg = (0,3354.b - 16,6342)\, Lg$

$\mathfrak{D}^9 = [b.(0,5416 - 0,1567) - 18,7931]\, Lg = (0,3849.b - 18,7931)\, Lg$

$\mathfrak{D}^{10} = [b.(0,6011 - 0,1870) - 21,3009]\, Lg = (0,4141.b - 21,3009)\, Lg$

$\mathfrak{D}^{11} = [b.(0,6603 - 0,1870) - 21,2958]\, Lg = (0,4733.b - 21,2958)\, Lg$

$\mathfrak{D}^{12} = [b.(0,7192 - 0,1971) - 22,5143]\, Lg = (0,5221.b - 22,5143)\, Lg$

$\mathfrak{D}^{13} = [b.(0,7779 - 0,2174) - 24,8704]\, Lg = (0,5605.b - 24,8704)\, Lg$

$\mathfrak{D}^{14} = [b.(0,8362 - 0,2224) - 25,2698]\, Lg = (0,6138.b - 25,2698)\, Lg$

$\mathfrak{D}^{15} = [b.(0,8943 - 0,2224) - 25,5783]\, Lg = (0,6719.b - 25,5783)\, Lg$

$\mathfrak{D}^{16} = [b.(0,9519 - 0,2376) - 26,9838]\, Lg = (0,7143.b - 26,9838)\, Lg$

$\mathfrak{D}^{17} = [b.(1,0093 - 0,2376) - 27,2063]\, Lg = (0,7717.b - 27,2063)\, Lg$

$\mathfrak{D}^{18} = [b.(1,0662 - 0,2426) - 27,1507]\, Lg = (0,8236.b - 27,1507)\, Lg$

$\mathfrak{D}^{19} = [b.(1,1227 - 0,2477) - 27,7372]\, Lg = (0,8750.b - 27,7372)\, Lg$

$\mathfrak{D}^{20} = [b.(1,1787 - 0,2477) - 27,9697]\, Lg - (0,9310.b - 27,9697)\, Lg$

$\mathfrak{D}^{21} = [b.(1,2343 - 0,2426) - 26,6754]\, Lg - (0,9917.b - 26,6754)\, Lg$

$\mathfrak{D}^{22} = [b.(1,2894 - 0,2376) - 25,7502]\, Lg - (1,0518.b - 25,7502)\, Lg$

$\mathfrak{D}^{23} = [b.(1,3440 - 0,2376) - 25,3760]\, Lg - (1,1064.b - 25,3760)\, Lg$

$\mathfrak{D}^{24} = [b.(1,3981 - 0,2275) - 24,8148]\, Lg - (1,1706.b - 24,8148)\, Lg$

$$\mathfrak{D}^{25} = [b.(1{,}4515 - 0{,}2123) - 22{,}9643]\ Lg = (1{,}2394.b - 22{,}9643)\ Lg$$
$$\mathfrak{D}^{26} = [b.(1{,}5046 - 0{,}2072) - 22{,}2008]\ Lg = (1{,}2974.b - 22{,}2008)\ Lg$$
$$\mathfrak{D}^{27} = [b.(1{,}5570 - 0{,}1921) - 19{,}7841]\ Lg = (1{,}3649.b - 19{,}7841)\ Lg$$
$$\mathfrak{D}^{28} = [b.(1{,}6088 - 0{,}1820) - 17{,}9235]\ Lg = (1{,}4268.b - 17{,}9235)\ Lg$$
$$\mathfrak{D}^{29} = [b.(1{,}6599 - 0{,}1617) - 16{,}5937]\ Lg = (1{,}4982.b - 16{,}5937)\ Lg$$
$$\mathfrak{D}^{30} = [b.(1{,}7104 - 0{,}1516) - 14{,}1214]\ Lg = (1{,}5588.b - 14{,}1214)\ Lg$$
$$\mathfrak{D}^{31} = [b.(1{,}7602 - 0{,}1264) - 11{,}3810]\ Lg = (1{,}6338.b - 11{,}3810)\ Lg$$
$$\mathfrak{D}^{32} = [b.(1{,}8094 - 0{,}1061) - 8{,}6912]\ Lg = (1{,}7033.b - 8{,}6912)\ Lg$$
$$\mathfrak{D}^{33} = [b.(1{,}8578 - 0{,}0859) - 6{,}4797]\ Lg = (1{,}7719.b - 6{,}4776)\ Lg$$
$$\mathfrak{D}^{34} = [b.(1{,}9055 - 0{,}0606) - 3{,}5897]\ Lg = (1{,}8449.b - 3{,}5897)\ Lg$$
$$\mathfrak{D}^{35} = [b.(1{,}9525 - 0{,}0353) - 0{,}3084]\ Lg = (1{,}9172.b - 0{,}3084)\ Lg$$
$$\mathfrak{D}^{36} = [b.(1{,}9986 - 0{,}0101) + 2{,}8414]\ Lg = (1{,}9885.b + 2{,}8414)\ Lg$$
$$\mathfrak{D}^{37} = [b.(2{,}0440 + 0{,}0101) + 5{,}6374]\ Lg = (2{,}0541.b + 5{,}6374)\ Lg$$
$$\mathfrak{D}^{38} = [b.(2{,}0886 + 0{,}0363) + 9{,}3536]\ Lg = (2{,}1239.b + 9{,}3536)\ Lg$$
$$\mathfrak{D}^{39} = [b.(2{,}1293 + 0{,}0657) + 12{,}5843]\ Lg = (2{,}1950.b + 12{,}5843)\ Lg$$
$$\mathfrak{D}^{40} = [b.(2{,}1754 + 0{,}0960) + 12{,}2145]\ Lg = (2{,}2714.b + 12{,}2145)\ Lg$$
$$\mathfrak{D}^{41} = [b.(2{,}2175 + 0{,}1213) + 19{,}5313]\ Lg = (2{,}3388.b + 19{,}5313)\ Lg$$
$$\mathfrak{D}^{42} = [b.(2{,}2587 + 0{,}1516) + 21{,}7964]\ Lg = (2{,}4103.b + 21{,}7964)\ Lg$$
$$\mathfrak{D}^{43} = [b.(2{,}2991 + 0{,}1820) + 28{,}1518]\ Lg = (2{,}4811.b + 28{,}1518)\ Lg$$
$$\mathfrak{D}^{44} = [b.(2{,}3385 + 0{,}2072) + 29{,}9163]\ Lg = (2{,}5457.b + 29{,}9163)\ Lg$$
$$\mathfrak{D}^{45} = [b.(2{,}3771 + 0{,}2376) + 33{,}3948]\ Lg = (2{,}6147.b + 33{,}3948)\ Lg$$
$$\mathfrak{D}^{46} = [b.(2{,}2706 + 0{,}2426) + 34{,}2847]\ Lg = (2{,}5132.b + 34{,}2847)\ Lg$$
$$\mathfrak{D}^{47} = [b.(47{,}4534 + 7{,}4070) + 972{,}5519]\ Lg + (54{,}8604.b + 972{,}5519)\ Lg$$

§. 35.

Bey einem nackten und gleichdicken Gewölbbogen müßen, wie vorn gezeigt worden iſt, alle Oberkeile ſtärker normal abwärts preſſen, als die an ihnen anliegenden Unterkeile normal aufwärts drücken, es müßen daher bey einem ſolchen Bogen alle Preſſungsdifferenzen D^1 D^2 ꝛc. gegen das Widerlager hin würkende poſitive Kräfte ſeyn.

Bey einem übermauerten Gewölbbogen hingegen können, wie ſchon in Nr. 2, D des vorigen Paragraphens bemerklich gemacht worden iſt, wegen der auf die Kopfflächen der Keile preſſenden Stirnmauerſäulen nicht alle Preſſungsdifferenzen $\mathfrak{D}^1$, $\mathfrak{D}^2$ ꝛc. poſitive Werthe haben, ſondern es müßen in der Reihe dieſer Differenzen von der

D^1 an bis zu einer gewiſſen Differenz D^*, die zwiſchen die D^1 und die letzte D^n fällt, alle Differenzen negative, alſo gegen den Gewölbſcheitel hin active Kräfte und nur erſt von der D^* an müßen die nach dem Widerlager hin gezählten auf die D^* folgenden Preſſungsdifferenzen poſitive gegen das Widerlager hin würkende Kräfte ſeyn.

Dieſer Umſtand aber hat zur Folge, daß in der Berechnung der von den Differenzen D^1, D^2 ꝛc. herkommenden Preſſungsſummen P und Schubkräfte Q^1, Q^2 ꝛc. und der Würkungen dieſer Kräfte nicht gerade ſo verfahren werden kann, wie bey dem nackten und gleichdicken Bogen rückſichtlich ſeiner durchgängig poſitiven Preſſungsdifferenzen D^1, D^2 ꝛc. in der Berechnung ſeiner P^1, P^2 ꝛc. und Q^1, Q^2 ꝛc. und der Würkungen dieſer Kräfte verfahren werden mußte, und deswegen müßen nun beſondere Betrachtungen zu der Entwickelung der Einſicht, wie man die ferneren über den übermauerten Bogen anzuſtellenden Berechnungen vorzunehmen habe, angeſtellt werden, welches hier geſchehen ſoll.

1) Das in Nr. 4, G des vor. Paragraphens gegebene Rechnnngsbeiſpiel zeigt, daß in den in der dortigen Nr. 2, F für die Differenzen D^1, D^2 ꝛc. angegebenen Formeln

$$D^1 = [b\,(m^1 + \phi^1) + \psi^1]\ Lg,$$
$$D^2 = [b\,(m^2 + \phi^2) + \psi^2]\ Lg,$$
cetr.

alle die von der Keilhöhe b abhängigen Poſten b $(m^1 + \phi^1)$, b $(m^2 + \phi^2)$ ꝛc. poſitive und daß hingegen die von der b unabhängigen Poſten ψ^1, ψ^2 ꝛc. größtentheils negative Werthe haben.

2) Ferner vernimmt man aus dem dortigen Beiſpiele, daß die bey b ſtehenden poſitiven Zahlencoefficienten insgeſammt ſteigen, da hingegen die negativen Größen ψ^1, ψ^2 ꝛc. nur bis zu einer gewiſſen Stelle in ihrer Reihe (man ſehe in D^{20} und D^{21} nach) ſteigen, ſodann aber anfangen zu fallen, und daß endlich eine Stelle eintritt (man ſehe in D^{36} nach), von welcher an alle folgenden ψ poſitive Größeu ſeyn müßen.

3) Von dieſer Stelle an müßen dann auch alle folgenden nach dem Widerlager hin gezählten Differenzen D ſelbſt auch noch in dem Falle, wenn man der Keilhöhe b nur ihren kleinſten Werth = 1 Fuß beilegt, poſitive, nach dem Widerlager hin würkende Größen werden. Ueber dieſe Stelle hinauf aber muß, wenn die D poſitive Werthe erhalten ſollen, die Keilhöhe b erſt = 1 und dann immer größer und größer, als 1 Fuß geſetzt werden. Verlangte man z. B., daß in dem vorigen Rechnungsbeiſpiele ſchon die Differenz

$$D^{33} = (1{,}7719 \cdot b - 6{,}4767)\ Lg$$

diejenige ſey, bey welcher der Uebergang der negativen Werthe der Differenzen D durch den Werth = o hindurch in poſitive Werthe Statt hat und von welcher an dann alle folgenden Differenzen D^{34}, D^{35} ꝛc. poſitive Größen ſeyn müßen, ſo müßte

$$D^{33} = (1,7719 . b - 6,4767) Lg = o,$$

folglich $1,7719 . b . Lg = 6,4767\ Lg$ und

$$b = \frac{6,4767}{1,7719} = 3,65 \ldots\ldots$$ Fußen geſezt werden.

4) Daraus vernimmt man, daß die in jedem übermauerten Gewölbbogen Statt habende Stelle derjenigen Keilfuge, in welcher eine Preſſungsdifferenz D^*, die weder poſitiv, noch negativ, ſondern = o iſt, und worin alſo auch der Uebergang der von der D^1 an negativ ſeyenden Differenzenwerthe aus dem Poſitiven in das Negative Statt hat, eine von der Keilhöhe oder Gewölbdicke b abhängige Stelle ſey, welche deſto weiter von der Widerlagerfuge in K′K″ abſteht, je mehr man die b über ihren kleinſten Werth = 1′ hinauf ſezt.

5) Diejenige Keilfuge, worin für die kleinſten von denjenigen Werthen von b, die größer als 1 ſind, eine Preſſungsdifferenz $D^* = o$ Statt hat, nennen wir die abſolute Uebergangsfuge. Sie iſt in dem vorerwähnten Rechnungsbeiſpiele die 34ſte Fuge, wie aus Folgendem erhellet: Dort iſt die Differenz

$$D^{34} = (1,8449 . b - 3,5897) Lg$$

und alſo für b = 1′ noch negativ; hingegen iſt dort die

$$D^{35} = (1,9172 . b - 0,3084) Lg$$

ſelbſt auch ſchon für b = 1 eine poſitive Größe, und mithin iſt, wenn man die D^{34} oder

$$1,8449 . b - 3,5897) Lg = o$$

ſezt und dafür den Werth von b ſucht,

$$b = \frac{3,5897}{1,8449} = 1,9 \ldots\ldots$$ Fußen

der kleinſte von den über dem Werthe = 1′ ſtehenden Werthen der Gewölbdicken b, welcher eine Preſſungsdifferenz $D^* = o$ giebt, und es iſt alſo in jenem Rechnungsbeiſpiele die 34ſte Fuge, in welcher die D^{34} Statt hat, die abſolute Uebergangsfuge.

Eine ſolche Keilfuge hingegen, die über der abſoluten Uebergangsfuge liegt und für einen gewiſſen Werth von b eine $D^* = o$ giebt, nennen wir eine bedingte Uebergangsfuge.

6) Weil die Differenzen D^1, D^2 ꝛc. theils poſitive, theils negative Größen ſind, ſo müßen auch die aus ihnen hervorgehenden Preſſungsſummen P und

Schubkräfte Q theils poſitive und theils negative Größen ſeyn und es iſt alſo offenbar zu der Berechnung dieſer Größen erforderlich, daß man anzugeben wiſſe, „welche „von den D^1, D^2 ꝛc. poſitive und welche von ihnen negative Werthe haben." Dieſe nothwendige Angabe aber erfordert, daß man in dem Gewölbbogen eine gewiſſe Uebergangsfuge, worin die in ihr Statt habende Differenz $D^* = 0$ ſeyn ſoll, annehme und da nun mit Annahme einer ſolchen Stelle allemal eine der Gleichung $D^* = 0$ entſprechende und aus dieſer Gleichung abzuleitende Gewölbdicke b im nothwendigen Zuſammenhange ſteht, ſo iſt hiermit offenbar,

„daß man in der Berechnung der Gewölbdicke b bey einem übermauerten Bogen „keineswegs gerade ſo verfahren könne, wie vorhin bey dem nackten und gleichdicken „Bogen, wo in der Beſtimmung der Preſſungsſummen P von der Differenz D^1 ausge„gangen werden konnte, verfahren worden iſt,"
und ferner entſteht dabey die ſehr ſchwierig zu beantwortende Frage,
„welche unter den verſchiedenen annehmbaren Uebergangsfugen man wohl als die„jenige anzunehmen habe, die, wenn man die in ihr Statt habende Preſſungsdifferenz „$D^* = 0$ ſetze und dann aus dieſer Gleichung die Gewölbdicke b ableite, eine ſolche „b gebe, die nicht zu klein, aber auch nicht in einem Uebermaaße zu groß „iſt.

Die gehörige Beantwortung dieſer Frage wäre nur möglich, wenn man diejenige Gewölbdicke b, die zu der Verhinderung aller und jeder Fugenriſſe, welche im Bogen als möglich gedacht werden können, groß genug iſt, ſchon nach ſtatiſchen Grundſätzen richtig ausgemittelt hätte und alſo dieſe mit denjenigen Gewölbdicken b vergleichen könnte, die ſich ergeben, wenn man mehrere von den Differenzen D auf die Probe nimmt, aus ihnen Gleichungen $D^* = 0$ bildet und aus dieſen die ihnen entſprechenden b ableitet. Diejenige D^*, welcher eine b zu gehört, die nicht kleiner, ſondern um gar nichts, oder nur um ein Geringes größer, als die ſtatiſch berechnete b iſt, wäre dann die richtige D^*, nach deren Ordnungsexponenten man die Uebergangsfuge im Bogen zu beſtimmen hätte. Die ſtatiſche Berechnung der b aber iſt nicht möglich, ohne daß man zuerſt die P und Q berechnet habe, und die Beſtimmung dieſer Größen kann nur dann erſt Statt haben, nachdem man eine gewiſſe Uebergangsfuge angenommen, die in dieſer Statt habende Differenz $D^* = 0$ geſetzt und ſomit beſtimmt hat, welche von den Differenzen D poſitive und welche hingegen negative Größen ſeyn ſollen, womit aber dann allemal auch ſchon eine der Gleichung $D^* = 0$ zu gehörende Gewölbdicke b angenommen iſt, von welcher man nicht weis, ob ſie ſtatiſch richtig ſey.

7) Um uns aus dieſem verdrießlichen Cirkel herauszudrehen und dabey doch auch nicht gänzlich grundlos und willkührlich in der Wahl der Uebergangsfuge zu verfahren, ſchlagen wir folgenden Weg ein:

A) Wir ſetzen, daß diejenige Gewölbdicke b′, welche einem gleichdicken nackten Bogen, der mit dem übermauerten einerley Weite und Höhe hat, zugehört, möglichſt genau berechnet worden ſey.

B) Von dieſer b′ des vorgenannten nackten Bogens nehmen wir einen gewiſſen aliquoten Theil $\frac{m}{n}$ b′ als diejenige Bogendicke oder Keilhöhe b an, die man dem übermauerten Bogen zu dem Zwecke, daß in ihm keine Fugenriſſe entſtehen können, zu geben hat. Daß aber die b bey dem letztern Bogen nur ein aliquoter Theil der dem erſtern Bogen zugehörenden b′ ſeyn müße, das iſt außer andern Gründen auch ſchon deswegen nothwendig, weil in dem überm. Bogen den Schubkräften Q nicht blos, wie in dem nackten Bogen, durch die Bogendicke, ſondern nebſt dem auch noch durch den Zuſammenhang der Theile der Uebermauerung begegnet wird, Auswärtsumdrehungen gewiſſer Bogenſtücke um obere Fugenſtellen zu erzeugen. Bey der Annahme, daß die b ein Stück von b′ ſey, verfahren wir doch wenigſtens nicht durchaus grundlos, weil wir uns hier innerhalb eines gewiſſen Gränzwerthes b′ halten, welchen man der b niemals zu geben nöthig hat. Welchen aliquoten Theil aber von der b′ des nackten Bogens man als die b des übermauerten annehmen ſolle, das muß vor der Hand willkührlich beſtimmt werden. Wir ſetzen Folgendes:

„Es ſolle die b des überm. Bogens $\frac{5}{6}$ der b′ des nackten Bogens ſeyn."

C) Hierauf ſuchen wir in der Reihe der bereits berechneten Differenzen D^1, D^2 ꝛc. diejenige auf, in welcher der zweite Poſten ψ eine poſitive Größe iſt. Ueber dieſe gehen wir in dieſer Reihe um etliche Glieder hinauf, ſetzen dann mehrere von den daſtehenden Differenzen = o, ſuchen aus den dadurch erhaltenen Gleichungen die ihnen zugehörenden Werthe von b und vergleichen dieſe mit dem angenommenen Werthe $\frac{5}{6}$ b′. Unter dieſen nehmen wir dann denjenigen, der nicht kleiner, als $\frac{5}{6}$ b′, aber auch einer von denen iſt, welche $\frac{5}{6}$ b′ am Wenigſten überſteigen. — Den ſo gefundenen Werth b nehmen wir vor der Hand als den wahren an, nach welchem man die Uebergangsfuge im Gewölbbogen zu beſtimmen habe, und beſtimmen nach dem Ordnungsexponenten derjenigen D^*, aus deren Gleichung $D^* = o$ der Werth b folgte, die Nr. der Fuge, die man als relative Uebergangsfuge anzunehmen habe. Z. B. Für den bisher als Beiſpiel angenommenen Gewölbbogen iſt die ſtatiſch berechnete Bogendicke b′, die ihm ohne Uebermauerung zugehört 6,1 Fuß groß gefunden worden, wofür wir hier nur 6 Fuße ſetzen. Von dieſer b′ nehmen wir $\frac{5}{6}$, alſo 5 Fuße, für die b an, die man dem ebenſo weiten und hohen aber übermauerten Bogen zu geben hat. Nun ſuchen mir in der Reihe der für dieſen Bogen vorhin berechneten Differenzen D^1, D^2 ꝛc. diejenige auf, in welcher das zweite Glied ψ eine poſitive Größe iſt, dieſe aber iſt in jener Reihe die D^{36}. Ueber dieſe gehen wir hinauf und ſuchen eine D^*, die eine ſolche Gleichung $D^* = o$ giebt, welcher ein Werth von b zugehört, der nicht kleiner als $\frac{5}{6}$ b′, hier als $\frac{5}{6}.6$ oder 5 Fuße,

aber auch unter allen aus jenen Differenzen ableitbaren Werthen von b derjenige iſt, welcher den Werth 5 Fuße am Wenigſten überſteigt. Eine ſolche $\mathfrak{D}^*$ aber iſt in jener Reihe die

$$\mathfrak{D}^{32} = (1,7033\ b - 8,6912)\ Lg\,.$$

Dieſe giebt, wenn man ſie = o ſetzt, die Gleichung

$$1,7033\ b - 8,6912 = 0$$

$$\text{woraus } b = \frac{8,6912}{1,7033} = 5,10\ldots\ldots \text{ Fußen folgt,}$$

welcher Werth von b nicht kleiner, als die angenommene Größe $\frac{5}{6}$. 6′ oder 5′, aber auch unter allen andern aus den dortigen Differenzen ableitbaren Werthen von b derjenige iſt, welcher die Größe $\frac{5}{6}$ b′, hier 5 Fuße, am Wenigſten überſteigt.

Dieſen Werth von b nehmen wir nun, und zwar, weil doch die Rechnung nur eine adproximative iſt, in runder Zahl, wir ſetzen nämlich b = 5 Fußen und nehmen an, daß dafür die $\mathfrak{D}^{32}$ den Werth = o erhalte und daß alſo die 32ſte Keilfuge die relative Uebergangsfuge, worin eine $\mathfrak{D}^*$ = o Statt hat, ſey.

D) Nachdem auf die vorerwähnte Weiſe die Uebergangsfuge und die ihr zugehörende Bogendicke b gewählt worden iſt, ſo ſpalten wir die Keilzahl n in zwey Poſten, in eine Zahl m von Keilen, welche von der Uebergangsfuge an abwärts, nach dem Widerlager hin, gezählt und durch 1, 2, 3,......, m bezeichnet und in eine Zahl (n — m) von Keilen, die von derſelben Fuge an aufwärts, nach dem Gewölbſcheitel hin, gezählt und durch 1′, 2′, 3′,....., (n — m) bezeichnet werden. Nach dieſer Zählungsweiſe der Keile zählen wir dann auch die auf die in der Uebergangsfuge Statt habende Preſſungsdifferenz $\mathfrak{D}^*$ folgenden Differenzen und bezeichnen die poſitiven nach dem Widerlager hin gezählten durch

$$\mathfrak{d}^1,\ \mathfrak{d}^2,\ \mathfrak{d}^3,\ \ldots\ldots\ \mathfrak{d}^m,$$

von welchen die $\mathfrak{d}^1$ die erſte auf die $\mathfrak{D}^*$ folgende, die $\mathfrak{d}^2$ die andere auf die $\mathfrak{D}^*$ folgende ꝛc. und die $\mathfrak{d}^m$ die mte in der Widerlagerfuge in KK″ Statt habende Differenz bedeutet; die nach dem Gewölbſcheitel AA′ hin gezählten negativen Differenzen aber bezeichnen wir durch

$$d^1,\ d^2,\ d^3,\ \ldots\ldots\ d^{n-m},$$

von welchen die d^{n-m} die im Gewölbſcheitel AA′ Statt habende Preſſungsdifferenz, die aber natürlicher Weiſe wegen der Würkung des Gegenbogens = o ſeyn muß, bedeutet. Nach dieſer Bezeichnungsweiſe bezeichnen wir auch die von Differenzen $\mathfrak{d}^1$, $\mathfrak{d}^2$,.... $\mathfrak{d}^m$ herkommenden

Preſſungsſummen durch $p^1,\ p^2,\ p^3,\ \ldots\ldots\ p^m$ und
Schubkräfte durch $q^1,\ q^2,\ q^3,\ \ldots\ldots\ q^{m-1}$ und

die von den Differenzen d^{I}, d^{2}, d^{3}, ... d^{n-m} herkommenden
Preſſungsſummen durch p^{I}, p^{2}, p^{3}, ... p^{n-m} und
Schubkräfte durch q^{I}, q^{2}, q^{3}, ... $q^{(n-m-1)}$.
(Es iſt immer die Zahl der Schubkräfte um 1 geringer, als die Zahl der Preſſungen.)

E) Hierauf berechnen wir dieſe Kräfte und ſuchen aus ihnen die ſtatiſchen Momente, die ſie in Beziehung auf die Umdrehungsſtellen in K'' und A' bey der nach Nr. C angenommenen Bogendicke $b = \frac{5}{6} b'$ geben. Iſt das von den Kräften p^{I}, p^{2} ꝛc. herkommende Moment nicht kleiner, als die Momentſumme, welche von den Kräften q^{I}, q^{2} ꝛc. herkommt, und desgleichen auch das Moment, welches von den Kräften p^{I}, p^{2} ꝛc. herkommt, nicht kleiner, als die Momentſumme, welche die Kräfte q^{I}, q^{2} ꝛc. geben, ſo darf die $= \frac{5}{6} b'$ geſetzte b als zureichend groß genug beibehalten werden, im entgegengeſetzten Falle aber müßte die b etwas größer und alſo auch eine andere Uebergangsfuge angenommen und von Neuem gerechnet werden.

§. 36.

Aufgabe. „Man ſoll für die nach der in §. 35, Nr. 7, A bis D angegebenen „Methode gewählte Uebergangsfuge und für die ihr zugehörende Gewölbdicke „$b = \frac{5}{6} b'$

„die Preſſungsſummen $\left\{\begin{matrix} p^{I}, & p^{2}, & p^{3}, \ldots\ldots, & p^{m}, \\ p^{I}, & p^{2}, & p^{3}, \ldots\ldots, & p^{n-m} \end{matrix}\right\}$

„und Schubkräfte $\left\{\begin{matrix} q^{I}, & q^{2}, & q^{3}, \ldots\ldots, & q^{m-1}, \\ q^{I}, & q^{2}, & q^{3}, \ldots\ldots, & q^{(n-m-1)} \end{matrix}\right.$

„berechnen.

Auflöſung.

1) Man nehme zuerſt die ganze bereits berechnete Differenzenreihe D^{I}, D^{2}, D^{3}, ... D^{n} (§. 34), multiplicire in jeder dieſer D den Coefficienten des erſten Gliedes ihrer Formel mit dem für die b angenommenen Werthe $= \frac{5}{6} b'$, und jedes Product nehme man mit dem zweiten Gliede der Formel in eine Summe zuſammen, wodurch man die Reihe der Werthe von D^{I}, D^{2} ꝛc. erhält, unter welchen ein Werth D^{*} vorkommt, welcher der Uebergangsfuge zugehört und entweder völlig, oder faſt, je nachdem man $b = \frac{5}{6} b'$ genau, oder nur in runder Zahl geſetzt hat, $= 0$ iſt.

2) Von dieſer D^{*} an bezeichne man in der Rechnungstabelle die auf die D^{*} abwärts gegen das Widerlager hin folgenden poſitiven D rechter Hand ihrer Zahlenwerthe durch d^{I}, d^{2}, d^{3} .... d^{m}, die negativen D aber, welche auf die D^{*} aufwärts nach dem Gewölbſcheitel hin folgen, bezeichne man durch d^{I}, d^{2}, d^{3}, ... d^{n-m} (nach §. 35, Nr. 7, D).

3) Hat man dieſe Differenzen $d^1, d^2, \dots d^m$ und $d^1, d^2 \dots d^{n-m}$ bis auf ihren Factor Lg völlig ausgerechnet erhalten, ſo berechne man nun aus den d die p und aus den d die p ſo, wie hier folgt:

A) Jene Betrachtungen, die in §. 25 für die Preſſungsdifferenzen D^1, D^2, D^3 ꝛc. von dem Scheitel AA′ an vorgenommen und durch welche dort die Preſſungsſummen $P^1, P^2, \dots P^n$ und Schubkräfte $Q^1, Q^2, \dots Q^{n-1}$ erhalten worden ſind, nehme man hier mit Beihülfe einer beſondern Zeichnung, worin zwiſchen AA′ und K′K″ eine Uebergangsfuge angenommen iſt, von dieſer Fuge an zuvörderſt für die poſitiven Differenzen $d^1, d^2, d^3, \dots d^m$ bey den Keilen 1, 2, 3, ... m vor. Dadurch wird man aus dieſen Differenzen die Formeln für die $p^1, p^2, \dots p^m$ und für die $q^1, q^2, \dots, q^{n-m}$ nach denſelben Conſtructionsgeſetzen finden, nach welchen aus jenen Differerenzen $D^1, D^2, \dots D^n$ die Formeln für die $P^1, P^2, \dots P^n$ und die $Q^1, Q^2 \dots, Q^{n-1}$ in §. 25 gefunden worden ſind.

B) Dieſelben Betrachtungen nehme man dann nach §. 25 in der ſich gemachten Zeichnung von der dariu geſetzten Uebergangsfnge an für die negativen, die aufwärts nach dem Gewölbſcheitel AA′ hin würkſamen, Preſſungsdifferenzen $d^1, d^2, d^3, \dots d^{n-m}$ bey den Keilen 1′, 2′, 3′, ...(n — m) vor; dadurch wird man auch für dieſe die aus ihnen hervorgehenden $p^1, p^2, \dots, p^{n-m}$ und $q^1, q^2, \dots q^{(n-m-1)}$ nach den in §. 25 angegebenen Conſtructiongeſetzen erhalten. Dabey iſt beſonders zu beobachten,

„daß hier die Schubkräfte q^1, q^2 ꝛc. ſolche ſeyen, welche die Unterkeile in den „Rückenflächen der Oberkeile nach den Richtungen der Fugenflächen aufwärts ausüben, da hingegen die $q^1, q^2 \dots$ ſolche Schubkräfte ſind, welche die „Oberkeile in den Rückenflächen der Unterkeile nach den Richtungen der Fugen ausüben. — Darin beſteht hier der Gegenſatz zwiſchen den „q und den q.

4) Hat man ſich ſo die Formeln für die $p^1, p^2, \dots p^m$ und die $q^1, q^2, \dots q^{m-1}$, wie auch die für die $p^1, p^2, \dots p^{n-m}$ und die $q^1, q^2, \dots, q^{(n-m-1)}$ conſtruirt, ſo wende man dann bey ihnen die ferneren in §. 26 für die Berechnuug der $P^1, P^2, \dots P^n$ aus den $D^1, D^2, \dots D^n$ angeſtellten Betrachtungen an, dadurch wird man Folgendes erhalten:

A.

Für die in den oberen Rückenflächen der nach der Uebergangsfuge abwärts folgenden Keile 1, 2, 3, ..., m würkſamen

Preſſungsſummen:

$$\mathfrak{p}^1 = \mathfrak{d}^1,$$
$$\mathfrak{p}^2 = \mathfrak{d}^2 + \mathfrak{p}^1 \text{ Cos. } \alpha,$$
$$\mathfrak{p}^3 = \mathfrak{d}^3 + \mathfrak{p}^2 \text{ Cos. } \alpha,$$
$$\mathfrak{p}^4 = \mathfrak{d}^4 + \mathfrak{p}^3 \text{ Cos. } \alpha,$$
$$\vdots$$
$$\mathfrak{p}^m = \mathfrak{d}^m + \mathfrak{p}^{m-1}. \text{ Cos. } \alpha.$$

B.

Für die in den unteren Rückenflächen der nach der Uebergangsfuge aufwärts folgenden Keile 1′, 2′, 3′, ... (n—m) würkſamen

Preſſungsſummen:

$$p^1 = d^1,$$
$$p^2 = d^2 + p^1. \text{ Cos. } \alpha,$$
$$p^3 = d^3 + p^2 \text{ Cos. } \alpha,$$
$$p^4 = d^4 + p^3 \text{ Cos. } \alpha,$$
$$\vdots$$
$$p_{n-m} = d^{n-m} + p^{(n-m-1)}. \text{ Cos. } \alpha.$$

5) Die hiernach berechneten $\mathfrak{p}^1$, $\mathfrak{p}^2$ ꝛc. und p^1, p^2 ꝛc. geben, nach §. 25, Nr. 5, wenn man ſie mit Sin. α multiplicirt, die Schubkräfte $\mathfrak{q}^1$, $\mathfrak{q}^2$, ... $\mathfrak{q}^{m-1}$ und q^1, q^2, ... $q^{(n-m-1)}$.

6) Rechnungsbeiſpiel für die Beſtimmung der bey dem bisher als Beiſpiel angenommenen übermauerten Gewölbbogen Statt habenden $\mathfrak{p}^1$, $\mathfrak{p}^2$ ꝛc., p^1, p^2 ꝛc., $\mathfrak{q}^1$, $\mathfrak{q}^2$ ꝛc. und q^1, q^2 ꝛc.

A) Die nach voriger Nr. 1 vorzunehmende Berechnung der Differenzen $\mathfrak{D}^1$, $\mathfrak{D}^2$, ... $\mathfrak{D}^{47}$ für jene in §. 35, Nr. 7, C angenommene Gewölbdicke $b = \frac{5}{6} b' = 5$ Fußen, welche b die $\mathfrak{D}^{32}$ als eine $\mathfrak{D}^*$ giebt, die faſt $= 0$ iſt, und wornach man alſo die 32ſte Keilfuge als Uebergangsfuge (welches hier genau genug iſt) anzunehmen hat.

Der hier angenommene Bogen hat von dem Scheitel AA′ an 47 Keile und alſo, weil die zwiſchen dem Scheitelkeile und dem ihm folgenden Unterkeile befindliche Fuge die erſte iſt, 47 Fugen, von welchen die Fuge am Widerlager die letzte iſt. Weil hier die 32ſte Fuge die Uebergangsfuge ſeyn ſoll, ſo iſt die Zahl m der von dieſer Fuge an abwärts bis in die Widerlagerfuge K′K″ hin folgenden Fugen $= 47 - 32 = 15$ und alſo die Zahl (n—m) der von der Uebergangsfuge an aufwärts bis in die Scheitelfuge AA′ hin gezählten Fugen $= 47 - 15 = 32$. Man hat demnach hier von der $\mathfrak{D}^* = \mathfrak{D}^{32}$ an abwärts 15 poſitive Differenzen

$$\mathfrak{d}^1, \ \mathfrak{d}^2, \ \mathfrak{d}^3, \ \ldots.. \ \mathfrak{d}^{15}$$

und aufwärts 32 negative Differenzen

$$d^1, \ d^2, \ d^3, \ \ldots.. \ d^{32},$$

von welchen die d^{32} in die Scheitelfuge AA′, wo ſie, wegen des Gegenboges, $= 0$

iſt, fällt und weswegen nun die D^1 durch d^{31}, die D^2 durch d^{30}, die D^3 durch d^{29} ꝛc., die D^{32} aber durch D^* zu bezeichnen und dann von der D^* an abwärts für die D^{33} das Zeichen d^1, für die D^{34} das Zeichen d^2, für die D^{35} das Zeichen d^3 ꝛc. zu ſetzen iſt und wornach alſo bey der D^{47} das Zeichen d^{15} zu ſtehen kommen muß, denn die D^{33} iſt die erſte, und die D^{47} iſt die 15te und letzte von den 15 poſitiven Differenzen $d^1, d^2, \ldots\ldots d^{15}$.

Wenn man nun nach der in vor. Nr. 1 und 2 gegebenen Vorſchrift die in §. 34, Nr. 4, G erhaltenen Differenzen $D^1, D^2, \ldots\ldots, D^{47}$ für die Gewölbdicke $b = \frac{5}{8} b' = 5$ Fußen berechnet und die erhaltenen Werthe von der D^1 an bis zu der D^{31} durch $d^{31}, d^{30}, d^{29}, \ldots\ldots d^1$, von der D^{33} an aber bis zu der D^{47} durch $d^1, d^2, \ldots\ldots d^{15}$ bezeichnet, ſo erhält man Folgendes:

Die in der Scheitelfuge Statt habende Differenz 0 iſt die d^{32},

$$D^1 = (0{,}0454 \cdot 5 - 2{,}3156)\, Lg = -2{,}0886\, Lg = d^{31},$$
$$D^2 = (0{,}0805 \cdot 5 - 4{,}6161)\, Lg = -4{,}2136\, Lg = d^{30}$$
$$D^3 = (0{,}1208 \cdot 5 - 6{,}9216)\, Lg = -6{,}3176\, Lg = d^{29}$$
$$D^4 = (0{,}1609 \cdot 5 - 9{,}2120)\, Lg = -8{,}4075\, Lg = d^{28}$$
$$D^5 = (0{,}2101 \cdot 5 - 10{,}1979)\, Lg = -9{,}1474\, Lg = d^{27}$$
$$D^6 = (0{,}2408 \cdot 5 - 13{,}6562)\, Lg = -12{,}4522\, Lg = d^{26}$$
$$D^7 = (0{,}2907 \cdot 5 - 14{,}5511)\, Lg = -13{,}0976\, Lg = d^{25}$$
$$D^8 = (0{,}3254 \cdot 5 - 16{,}6342)\, Lg = -14{,}9572\, Lg = d^{24}$$
$$D^9 = (0{,}3840 \cdot 5 - 18{,}7931)\, Lg = -16{,}8686\, Lg = d^{23}$$
$$D^{10} = (0{,}4141 \cdot 5 - 21{,}3009)\, Lg = -19{,}2304\, Lg = d^{22}$$
$$D^{11} = (0{,}4733 \cdot 5 - 21{,}2958)\, Lg = -18{,}9293\, Lg = d^{21}$$
$$D^{12} = (0{,}5221 \cdot 5 - 22{,}5143)\, Lg = -19{,}9030\, Lg = d^{20}$$
$$D^{13} = (0{,}5605 \cdot 5 - 24{,}8704)\, Lg = -22{,}0679\, Lg = d^{19}$$
$$D^{14} = (0{,}6138 \cdot 5 - 25{,}2695)\, Lg = -22{,}2005\, Lg = d^{18}$$
$$D^{15} = (0{,}6719 \cdot 5 - 25{,}5783)\, Lg = -22{,}2188.Lg = d^{17}$$
$$D^{16} = (0{,}7143 \cdot 5 - 26{,}9838)\, Lg = -23{,}4123.Lg = d^{16}$$
$$D^{17} = (0{,}7717 \cdot 5 - 27{,}2063)\, Lg = -23{,}3478.Lg = d^{5}$$
$$D^{18} = (0{,}8236 \cdot 5 - 27{,}1507)\, Lg = -23{,}0327.Lg = d^{14}$$
$$D^{19} = (0{,}8750 \cdot 5 - 27{,}7372)\, Lg = -23{,}3622.Lg = d^{13}$$
$$D^{20} = (0{,}9310 \cdot 5 - 27{,}9697)\, Lg = -23{,}3147.Lg = d^{12}$$
$$D^{21} = (0{,}9917 \cdot 5 - 26{,}6754)\, Lg = -21{,}7169.Lg = d^{11}$$
$$D^{22} = (0{,}0518 \cdot 5 - 25{,}7502)\, Lg = -20{,}4912.Lg = d^{0}$$

$\mathfrak{D}^{23} = (1{,}1064 \cdot 5 - 25{,}3760)\ Lg = -19{,}8440.Lg = d^9$

$\mathfrak{D}^{24} = (1{,}1706 \cdot 5 - 24{,}8184)\ Lg = -18{,}9618.Lg = d^8$

$\mathfrak{D}^{25} = (1{,}2394 \cdot 5 - 22{,}9643)\ Lg = -16{,}7673.Lg = d^7$

$\mathfrak{D}^{26} = (1{,}2974 \cdot 5 - 22{,}2008)\ Lg = -15{,}7138.Lg = d^6$

$\mathfrak{D}^{27} = (1{,}3649 \cdot 5 - 19{,}7841)\ Lg = -12{,}9596.Lg = d^5$

$\mathfrak{D}^{28} = (1{,}4268 \cdot 5 - 17{,}9235)\ Lg = -10{,}7895.Lg = d^4$

$\mathfrak{D}^{29} = (1{,}4982 \cdot 5 - 16{,}5937)\ Lg = -\ 9{,}1027.Lg = d^3$

$\mathfrak{D}^{30} = (1{,}5588 \cdot 5 - 14{,}1214)\ Lg = -\ 6{,}3274.Lg = d^2$

$\mathfrak{D}^{31} = (1{,}6338 \cdot 5 - 11{,}3810)\ Lg = -\ 3{,}2120.Lg = d^1$

$\mathfrak{D}^{32} = (1{,}7033 \cdot 5 - 8{,}6912)\ Lg = -\ 0{,}1741.Lg = \mathfrak{D}^*$

$\mathfrak{D}^{33} = (1{,}7719 \cdot 5 - 6{,}4767)\ Lg = 2{,}3828\ Lg = \mathfrak{d}^1$

$\mathfrak{D}^{34} = (1{,}8449 \cdot 5 - 3{,}5897)\ Lg = 5{,}6348\ Lg = \mathfrak{d}^2$

$\mathfrak{D}^{35} = (1{,}9172 \cdot 5 - 0{,}3084)\ Lg = 9{,}2776\ Lg = \mathfrak{d}^3$

$\mathfrak{D}^{36} = (1{,}9885 \cdot 5 + 2{,}8414)\ Lg = 12{,}7839\ Lg = \mathfrak{d}^4$

$\mathfrak{D}^{37} = (2{,}0541 \cdot 5 + 5{,}6374)\ Lg = 15{,}9079\ Lg = \mathfrak{d}^5$

$\mathfrak{D}^{38} = (2{,}1239 \cdot 5 + 9{,}3536)\ Lg = 19{,}9731\ Lg = \mathfrak{d}^6$

$\mathfrak{D}^{39} = (2{,}2950 \cdot 5 + 12{,}5843)\ Lg = 23{,}5593\ Lg = \mathfrak{d}^7$

$\mathfrak{D}^{40} = (2{,}2714 \cdot 5 + 12{,}2145)\ Lg = 23{,}5715\ Lg = \mathfrak{d}^8$

$\mathfrak{D}^{41} = (2{,}3388 \cdot 5 + 19{,}5313)\ Lg = 31{,}2253\ Lg = \mathfrak{d}^9$

$\mathfrak{D}^{42} = (2{,}4103 \cdot 5 + 21{,}7964)\ Lg = 33{,}8479\ Lg = \mathfrak{d}^{10}$

$\mathfrak{D}^{43} = (2{,}4811 \cdot 5 + 28{,}1518)\ Lg = 40{,}5573\ Lg = \mathfrak{d}^{11}$

$\mathfrak{D}^{44} = (2{,}5457 \cdot 5 + 29{,}9163)\ Lg = 42{,}6448\ Lg = \mathfrak{d}^{12}$

$\mathfrak{D}^{45} = (2{,}6147 \cdot 5 + 33{,}3984)\ Lg = 46{,}4683\ Lg = \mathfrak{d}^{13}$

$\mathfrak{D}^{46} = (2{,}5132 \cdot 5 + 34{,}2847)\ Lg = 46{,}8507\ Lg = \mathfrak{d}^{14}$

$\mathfrak{D}^{47} = (54{,}8604 \cdot 5 + 972{,}5519)\ Lg$

$= (274{,}3020 + 972{,}5519)\ Lg$

$= 1246{,}8539\ Lg$: : : : : $\mathfrak{d}^{15}$.

B) Nach der vorigen Nr. 4 erhält man nun aus dieſen Differenzen $\mathfrak{d}^1$, $\mathfrak{d}^2$, $\mathfrak{d}^3$, ... $\mathfrak{d}^{15}$ und d^1, d^2, d^3, ... d^{32} die Preſſungsſummen $\mathfrak{p}^1$, $\mathfrak{p}^2$ ꝛc. und p^1, p^2 ꝛc. auf folgende Weiſe: Man ſetzt erſt die in voriger Nr. erhaltenen 15 poſitiven Differenzen $\mathfrak{d}^1$, $\mathfrak{d}^2$ ꝛc. in eine Verticalreihe unter einander, dann multiplicirt man die $\mathfrak{d}^1$ mit Cos. α = Cos. $1^\circ{,}8'$ = 0,9998044 und addirt das Product zu $\mathfrak{d}^2$, wodurch man $\mathfrak{p}^2$ erhält, dieſes $\mathfrak{p}^2$ multiplicirt man mit Cos. α und addirt das Product

zu d^3, wodurch ſich p^3 ergiebt; auf ſolche Weiſe fährt man fort, bis man aus d^{15} und p^{14} . Cos. α die Summe p^{15} erhalten hat. — Ferner ſetzt man auch die in voriger Nr. erhaltenen 32 negativen Differenzen d^1, d^2 ꝛc. von der d^1 an in eine Verticalreihe unter einander, multiplicirt die d^2 durch Cos. α und addirt das Product zu d^2, wodurch man die p^2 erhält; dieſe p^2 multiplicirt man mit Cos α und addirt das Product zu d^3, wodurch ſich die p^3 ergiebt; u. ſ. w. — Hiernach iſt die Rechnung folgende:

a) Für die poſitiven Preſſungsſummen p^1, p^2,.......p^{15}.

p^1 =	d^1			= 2,3828	Lg
p^2 =	2,3828	. 0,9998	+ 5,6348	= 8,0171	„
p^3 =	8,0171	. „	+ 9,2776	= 17,2931	„
p^4 =	17,2931	. „	+ 12,7839	= 30,0736	„
p^5 =	30,0736	. „	+ 15,9079	= 45,9756	„
p^6 =	45,9756	. „	+ 19,9731	= 65,9397	„
p^7 =	65,9397	. „	+ 23,5593	= 89,4861	„
p^8 =	89,4861	. „	+ 23,5715	= 113,0400	„
p^9 =	113,0400	. „	+ 31,2253	= 144,2431	. „
p^{10} =	144,2431	. „	+ 33,8479	= 178,0627	. „
p^{11} =	178.0627	. „	+ 40,5573	= 218,5851	. „
p^{12} =	218,5851	. „	+ 42,6448	= 261,1871	. „
p^{13} =	261,1871	. „	+ 46,4683	= 307,6043	. „
p^{14} =	307,6043	. „	+ 46,8507	= 354,3948	. „

p^{15} = 354,3948 . 0,9998 + 1246,8539 = 354,3239 + 1246,8539 Lg
= 1601,1778 Lg.

b) Für die negativen Preſſungsſummen p^1, p^2,......p^{32}.

p^1 =	d^1			= 3,2120	Lg
p^2 =	3,2120	. 0,9998	+ 6,3244	= 9,5387	„
p^3 =	9,5387	. „	+ 9,1027	= 18,6394	„
p^4 =	18,6394	. „	+ 10,7895	= 29,4251	„
p^5 =	29,4251	. „	+ 12,9594	= 42'3788	„
p^6 =	42,3788	. „	+ 15,7138	= 58,0841	„
p^7 =	58,0841	. „	+ 16,7673	= 74,8397	„
p^8 =	74,8397	. „	+ 18,9618	= 93,7865	„
p^9 =	93,7865	. „	+ 19,8440	= 113,6117	„

p^{10}	= 113,6117 · 0,9998	+ 20,4912	= 134,0801	Lg
p^{11}	= 134,0801 · „	+ 21,7169	= 155,7701	„
p^{12}	= 155,7701 · „	+ 23,3147	= 179,0536	„
p^{13}	= 179,0536 · „	+ 23,3622	= 202,3799	„
p^{14}	= 202,3799 · „	+ 23,0327	= 225,3721	„
p^{15}	= 225,3721 · „	+ 23,3478	= 248,6748	„
p^{16}	= 248,6748 · „	+ 23,4123	= 272,0373	„
p^{17}	= 272,0373 · „	+ 22,2188	= 294,2016	„
p^{18}	= 294,2016 · „	+ 22,2005	= 316,3432	„
p^{19}	= 316,3432 · „	+ 22,0679	= 338,3478	„
p^{20}	= 338,3478 · „	+ 19,9030	= 358,1831	„
p^{21}	= 358,1831 · „	+ 18,9293	= 377,0407	„
p^{22}	= 377,0407 · „	+ 19,2304	= 396,1956	„
p^{23}	= 396,1956 · „	+ 16,8686	= 412,9849	„
p^{24}	= 412,9849 · „	+ 14,9572	= 427,8595	„
p^{25}	= 427,8595 · „	+ 13,0976	= 440,8715	„
p^{26}	= 440,8715 · „	+ 12,4522	= 453,2355	„
p^{27}	= 453'2355 · „	+ 9,1474	= 462,2922	„
p^{28}	= 462,2922 · „	+ 8,4075	= 470,6072	„
p^{29}	= 470,6072 · „	+ 6,3176	= 476,8306	„
p^{30}	= 476,8306 · „	+ 4,2136	= 480,9488	„
p^{31}	= 480,9488 · „	+ 2,0886	= 482,9412	Lg

C) Aus den in vor. Nr. B erhaltenen Werthen von p^{1}, p^{2} ꝛc. und $p^{\prime}$, p^{2} ꝛc. ergeben ſich ferner, wenn man jeden mit Sin α = Sin. 1°,8' = 0,0197 multiplicirt, die Schubkräfte q^{1}, q^{2} ꝛc. und $q^{\prime}$, q^{2} ꝛc., wie hier folgt:

a) Die 15 — 1 oder 14 Schubkräfte q^{1}, q^{2} ...., q^{14}.

q^{1}	= 2,3828 · 0,0197 ...	= 0,0471 ·	Lg
q^{2}	= 8,0171 · „	= 0,1584 ·	„
q^{3}	= 17,2931 · „	= 0,3420 ·	„
q^{4}	= 30,0736 · „	= 0,5948 ·	„
q^{5}	= 45,9756 · „	= 0,9093 ·	„
q^{6}	= 65,9397 · „	= 1,3042 ·	„

q^{7}	= 89,4861 .	0,0197	= 1,7699 .	Lg
q^{8}	= 113,0400 .	„	= 2,2358 .	„
q^{9}	= 144,2431 .	„	= 2,8529 .	„
q^{10}	= 178,0627 .	„	= 3,5219 .	„
q^{11}	= 218,5851 .	„	= 4,3234 .	„
q^{12}	= 261,1871 .	„	= 5,1660 .	„
q^{13}	= 307,6043 .	„	= 6,0758 .	„
q^{14}	= 354,3948 .	„	= 7,0096 .	„

b) Die 32 — 1 oder 31 Schubkräfte $q^{1}, q^{2}, \ldots\ldots q^{31}$.

q^{1}	= 3,2120 .	0,0198	= 0,0635 .	Lg
q^{2}	= 9,5387 .	„	= 0,1888 .	„
q^{3}	= 18,6394 .	„	= 0,3690 .	„
q^{4}	= 29,4251 .	„	= 0,5826 .	„
q^{5}	= 42,3788 .	„	= 0,8391 .	„
q^{6}	= 58,0841 .	„	= 1,1500 .	„
q^{7}	= 74,8397 .	„	= 1,4818 .	„
q^{8}	= 93,7865 .	„	= 1,8569 .	„
q^{9}	= 113,6117 .	„	= 2,2495 .	„
q^{10}	= 134,0801 .	„	= 2,6547 .	„
q^{11}	= 155,7701 .	„	= 3,0843 .	„
q^{12}	= 179,0536 .	„	= 3,5452 .	„
q^{13}	= 202,3799 .	„	= 4,0071 .	„
q^{14}	= 225,3721 .	„	= 4,4623 .	„
q^{15}	= 248,6748 .	„	= 4,9237 .	„
q^{16}	= 272,0373 .	„	= 5,3863 .	„
q^{17}	= 294,2016 .	„	= 5,8251 .	„
q^{18}	= 316,3432 .	„	= 6,2635 .	„
q^{19}	= 338,3478 .	„	= 6,6992 .	„
q^{20}	= 358,1831 .	„	= 7,0920 .	„
q^{21}	= 377,0407 .	„	= 7,4654 .	„
q^{22}	= 396,1956 .	„	= 7,8446 .	„
q^{23}	= 412,9849 .	„	= 8,1771 .	„

q^{24}	$= 427{,}8595$	· 0,0198	$= 8{,}4716$	· Lg	
q^{25}	$= 440{,}8715$	· 〃	$= 8{,}7292$	· 〃	
q^{26}	$= 453{,}2355$	· 〃	$= 8{,}9740$	· 〃	
p^{27}	$= 462{,}2922$	· 〃	$= 9{,}1533$	· 〃	
q^{28}	$= 470{,}6072$	· 〃	$= 9{,}3180$	· 〃	
q^{29}	$= 476{,}8306$	· 〃	$= 9{,}4412$	· 〃	
q^{30}	$= 490{,}9488$	· 〃	$= 9{,}5227$	· 〃	
q^{31}	$= 482{,}9412$	· 〃	$= 9{,}5622$	· 〃	

Vierte Kapitelabtheilung.

Die Berechnungsweiſe der Dicke eines belaſteten Gewölbbogens ſelbſt.

§. 37.

1) Zuvörderſt iſt zu einer gründlichen Einſicht in der hier abzuhandelnden Materie nothwendig, daß man das gehörig verſtanden habe und wiſſe, was in §. 28 über die Urſachen und Abhaltungsmittel der in einem nackten Bogen möglichen Fugenriſſe gelehrt worden iſt.

2) Ferner muß gehörig beſtimmt werden, wie man ſich hier den übermauerten Bogen rückſichtlich des Gewichtes und des Zuſammenhanges der Theile ſeiner Uebermauerungsmaſſe zu denken habe.

A) Was das Gewicht der auf die Kopfflächen der Keile preſſenden Säulen dieſer Maſſe betrifft, ſo werden dadurch die Keile zu Maſſen, die ſtärker, als durch ihre eigenen Gewichte, gegen einander preſſen und man hat ſich den übermauerten Bogen als einen ſolchen zu denken,

„welcher zwar aus gleichgroßen aber immer ſchwerer werdenden Keil-
„maſſen beſteht.

B) Was ferner den Zuſammenhang der Theile der Uebermauerungsmaſſe anbelangt, ſo hat man dieſen als ein noch beſonderes Mittel anzuſehen, wodurch die Möglichkeit des Entſtehens der Fugenriſſe in gewiſſem Grade erſchwert und alſo die Stabilität des Bogens (die ja, wenn er ein nackter iſt, blos durch die Widerlager und die ſtatiſch richtig genommene Gewölbdicke bewürkt werden muß) noch in gewiſſem Maaße er-

höht wird; denn zu dem Entſtehen eines Fugenriſſes in einem übermauerten Bogen iſt abſoſolut nothwendig, daß gewiſſe Theile ſeiner Uebermauerungsmaſſe aus einander geriſſen werden.

3) Daraus geht hervor, wie man in der Beſtimmung der Bogendicke b bey einem übermauerten Bogen in ſolchem Grade ſicher zu Werk gehen könne, daß man bey zureichend veſten Widerlagern für die abſolute Unmöglichkeit des Entſtehens irgend eines Fugenriſſes ſtehen kann, daß nämlich dieſes ganz gewiß möglich ſey,

„wenn man dem Bogen eine Stärke b gebe, die ſtatiſch nöthig iſt, damit allen „möglichen Fugenriſſen vorgebeugt werde, und dabey auf den Zuſammenhang der „Theile der Uebermauerungsmaſſe als einem zweiten Hinderniſſe des Ent„ſtehens der Fugenriſſe gar keine beſondere Rechnung mache."

Darnach werden wir bey der künftigen Beſtimmung der b verfahren.

4) Bey dem gleichdicken nackten Bogen hatten wir es nur mit einer Gattung von Schubkräfteu, welche, wenn die Bogendicke nicht ſtatiſch groß genug genommen iſt, Fugenriſſe erzeugen müßen, zu thun, nämlich nur mit jenen Schubkräften Q^1, Q^2 ꝛc., welche die Oberkeile in den Rückenflächen der Unterkeile, an welchen ſie anliegen, ausüben. Bey einem übermauerten aber haben wir es, wie wir geſehen haben, mit zweien Gattungen von Schubkräften zu thun. Von der Uebergangsfuge an folgen nämlich abwärts m durch 1, 2, 3......m bezeichnete Keile, deren Schubkräfte q^1, q^2,...., q^{m-1} gerade auf ſolche Weiſe, wie die Q^1, Q^4 ꝛc. in einem nackten Bogen würken, ſo nämlich, daß die Oberkeile ſich auf die Rückenflächen der an ihnen anliegenden Unterkeile durch die Reibung, die in den Fugen Statt hat, aufhängen und die Unterkeile in den Richtungen der Fugen auswärts zu ſchieben ſtreben (vergl. §. 28, Nr. II, 1, A ꝛc.); ferner aber folgen auch noch von der Uebergangsfuge an aufwärts (n — m) durch 1′, 2′, 3′,....... (n — m) bezeichnete Keile, deren Schubkräfte q^1, q^2, q^3,......$q^{(n-m-1)}$ auf andere Weiſe, als die q^1, q^2 ꝛc., würkſam ſind, nämlich ſo, daß die Unterkeile ſich an die Unterflächen der auf ihnen liegenden Oberkeile durch die in den Fugen Statt habende Reibung anhängen und die Oberkeile in den Richtungen der Fugen auswärts ſchieben. Zwiſchen dem Keile 1′ an der Uebergangsfuge und dem aufwärts folgenden Keile 2′ findet nämlich eine Preſſungsdifferenz d^1 Statt, dieſe würkt nach dem Gewölbſcheitel hin durch den Keil 2′ hindurch auf die Unterfläche des Keiles 3′ und zerlegt ſich da in eine $q^1 = d^1 \text{ Sin. } \alpha$ und in eine zweite Seitenkraft $d^1 . \text{Cos. } \alpha$, die dann mit der zwiſchen dem Keile 2′ und 3′ Statt habenden Preſſungsdifferenz d^2 die Preſſungsſumme $p^2 = d^2 + d^1 \text{ Cos. } \alpha$ oder, weil $d^1 = p^1$ iſt, die Summe $d^2 + p^1 \text{ Cos. } \alpha$ giebt; und ſo geht dieſes nach dem vorigen Paragraphen aufwärts, nach dem Gewölbſcheitel hin, auf die Weiſe fort, wie es in §. 25 für die D^1, D^2 ꝛc. bey dem nackten Bogen in der Richtung abwärts, nach dem Widerlager hin, gezeigt worden iſt und leicht durch eine beſondere Zeichnung anſchaulich gemacht werden kann.

5) Weil hier zwey Gattungen von Schubkräften in dem Bogen würkſam ſind, ſo muß jede für ſich rückſichtlich der durch ſie möglichen Fugenriſſe und der gegen dieſe anzuwendenden Mittel in Betrachtung genommen werden. Zu dieſem Zwecke denke man ſich in dem Bogen K'K''A'A zwey Theile, einen Untertheil, welcher unter der Uebergangsfuge liegt und von dieſer an bis zu dem Widerlager hin fortläuft, und einen Obertheil, welcher über der Uebergangsfuge liegt und von dieſer aus bis in den Gewölbſcheitel fortläuft. — Was nun

A) den Untertheil des Bogens betrifft, ſo iſt leicht begreiflich, daß von dieſem alles das rückſichtlich der in ihm möglichen Fugenriſſe und der Mittel zur Verhinderung derſelben gelten muß, was in §. 28 für den nackten Bogen beigebracht worden iſt, und zwar deswegen, weil hier die Gewichte der auf den Keilen ſtehenden Säulen der Uebermauerungsmaſſe den Keilgewichten beigerechnet worden und der Zuſammenhang der Theile der Uebermauerungsmaſſe gar nicht als Mittel gegen Fugenriſſe in Anſchlag gebracht werden ſoll und wornach es alſo eben ſo gut iſt, als wäre die eben genannte Maſſe gar nicht da, der Bogen aber aus immer ſchwerer und ſchwerer werdenden Keilmaſſen componirt, deren Gewichte ja in der Berechnung der Preſſungen, welche dieſe Maſſen gegen einander ausüben, gehörig in Anſchlag gebracht worden ſind. — Folglich hat man hier, nach dem in §. 28 Beigebrachten, bey zureichend ſtarken Widerlagern durchaus keine Fugenriſſe in dem Untertheile des Bogens zu befürchten, wenn man dieſem eine ſolche Dicke b giebt,

> „daß die Momentſumme 𝔐, welche die Schubkräfte q¹, q² ꝛc. erzeugen, „nicht kleiner iſt, als das Moment M, welches der Preſſungsſumme pᵐ, „die in der Grundfläche in K'K'' des Untertheils des Bogens Statt hat, „zugehört."

Man muß alſo für den Untertheil des Bogens die beiden Größen 𝔐 und M auf die in §. 28, Nr. II., 2 angegebene Weiſe berechnen, ſie vergleichen und durch Proberechnungen eine ſolche b ausmitteln, bey welcher M nicht kleiner, als die 𝔐 ſeyn kann. (vergl. §. 35, Nr. 7, E). — Was ferner

B) den Obertheil des Bogens anbelangt, ſo iſt auch bey dieſem nicht ſchwer einzuſehen, daß bey ihm ebenfalls alles das gültig ſeyn muß, was in §. 28 über Fugenriſſe und Mittel dagegen beigebracht worden iſt. Dieſer Obertheil hat rückſichtlich ſeiner Schubkräfte q², q³ ꝛc. und ſeines Widerlagers die direct umgekehrte Lage des Untertheils des in §. 28 betrachteten Bogens, ſeine Widerlagerfuge iſt in dem Gewölbſcheitel AA', ſeine Schubkräfte ſind beſtrebt, ihn in der Fläche in AA' zum Auswärtsgleiten zu bringen und, weil dieſes wegen des in dieſer Fläche Statt habenden durch zwey gegen einander preſſende Obertheile des ganzen Gewölbbogens verurſachten ſehr ſtarken Reibungswiderſtandes nicht möglich iſt, um die obere Kante in A' dieſer Fläche herum und aufwärts zu drehen. Damit nun dieſes nicht möglich ſey, ſo muß man hier auf ähnliche Weiſe, wie bey dem Un-

tertheile nach §. 28 verfahren, man muß nämlich hier die Momente der Schubkräfte q^1, q^2, ... $q^{n-m-2)}$ dadurch ſuchen, daß man nicht, wie bey dem nackten Bogen, von K'' aus aufwärts, ſondern von der Umdrehungsſtelle A' aus abwärts Perpendickel auf die Richtungslinie des Würkens der q^1, q^2, ..., $q^{(n-m-2)}$ zieht, muß daraus die Momentſumme 𝔐' ableiten, muß dann auch für die in der Baſis in AA' des Obertheiles des Bogens würkſame Preſſungsſumme p^{n-m} das Moment M' berechnen, muß 𝔐' mit M' vergleichen und durch eine gehörig gewählte Gewölbdicke AA' oder b dafür ſorgen, daß M' nicht kleiner als 𝔐' ſey.

6) Hat man durch Proberechnungen eine Gewölbdicke b ausgemittelt, die ein ſolcher aliquoter Theil $\frac{m}{n}$ von b' iſt, (vergl. §. 35, Nr. 7), bey welchem

in dem Untertheile des Bogens M nicht kleiner, als 𝔐 und auch
in dem Obertheile des Bogens M' nicht kleiner, als 𝔐' iſt,

ſo iſt dann dieſe b ganz gewiß eine ſolche, welche keine Umdrehungen der beiden Bogentheile um die Stellen K'' und A' und alſo auch, (nach §. 28, Nr. II.) keine Umdrehungen von Theilen dieſer Bogentheile zuläßt, und bey welcher alſo ganz gewiß keine Fugenriſſe im Bogen eintreten können, weil ja nun nicht blos die b ſo genommen iſt, daß ſolche Riſſe ſtatiſch unmöglich ſind, ſondern dazu auch noch der Zuſammenhang der Theile der Uebermauerungsmaſſe kommt, der noch als ein beſonderes gegen ſolche Riſſe würkſames Mittel (vor. Nr. 2 und 3) zu betrachten iſt.

7) Aus dem Bisherigen iſt zureichend offenbar, welcher große Unterſchied zwiſchen einem übermauerten und nackten Bogen ſowohl in Rückſicht der in einem jeden dieſer Bögen würkſmmen Kräfte ſelbſt, als auch in Rückſicht der Art und Weiſe des Würkens derſelben Statt finde. In einem übermauerten Bogen findet in irgend einer Fuge deſſelben ein Uebergang der Preſſungsdifferenzen $\mathfrak{D}^1$, $\mathfrak{D}^2$ ꝛc. aus dem Poſitiven in das Negative Statt und die Lage dieſer Uebergangsfuge iſt von der Bögendicke b abhängig. Auf beiden Seiten dieſer Fuge ſind zwey Keile, ein Keil 1 unter, und ein Keil 1' über ihr, befindlich, zwiſchen welchen die Preſſungsdifferenz $\mathfrak{D}^* = 0$ oder nur, jenachdem man b genommen hat, um einen unbedeutenden Unterſchied von o verſchieden iſt. Auf dieſe beiden Keilen 1 und 1' folgt unten ein Keil 2 und oben ein Keil 2' und es findet nun zwiſchen 1 und 2 eine abwärts gehende Preſſungsdifferenz $\mathfrak{d}^1$ und zwiſchen 1' und 2^1 eine aufwärts gehende Preſſungsdifferenz d^1 Statt. Die $\mathfrak{d}^1$, zwiſchen 1 und 2 Statt habend, ſchiebt in der Rückenfläche des Keiles 3 mit einer Schubkraft q^1 aufwärts und es fängt von der Fuge, worin die $\mathfrak{d}^1$ activ iſt, der Untertheil des Bogens an, welcher ſich nm K'' aufwärts drehen kann, wenn die b zu klein iſt; die d^1 aber, zwiſcheo 1' und 2' Staat habend, ſchiebt in der Unterfläche des Keiles 3' mit einer Schubkraft q^1 aufwärts und es fängt von derjenigen Fuge,

worin die d^1 activ iſt, der Obertheil des Bogens an, der ſich um A′ aufwärts drehen kann, wenn die b zu klein iſt. Es ſind alſo zwiſchen den beiden um K″ und A′ aufwärts drehbaren Bogentheilen die beiden Keile 1 und 1′ befindlich, die in ihrer Verbindung ein Bogenſtück bilden, welches abwärts gleiten müßte, falls ſich das Unterſtück um K″, oder das Oberſtück um A′ aufwärts drehte, oder beides zugleich vor ſich ginge. Es ſind demnach in einem übermauetten Bogen auf den Seiten eines aus zweien Keilen 1 und 1′, zwiſchen welchen eine Preſſungsdifferenz $D^* = 0$ oder faſt $= 0$ Statt hat, beſtehenden Bogenſtückes $(1 + 1')$ zwey Bogentheile, ein Untertheil und ein Obertheil, vorhanden, die ſich um die oberen Stellen ihrer Aufſitzflächen in K′K″ und AA′ aufwärts drehen und dadurch Fugenriſſe bewürken können, falls die Bogendicke nicht in Rückſicht einer jeden dieſer möglichen Umdrehungsbewegungen groß genug genommen iſt, weswegen alſo die erforderliche Größe der b ſowohl für den Untertheil als auch für den Obertheil des Bogens in Unterſuchung genommen werden muß.

§. 38.

Aufgabe: „Ein übermauerter Gewölbbogen K′K″A′A (Fig. 11) beſtehe aus „n gleichgroßen Keilen; für eine Bogendicke $b = \frac{5}{6} b''$ ſey nach §. 35 Nr. 7 die „Anzahl m der ſeinem Untertheile zugehörenden Keile beſtimmt und dann ſeien auch „nach §. 36 die in dieſem Untertheile würkſamen

„Preſſungsſummen $p^1, p^2, p^3, \ldots\ldots p^m$

„und Schubkräfte $q^1, q^2, q^3, \ldots\ldots q^{m-1}$

„berechnet worden. Aus dieſen ſoll man nun die Momentſumme $\mathfrak{M}$, mit welcher „die Schubkräfte q^1, q^2 ꝛc das Untertheil um die Widerlagerſtelle K″ „aufwärts zu drehen beſtrebt ſind, und ferner auch das Moment M der in der „Grundfläche in K″K′ des Untertheiles activen Prſſungsſumme p^m, mit wel„chem dieſe der $\mathfrak{M}$ entgegen würkt, berechnen, und dann unterſuchen, ob die angenom„mene b und die nach ihr gewählte Uebergangsfuge das Moment M würklich nicht „kleiner als $\mathfrak{M}$ gebe und alſo zureichend ſey, die Aufwärtsumdrehung des Unter„theils des Bogens um die Stelle K″ zu verhindern.“

Auflöſung. I. Berechnung der Momentſumme $\mathfrak{M}$ der Kräfte q^1, q^2 ꝛc.

1) Man denke ſich die unter der angenommenen Uebergangsfuge folgenden m Keile nach dem Widerlager hin gezählt und durch 1, 2, 3, ... m bezeichnet. Auf die in die Fugenlinien dieſer Keile laufenden Radien des Bogens denke man ſich für deſſen Untertheil aus der Umdrehungsſtelle in K″ Perpendikel

K″2, K″3, K‴4, ... K″(m—1)

ſo gezogen, wie dieſes in Fig. 8 nach §. 29, Nr. II ꝛc. für den ganzen nackten Bo-

gen geſchehen iſt. Dieſe Perpendikel ſind die auf die Umdrehungsſtelle K″ ſich beziehenden Entfernungen

$e^1, e^2, e^3, \ldots\ldots e^{m-2}$

der am Untertheile des Bogens würkſammen (m — 2) Schubkräfte,

$q^1, q^2, q^3, \ldots\ldots q^{m-2}$

welche die Momente dieſer Kräfte geben. Die Schubkraft q^1 ſchiebt im Rücken des (1 + 2)ten, die q^2 im Rücken des (2 + 2)ten ꝛc. die q^{m-1} im Rücken des (m — 1 + 2)ten, d. h. des (m — 1)ſten Keiles, welcher hier das Widerlager iſt; es iſt alſo die q^{m-1} um nichts von K″ entfernt, ihr Moment iſt = 0 und folgl. die q^{m-2} die letzte von den Kräften q^1, q^2 ꝛc., die für Umdrehungsbewegung des Untertheiles würkſam ſind.

2) Die Linien K″2, K″3, K″4, ... K″(m—1) ſind

$\text{Sin.}(m-2)\alpha, \text{Sin}(m-3)\alpha, \text{Sin.}(m-4)\alpha \ldots\ldots, \text{Sin.}\alpha$

für den Halbmeſſer CK″ = CK′ + K′K″ = (R+b) und es ſind demnach die Momente von q^1, q^2, ... q^{m-2} folgende:

$$\begin{array}{lcl} (R+b)\ \text{Sin.}(m-2)\alpha & . & q^1, \\ (R+b)\ \text{Sin.}(m-3)\alpha & . & q^2, \\ (R+b)\ \text{Sin.}(m-4)\alpha & . & q^3, \\ \vdots & & \vdots \\ (R+b)\ \text{Sin.}\alpha & . & q^{m-2}. \end{array}$$

3) Dieſe geben die Momentſumme

$$\mathfrak{M} = (R+b)\ [q^1 . \text{Sin.}(m-2)\alpha + q^2 . \text{Sin.}(m-3) + q^3 . \text{Sin.}(m-4)\alpha + q^4 . \text{Sin.}(m-5)\alpha + \ldots + q^{m-2} . \text{Sin.}\alpha].$$

Darin wird R und α nebſt den Schubkräften q^1, q^2 ꝛc. als berechnet und auch b als nach §. 35, Nr. 7 beſtimmt angenommen.

II. Berechnung des Momentes M der p^m.

Hier muß zuvörderſt ausgemittelt werden, in welcher Entfernung K″μ (Fig. 11) von K″ man ſich das Preſſungsmittelpunct der in der Grundfläche würkſamen Preſſungsſumme p^m des Untertheils des Bogens in K′K″ vorzuſtellen habe. Hier müßte man nun, wenn man möglichſt genau zu Werk gehen wollte, die in §. 34, Nr. 1 angeſtellten Unterſuchungen über die Preſſungsmittelpuncte der Gewichtsſummen (S′ + G′) ꝛc. in Erwägung ziehen und mit Berückſichtigung der Reſultate derſelben eine approximative Beſtimmung der Entfernung der p^m von der Umdrehungsſtelle K″ auf die Weiſe vornehmen, die in §. 29, Nr. II, 4, A, B ꝛc. für

den nackten Bogen gezeigt worden iſt. Da man aber bey einem übermauerten Bogen wegen des Widerſtandes, welchen der Zuſammenhang der Theile der Uebermauerungsmaſſe den ſchädlichen Würkungeu der Schubkräfte q_1, q^2 ꝛc. entgegen ſetzt, nicht ſo ängſtlich zu ſeyn braucht, ſo verfahren wir auf folgende Weiſe:

Die p^m iſt $= d^m + p^{m-1} . \cos \alpha$

und das Preſſungsmittelpunct des erſten Poſtens d^m iſt anders von K'' entfernt, als das Preſſungsmittelpunct des zweiten Poſtens $p^{m-1} . \cos. \alpha$. Es kommt aber die Differenz d^m von dem von dem Gewölbſcheitel AA' herunter gezählten Gewichte S^n des nten Keiles und dem Gewichte $\mathfrak{S}^n$ der nten Uebermauerungsſäule her und es iſt nach §. 34, Nr. 1, E und F der Abſtand des Preſſungsmittelpunctes dieſer beiden Gewichte in der Mittellinie des nten Keiles von dem Mittelpuncte ſeiner Kopffläche eine Linie

$$x^n = \frac{b . S^n}{2(\mathfrak{S}^n + S^n)} = \frac{\frac{1}{2} b . \delta'}{\frac{w^n}{b} + p^n + \delta'},$$

worin die Größen w^n und p^n nach §. 33, Nr. 7 zu beſtimmen ſind. Dieſen Abſtand x^n, welcher unter den dort betrachteten Abſtänden der kleinſte iſt nehmen, wir hier für $K''\mu$, ſowohl rückſichtlich des Poſtens d^m, als auch des Poſtens $p^{m-1} . \cos \alpha$, an und ſetzen alſo, es ſey das Moment

$$M = x^n . p^m$$

$$= \frac{\frac{1}{2} b . \delta' . p^m}{\frac{w^n}{b} + p^n + \delta'}$$

III. Rechnungsbeiſpiel für den Untertheil des bisher als Beiſpiel angenommenen übermauerten Gewölbbogens.

1) Berechnung der Momentſumme $\mathfrak{M}$ nach vor. Nr. I, 3.

A. Nach §. 35, Nr. 7 iſt $b = 5'$ geſetzt worden und R iſt $= 75'$; alſo iſt $R + b = 75 + 5 = 80'$.

B. Ferner iſt $n=47$ und die Uebergangsfuge iſt hier nach §. 35 die 32ſte, alſo iſt, nach §. 36, Nr. 6, die Keilzahl m des Untertheils des Bogens $=47-32=15$, α aber iſt$=1^\circ,8'$. Für $m = 15$ iſt $(m - 2) = (15 - 2) = 13$, $(m - 3) = 12$, $(m - 4) = 11$ ꝛc., man hat alſo hier die aus 13 Gliedern beſtehende Sinusreihe

Sin. 13α, Sin. 12α, Sin 11α, Sin. 10α, ..., Sin. α

zu ſuchen, die man aus §. 29, II, Nr. 7 nehmen kann.

C. Aus §. 36, Nr. 6, C nehme man die dort berechneten 13 Kräfte q^1, q^2, ꝛc. q^{13} (denn q^{14} hat kein Moment), ſchreibe ſie in eine Verticalreihe unter einander, neben

dieſe ſetze man in einer Verticalreihe die vorgenannten 13 Sinus, und zwar jeden als Factor, und ſuche die Producte, wodurch man Folgendes erhält:

q^{1} . Sin. $13\alpha = 0{,}0471 \cdot 0{,}2543 = 0{,}0119$ Lg
q^{2} . Sin. $12\alpha = 0{,}1585 \cdot 0{,}2351 = 0{,}0372$ "
q^{3} . Sin. $11\alpha = 0{,}3420 \cdot 0{,}2158 = 0{,}0738$ "
q^{4} . Sin. $10\alpha = 0{,}5948 \cdot 0{,}1965 = 0{,}1168$ "
q^{5} . Sin. $9\alpha = 0{,}9093 \cdot 0{,}1770 = 0{,}1609$ "
q^{6} . Sin. $8\alpha = 1{,}3042 \cdot 0{,}1575 = 0{,}2054$ "
q^{7} . Sin. $7\alpha = 1{,}7699 \cdot 0{,}1380 = 0{,}2442$ "
q^{8} . Sin. $6\alpha = 2{,}2358 \cdot 0{,}1184 = 0{,}2647$ "
q^{9} . Sin. $5\alpha = 2{,}8529 \cdot 0{,}0987 = 0{,}2815$ "
q^{10} . Sin. $4\alpha = 3{,}5219 \cdot 0{,}0790 = 0{,}2782$ "
q^{11} Sin. $3\alpha = 4{,}3234 \cdot 0{,}0593 = 0{,}2563$ "
q^{12} Sin. $2\alpha = 5{,}1660 \cdot 0{,}0395 = 0{,}2040$ "
q^{13} Sin. $1\alpha = 6{,}0758 \cdot 0{,}0197 = 0{,}1196$ "

D) Dieſe Producte nehme man in eine Summe zuſammen und multiplicire dieſe mit $R + b = 75 + 5 = 80'$, ſo erhält man die Momentſumme

$$\mathfrak{M} = 80 \cdot 2{,}2545 \text{ Lg} = 180{,}36 \text{ Lg ℔}.$$

2) Berechnung des Momentes M nach vor. Nr. II.

A. Nach §. 23, Nr. 4. iſt die mittlere adproximative Keildicke

$$\delta' = \left(1{,}014 + \frac{0{,}42}{R}\right) \delta,$$

das aber giebt für $R = 75'$ und $\delta = 1{,}5'$ den Werth

$$\delta' = 1{,}5294'.$$

B. Nach §. 33, Nr. 7, E iſt hier für $n = 47$ ꝛc. die Größe

$$w^{n} = w^{47} = 31{,}3386$$

und nach §. 33, Nr. 7, E iſt hier für $n = 47$ ꝛc. die Größe

$$p^{n} = p^{47} = 0{,}2387.$$

C. Demnach iſt hier die in vor. Nr. II genannte Größe

$$x^{n} \text{ oder } \frac{\frac{1}{2} b \cdot \delta'}{\frac{w^{n}}{b} + p^{n} + \delta'} = \frac{\frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 1{,}5294}{\frac{31{,}3386}{5} + 0{,}2387 + 1{,}5294} = 0{,}4758 \text{ Fußen} = x^{47}.$$

D) Nach §. 36, Nr. 6, B, a iſt die Preſſungsſumme p^m oder $p'^5 =$ 1601,1778 Lg und es iſt alſo nach voriger Nr. II. das Moment

$$M = x^{47} \cdot p^{47} = 0{,}4758 \cdot 1601{,}1778 \text{ Lg} = 761{,}840 \text{ Lg ℔}$$

IV) Wenn wir nun die für die angenommene Gewölbdicke $b = \frac{5}{6} b'$ (hier $= 5'$) und die ihr zugehörende Uebergangsfuge (hier die 32ſte) berechneten Werthe von M und 𝔐 (nach §. 35, Nr. 7, E) unter einander vergleichen, um zu erkennen, ob das der Aufwärtsumdrehung des Untertheils des Bogens um die Stelle K'' und den dadurch möglichen Fugenriſſen reagirende Moment M der Preſſungsſumme p'^5 nicht kleiner ſey, als die von den Schubkräften $q^1, q^2, \ldots q'^3$ herrührende ſchädliche Momentſumme 𝔐, und ob alſo die $b = \frac{5}{6} b'$ rückſichtlich der im Untertheile des Bogens activen Schubkräfte q^1, q^2 ꝛc. würklich groß genug angenommen worden ſey, ſo finden wie hier,

„daß die ſchädliche Momentſumme 𝔐 von dem nützlichen Momente M um „eine Differenz

$$M - \mathfrak{M} = (299, \ldots - 180, \ldots\ldots) \text{ Lg} = 119, \ldots \text{ Lg ℔}$$

„übertreffen werde, und daß alſo, was die im Untertheile des Bogens würk„ſamen ſchädlichen Schubkräfte anbelangt, die angenommene Gewölbdicke „$b = \frac{5}{6} b'$ und die nach ihr ausgewählte Uebergangsfuge beibehalten werden „könne, und das um ſo mehr, da man rückſichtlich dieſer ſehr bedeutenden „Differenz M — 𝔐 die b noch viel kleiner, als $\frac{5}{6} b'$ hätte nehmen können.

§. 39.

Aufgabe: „Die in der Aufgabe im vor. Paragraphen geſetzten Vorausſetzungen „ſeyen hier dieſelben, und es ſeyen nach §. 26 die im Obertheile des Bogens (n — m) „activen

„Preſſungsſummen $p^1, p^2, p^3, \ldots\ldots, p^{n-m}$

„und Schubkräfte $q^1, q^2, q^3, \ldots\ldots, q^{n-m-1}$

„berechnet worden. Aus dieſen ſoll man nun auch die Momentſumme 𝔐', mit „welcher die Schubkräfte q^1, q^2 ꝛc. den Obertheil um die Scheitelſtelle A' des „Bogens herum und aufwärts zu drehen beſtrebt ſind, und ferner auch das Moment „M' der in der Scheitelfugenfläche in AA' activen Preſſungsſumme p^{n-m}, mit „welchem dieſe der 𝔐' reagirt, berechnen und dann erwägen, ob die angenommene b „das Moment M' würklich nicht kleiner als 𝔐' gebe und alſo zureichend ſey, „die Auswärtsumdrehung des Obertheils des Bogens um die Stelle in A' nnd ſo„mit auch alle durch die ſchädlichen Schubkräfte q^1, q^2 ꝛc. möglichen Fugenriſſe zu ver„hindern.

Auflöſung:

I) Berechnung der Momentſumme $\mathfrak{M}'$ der Kräfte q^1, q^2 ꝛc.

1) Man denke ſich die über der angenommenen Uebergangsfuge folgenden n — m Keile nach dem Gewölbſcheitel hin, alſo aufwärts, gezählt und durch 1′, 2′, 3′,....., (n — m) bezeichnet. Auf die in den Richtungen der Fugenlinien dieſer Keile gezogenen Radien denke man ſich aus der Umdrehungsſtelle des Obertheiles des Bogens Perpendickel

$$A'2',\ A'3',\ A'4',\ \ldots,\ A'(n-m-1)$$

abwärts gezogen (alſo auf die Weiſe, wie in Fig. 8 nach §. 26, Nr. II. aus K″ Perpendickel K″2, K″3, K‴4 ꝛc. aufwärts gezogen ſind.) Dieſe Perpendickel A′2′, A″3′ ꝛc. ſind die auf die Stelle A′ ſich beziehenden Entfernungen

$$e^1,\ e^2,\ e^3, \ldots, e^{n-m-1}$$

der in dem Obertheile des Bogens würkſamen (n — m — 2) Schubkräfte

$$q^1,\ q^2,\ q^3, \ldots q^{n-m-2},$$

welche mit dieſen Kräften multiplicirt die Momente derſelben geben. Die von 1′ an aufwärts nach AA′ hingezählte (n — m — 1)ſte Schubkraft iſt die letzte, ſie iſt in AA′ würkſam, alſo nicht von A′ entfernt und hat daher auch kein Moment rückſichtlich der Umdrehungsſtelle A′.

2) Die Linien A′2′, A′3′, A′4′,......A′(n — m — 1) ſind die Sinus der Winkel

$$(n-m-2)\alpha,\ (n-m-3)\alpha,\ (n-m-4)\alpha, \ldots, \alpha,$$

und zwar für den Halbmeſſer CA′ = CA + AA′ = R + b, und es ſind demnach die Momente von q^1, q^2,......, q^{n-m-2} folgende:

$$(R+b)\ \text{Sin.}\ (n-m-2)\alpha \cdot q^1,$$
$$(R+b)\ \text{Sin.}\ (n-m-3)\alpha \cdot q^2,$$
$$(R+b)\ \text{Sin.}\ (n-m-4)\alpha \cdot q^3,$$
$$\vdots$$
$$(R+b)\ \text{Sin.}\ \alpha \cdot q^{n-m-2}.$$

3) Dieſe geben die Momeentſumme

$$\mathfrak{M}' = (R+b) \cdot [q^1 \cdot \text{Sin.}\ (n-m-2)\alpha + q^2 \cdot \text{Sin.}\ (n-m-3)\alpha + q^3 \cdot \text{Sin}\ (n-m-4)\alpha + \ldots + q^{(n-m-2)} \cdot \text{Sin.}\ \alpha]$$

Darin wird b als nach §. 35, Nr. 7 beſtimmt und die Größen R, α und q^1, q^2 ꝛc. werden auch als bereits berechnet angenommen.

II.) Berechnung des Momentes M′ der p^{n-m}.

Obgleich nach §. 34, Nr. 1 die Mittelpunkte der Preſſungen der Gewichtsſummen $(\mathfrak{S}^1+S^1)$, $(\mathfrak{S}^2+S^2)$ ꝛc. in den Keilen deſto tiefer unter die mittleren Stellen der Kopfflächen wegfallen, je näher die Keile dem Scheitel AA′ liegen, ſo nehmen wir doch an, es liegen dieſe Puncte in allen Keilen eben ſo nahe an den mittleren Stellen der Keilköpfe, wie dieſes im Widerlagerkeile der Fall iſt, wo der Abſtand x^n des Mittelpunctes der Preſſung der darin activen Gewichtsſumme $(\mathfrak{S}^n+S^n)$ der kleinſte unter allen Abſtänden derſelben Art iſt und der in §. 34 durch die Gleichung

$$x^n = \frac{b \,.\, S^n}{2\,(\mathfrak{S}^n+S^n)} = \frac{\frac{1}{2}\, b \,.\, \delta'}{\frac{w^n+p^n+\delta'}{b}}$$

ausgedrückt wurde, worin die Größen w^n und p^n nach §. 33, Nr. 7 zu beſtimmen ſind.

Denken wir uns für dieſen kleinſten Abſtand durch die Keile 1′, 2′, 3′, ꝛc. hindurch aufwärts nach der Scheitelfuge in AA′ hin die gebrochene Fortpflanzungslinie der Preſſungen auf ähnliche Weiſe conſtruirt, wie dieſes von oben herunter nach K′K″ hin für den nackten Bogen in Fig. 6 und 6* gezeigt worden iſt, ſo erhalten wir in AA′ (Fig 11) ein Punct z und einen Abſtand A′z dieſes z von der Umdrehungsſtelle A′ des Obertheils des Bogens, von welchem wir überzeugt ſeyn können, daß wir nicht zu viel ſetzen und alſo das nützliche Moment M′ der in der Fläche in AA′ des Obertheiles des Bogens activen Preſſungsſumme p^m nicht zu hoch in Anſchlag bringen, wenn wir ſetzen, es ſey dieſe $= x^n$ geſetzte A′z die Entfernung der p^m von der Umdrehungsſtelle A′. Das iſt für den erſten Poſten d^m in der

$$p^m = d^{m'} + p^{m-1} \,.\, \mathrm{Cos.}\ \alpha$$

völlig richtig, für den zweiten Poſten $p^{m-1} \,.\, \mathrm{Cos.}\ \alpha$ aber eigentlich nicht, weil deſſen Theile zerſtreut auf die A′z kommen; man kann aber auch für dieſen annehmen, daß alle ſeine Theile in der Stelle z preſſen, weil man ſchon für den Poſten d^m eine Entfernung A′z $= x^n$ angenommen hat, welche kleiner iſt, als ſie, genau genommen, geſetzt werden ſollte, denn in dem Keile 1′ des Oberſtückes des Bogens findet ein Abſtand x^* des Mittelpunctes der Preſſung der in dieſem Keile activen Gewichtsſumme $\mathfrak{S}^*+S^*$, nach welchem ſich A′z richtet, Statt, der noch keineswegs ſo klein iſt, wie der Abſtand x^n im Widerlagerskeile.

Nach der Annahme nun, daß die Entfernung A′z $= x^n$ ſey, iſt das gewiß nicht zu hoch in Anſchlag gebrachte Moment M′ der Preſſungsſumme p^m dieſes:

$$M' = x^n \,.\, p^m = \frac{\frac{1}{2}\, b \,.\, \delta' \,.\, p^m}{\frac{w^n+p^n+\delta'}{b}}$$

(In dieſem Ausdrucke iſt die p^m eine Preſſungsſumme und nach §. 36 zu berechnen, die p^n aber iſt ein Coefficieent, den man nach §. 34, Nr. 1 zu beſtimmen hat.)

III.) Rechnungsbeiſpiel für den Obertheil des bisher als Beiſpiel angenommen übermauerten Gewölbbogens.

1) Berechnung der Momentſumme M′ nach vor. Nr. 1.

A) Nach §. 35, Nr. 7 iſt $b = 5'$ geſetzt worden und R iſt $= 75,$, alſo iſt $R + b = 80'$

B) Ferner iſt $n = 47$ und $m = 15$, alſo $n - m = 32$ (ſ. Nr. III., 1, B im vor. Paragraphen.) Demnach iſt

$$(n-m-2) = 32-2 = 30, \quad (n-m-3) = 32-3 = 29,$$

u. ſ. w. und man hat alſo hier von 30 an die aus 30 Gliedern beſtehende Sinusreihe

$$\text{Sin. } 30\alpha, \quad \text{Sin. } 29\alpha, \quad \text{Sin. } 28\alpha, \ldots\ldots, \text{Sin. } \alpha \text{ für } \alpha = 1^\circ{,}8'$$

zu ſuchen, die man aus §. 29, II., Nr. 7 nehmen kann.

C) Aus §. 36, Nr. 6, C nehme man die dort berechneten 30 Schubkräfte $q^1, q^2, \ldots\ldots q^{30}$ (denn die q^{31} hat kein Moment), ſchreibe dieſe in eine Verticalreihe unter einander, neben dieſe ſetze man die vorgenannten 30 Sinus. ebenfalls in einer Verticalreihe, und zwar jeden Sinus als Factor und ſuche die Producte, wodurch man Folgendes erhält:

q^1	Sin. 30α	= 0,0635	. 0,5591	= 0,0355	Lg
q^2	Sin. 29α	= 0,1888	. 0,5426	= 0,1024	;
q^3	Sin. 28α	= 6,3690	. 0,5259	= 0,1940	;
q^4	Sin. 27α	= 0,5826	. 0,5090	= 0,2965	;
q^5	Sin. 26α	= 0,8391	. 0,4916	= 0,4125	;
q^6	Sin. 25α	= 1,1500	. 0,4746	= 0,5457	;
q^7	Sin. 24α	= 1,4818	. 0,4570	= 0,6771	;
q^8	Sin. 23α	= 1,8569	. 0,4394	= 0,8159	;
q^9	Sin. 22α	= 2,2495	. 0,4215	= 0,9481	;
q^{10}	Sin. 21α	= 2,6547	. 0,4035	= 1,0711	;
q^{11}	Sin. 20α	= 3,0843	. 0,3853	= 1,1883	;
q^{12}	Sin. 19α	= 3,5452	. 0,3670	= 1,3010	;
q^{13}	Sin. 18α	= 4,0071	. 0,3485	= 1,3964	;
q^{14}	Sin. 17α	= 4,4623	. 0,3299	= 1,4721	;
q^{15}	Sin. 16α	= 4,9237	. 0,3112	= 1,5322	;

q'^{16} Sin. 15α	= 5,3863	. 0,2923	= 1,5744	Lg
q'^{7} Sin. 14α	= 5,8251	. 0,2733	= 1,5919	＂
q'^{8} Sin. 13α	= 6,2635	. 0,2543	= 1,5928	＂
q'^{9} Sin. 12α	= 6,6992	. 0,2351	= 1,5749	＂
q^{20} Sin. 11α	= 7,0920	. 0,2158	= 1,5304	＂
q^{21} Sin. 10α	= 7,4654	. 0,1965	= 1,4669	＂
q^{22} Sin. 9α	= 7,8446	. 0,1770	= 1,3884	＂
q^{23} Sin. 8α	= 8,1771	. 0,1575	= 1,2878	＂
q^{24} Sin. 7α	= 8,4716	. 0,1380	= 1,1690	＂
q^{25} Sin. 6α	= 8,7292	. 0,1184	= 1,0335	＂
q^{26} Sin. 5α	= 8,9740	. 0,0987	= 0,8857	＂
q^{27} Sin. 4α	= 9,1533	. 0,0790	= 0,7231	＂
q^{28} Sin. 3α	= 9,3180	. 0,0593	= 0,5525	＂
q^{29} Sin. 2α	= 9,4412	. 0,0395	= 0,3729	＂
q^{30} Sin. 1α	= 9,5227	. 0,0197	= 0,1875	＂

D) Dieſe Producte nehme man in eine Summe zuſammen und multiplicire dieſe durch $R + b = 75 + 5 = 80'$, ſo erhält man die Momentſumme

$$\mathfrak{M}' = 80 . 28,9205 \text{ Lg} = 231,364 \text{ Lg ℔}$$

2) Berechnung des Momentes M′ nach vor. Nr. II.

A) Dieſe Berechnung iſt rückſichtlich der Größe x^n nach Nr. III., 2, A, B, C des vorigen Paragrapheus vorzunehmen, wo $x^n = 0,4758$ Fußen gefunden worden iſt.

B) Nach §. 36, Nr. 6, B, b iſt die Preſſungsſumme $p^m = p^{32} = 482,9412$ und es iſt alſo hier das nützliche Moment

$$M' = x^n . p^m = 0,4758 . 482,9412 = 229,7834 \text{ Lg ℔}$$

IV.) Wenn wir nun hier die erhaltenen Werthe von 𝔐′ und M′, welche der nach §. 35, Nr. 7 angenommen Gewölbdicke $b = \frac{5}{8} b'$ (hier $= 5'$) und der zu dieſer gehörenden Uebergangsfuge (hier der 32ſten Fuge) entſprechen, gegen einander halten, um zu erkennen, ob das der Auswärtsumdrehung des Obertheiles des Bogens um die Stelle A′ und den dadurch möglichen Fugenriſſeu reagierende Moment der Preſſungsſumme p^m nicht kleiner ſey, als die von den Schubkräften q', q'',..........q^{30} herrührende ſchädliche Momentſumme 𝔐′, und ob alſo die

$b = \frac{5}{6} b'$ rückſichtlich der im Obertheile des Bogens activen Schubkräfte q^I, q^2 ꝛc. würklich groß genug angenommen worden ſey, ſo finden wir hier,

„daß die ſchädliche Momentſumme 𝔐′ das nützliche Moment M′ um eine „Differenz

$$M' - \mathfrak{M}' = (229{,}9412 - 231{,}364 \text{ Lg} = - 1{,}4228 \text{ Lg}$$ ℔.

„übertreffen und daß alſo rückſichtlich der im Obertheile des Bogens ſchädlichen „Schubkräfte die angenommene Gewölbdicke $b = \frac{5}{6} b'$ und die nach ihr gewählte „Uebergangsfuge nicht beibehalten werden könnte, wenn nicht dieſe Differenz „in ſolchem Grade klein wäre, daß man ſie rückſichtlich des Zuſammen- „hanges der Theile der Uebermauerung (§. 35, Nr. 7, B) als 0 be- „trachten könnte.

Sechster Abſchnitt.

Von dem Seitendrucke nackter und belaſteter Gewölbbögen und der Berechnung der Widerlagerſtärke.

§. 40.

1) Ein Gewölbbogenpfeiler iſt eine Stütze, die blos zu der lothrechten Unterſtützung zweier auf ihn aufgeſetzter und einander entgegen ſtehender Gewölbbögen dienen ſoll.

2) Ein Widerlager bey einem Gewölbbogen iſt zwar ebenfalls eine Stütze, aber eine ſolche, durch welche der auf ihn aufgeſetzte Gewölbbogen nicht blos lothrecht unterſtützt, ſondern auch noch von derjenigen Seite her, in welcher der Bogen auswärts drückt, gegen das Zuſammenfallen geſichert ſeyn ſoll.

3) Ein am Lande ſtehendes Widerlager wird von manchen Bauleuten ein Landpfeiler genannt, welches ſtreng genommen unrichtig iſt, weil Pfeiler weniger, als

Widerlager ſind. Man ſollte das, was man Landpfeiler nennt, Landwiderlager nennen. — Wenn ein Widerlager nicht am Lande, ſondern zwiſchen Landwiderlagern ſteht und würklich ein Widerlager und kein bloſer Pfeiler iſt, ſo nennt man dieſes einen Mittelpfeiler, welches ebenfalls falſch iſt, weil es keinen Landpfeiler giebt; man ſollte es ein Mittelwiderlager nennen. Jeder Bogenpfeiler ſteht zwiſchen Landwiderlagern, er kann aber zweierley ſeyn, ein würklicher bloſer Bogenpfeiler, aber auch noch mehr, als dieſes, ein Widerlager nämlich.

Wenn von Widerlagern die Rede iſt, ſo kann man nicht blos das Stück EDK′K″KE, ſondern dieſes mit dem Stücke K″KRS (Fig. 8) zuſammengenommen verſtehen; wir ſind aber daran gewöhnt, das erſtgenannte Stück ein Widerlager und das andere Stück die Hintermauerung zu nennen und ſprechen in der Folge nach dieſer unſerer Gewohnheit, was man hier wohl merken muß.

4) Die Stabilität eines Widerlagers iſt von dem Gewichte deſſelben, mit welchem es auf ſeine Unterſtützungsfläche preßt, nebſt dem aber auch noch von der beſondern Art, wie es in ſeinen Theilen zuſammen, und auf ſeine Unterſtützungsfläche aufgeſetzt iſt, abhängig. Das Gewicht des Widerlagers aber hängt ab von den beiden Höhen, in welchen die beiden Ende K′ und K″ (Fig. 8) der Widerlagerfuge in K′K″, in welcher der Gewölbbogen aufſitzt, über der Grundfläche des Widerlagers liegen, und ferner von der Länge, der Breite und von dem Gewichte eines Cubicfußes der Maſſe des Widerlagers. Die genannten Höhen, z. E. E′U′ = D′U bey dem Bogen UU′A′A, oder EK > DK′ bey dem Bogen K′K″A′A, ſind ſtets durch Umſtände beſtimmte, alſo gegebene Größen; die Breite des Widerlagers, nach der Richtung der Axe des Gewölbes genommen, iſt auch ſtets eine gegebene Größe; desgleichen iſt auch das ſpecifiſche Gewicht g eines Cubicfußes der Steinmaſſe, woraus das Gewölb und deſſen Widerlager beſteht, ſtets als gegeben anzunehmen; alſo blos die nach der Richtung der Sehne des Gewölbbogens vorzuſtellende horizontale Dicke oder Länge, z. E. E′D′ oder ED, die ich immer St nenne, iſt diejenige Größe, die man zur Verſtärkung oder Schwächung des Widerlagers vergrößern und verkleinern kann, weswegen man unter Stärke eines Widerlagers gewöhnlich nur dieſe St zu verſtehen pflegt.

§. 41.

Wie man in der Beſtimmung der Gewölbdicke AA′ = K′K″ oder b ſchwankend und ungewiß iſt und ſich dabey, im Blinden tappend, mehr an die durch keine Einſicht begründete Empirie, als an ſtatiſche Gründe hält, eben ſo iſt es auch in der Beſtimmung der Widerlagerſtärke St der Fall.

1) Röder ſagt S. 196 ſeines vorerwähnten Werkes Folgendes: „Die Beſtimmung der Dicke oder Länge der Widerlager iſt unſtreitig für die Stabilität eines

Gewölbbogens einer der allerwichtigſten Gegenſtände. Auch hier wollen wir bey den **vorhandenen Muſtern** Auskunft ſuchen, vorher aber die Umſtände näher erwägen, unter welchen ein Widerlager dem erhaltenen Seitendrucke nachgeben könnte.“ — Vorher hatte nämlich **Röder** ſchon Seite 190 Folgendes geſagt: „Wir dürfen wohl annehmen, daß eine vorhandene große Brücke, deren Veſtigkeit die Zeit erprobt hat, auch als **Muſter** für eine ähnliche große oder kleinere, mit Berückſichtigung der Localumſtände, gelten könne. So haben die Brückenbaumeiſter nicht blos bis zur Erfindung der **Lahir'ſchen Hypotheſe**, ſondern bis auf dieſen Tag verfahren, und — welcher verſtändige Practiker würde ſich in einem ſo wichtigen Falle unbedingt **theoretiſchen** Formeln anvertrauen? Um alles zu erſchöpfen ſoll man zwar dieſe Berechnungen ſtudiren und ihre Reſultate mit **vorhandenen** ähnlichen Brückendimenſionen vergleichen, aber in ſo wichtigen Puncten, wie die Gewölb- und Widerlagersdicken ſind, ſich mehr nach den **Beiſpielen**, als nach den **Theorien** richten. Die lehrreichſten Muſter bieten uns die **franzöſiſchen** Brücken dar; in keinem Lande iſt der Brückenbau wiſſenſchaftlicher, in ſo großer Ausdehnung und mit mehr Kühnheit getrieben worden, als in Frankreich.“ **Röder** legt alſo doch einen Werth auf **wiſſenſchaftliches** Betreiben des Gewölbbaues, unter einem **ſolchen** Betreiben kann er aber doch wahrhaftig nicht jenes total **empiriſche** verſtehen, worin man **nur nach Exempeln** baut und ſich weiter nichts um die Beantwortung der Frage bekümmert, wer denn doch auch den Franzoſen **Exempel** zu ihren Meiſterwerken gegeben, oder ob etwa dieſe Leute nur auf gutes Glück in das Blaue hinein gebauet haben. — Weiter lehrt uns Röder S. 198 Folgendes über die Beſtimmung der **Widerlagerbreite**: „Wenn die Summe der Gewichte des **halben Gewölbbogens**, der **Ausmaue-** „**rung**, der **Brüſtungen**, des **Pflaſters** und der **zufälligen Belaſtung** S „Pfunde enthält und der am Mittelpunpte C dem **halben Bogen** K''A' (Fig. 8) zu- „gehörende Winkel w heißt, ſo iſt der **horizontale** Seitenſchub Σ, welchen der be- „laſtete Bogen gegen das Widerlager ausübt, $= \frac{S}{\text{Tang } w}$.“ — **Je kleiner** aber w iſt, deſto **flacher** iſt der Bogen, deſto kleiner iſt die Tang. w, **deſto größer** iſt alſo der Quotient $\frac{S}{\text{Tang. } w}$ oder der Seitendruck Σ; **je größer** hingegen w iſt, deſto **weniger** flach iſt der Bogen, **deſto größer** wird die Tang. w, **deſto kleiner** wird alſo $\frac{S}{\text{Tang } w}$ oder der Seitendruck. Nach dieſer Formel wird alſo, wie wir ſchon in §. 4 bemerkt haben, für einen halbkreisförmigen Bogen UU'A'A... (Fig. 8), bey welchem der Winkel UCA oder w = 90° und alſo Tang. 90° **unendlich groß iſt**, der Seitendruck

$$\Sigma = \frac{S}{\infty} = 0,$$

es fände demnach bey einem ſolchen Bogen, **gleich als wenn er nur aus einem**

Stücke beſtände, gar kein Seitendruck Statt. Daß aber dieſes nicht wahr ſey, das iſt daraus offenbar, daß ein aus Keilen componirter Bogen nothwendig anders drücken muß, als einer, der in allen ſeinen Theilen veſt zuſammengewachſen iſt. Nach §. 28, Nr. II, 1, B, c ꝛc. kommt dem Schenkel UU'A'A eines ſolchen Bogens ein durch die Kräfte Q', Q'' ꝛc. verurſachtes Beſtreben D zu, auf ſeiner Unterſtützungsfläche, die ihm das Widerlager E'D'UK' in UK' darbietet, horizontal auswärts zu gleiten, welchem D aber der Reibungswiderſtand, welcher mit der Preſſung P des Bogenſchenkels in der Fläche in UK' in Verbindung ſteht, nach den dortigen Unterſuchungen zureichend begegnet wird. — Nach der obigen falſchen Formel rechnet nun Röder ſo, wie hier folgt: Durch das vorerwähnte Gewicht S des beſchwerten Bogens (z. E. des K'K''A'A, Fig. 8) wird nach ſeiner Lehre, die Maſſe des Widerlagers lothrecht auf den horizontalen Boden in ED, auf dem ſie aufſitzt, aufgepreßt und es entſteht dadurch ein Reibungswiderſtand, welcher $= \frac{1}{2}$ S iſt und weswegen man annehmen kann, „der Seitendruck Σ ſey um $\frac{1}{2}$ S geringer, als er „würklich iſt."

Deswegen ſoll man $\frac{1}{2} S$ von Σ abziehen und ein dem Reſte $\mathfrak{R} = \Sigma - \frac{1}{2} S$ oder $\frac{S}{\text{Tang. } w} - \frac{1}{2} S$ gleicher Widerſtand ſoll, nach Röder, hinlänglich ſeyn, das Widerlager gegen das Verſchieben zu ſichern. Man ſoll daher dieſen Reſt R, welcher ſich auf Pfunde bezieht, durch die Pfundezahl g eines Cubicfußes Widerlagermaſſe dividiren und ſomit aus ihm die dazu gehörende Zahl C von Cubicfußen beſtimmen. Nun ſoll man aus der gegebenen mittleren Höhe H des Widerlagers und ſeiner Länge L den Flächenraum H × L ſuchen und dieſen in die Zahl C dividiren, wodurch ſich die Dicke

$$\text{DE oder St} = \frac{\mathfrak{C}}{H\mathfrak{L}}$$

des Widerlagers, die dem Gewichtsreſte R entſpricht, ergeben und nun für die Sicherung des Widerlagers gegen das Verſchieben deſſelben zureichend ſeyn ſoll. — Dieſes Reſultat aber ſoll man, weil man ihm doch nicht ganz trauen kann, erſt noch mit vorliegenden Beiſpielen vergleichen und ſoll ſich ſo, im Blinden tappend, eine St wählen. — Freilich, wenn man in der Theorie ſo übel verfährt, daß aus ihr ſolche Unrichtigkeit hervorgeht, wie uns hier Röder gelehrt hat, dann iſt es allemal noch beſſer, wenn man ſich nach den Beiſpielen der Franzoſen richtet. Man kann kaum begreifen, wie ein Schriftſteller, der ſich angemuthet hat, ein ganzes Werk über Brückenbaukunde zu ſchreiben, gerade in einer der wichtigſten Lehren von dem Gewölbbaue ſolche Unrichtigkeiten, wie die obigen ſind, vorbringen konnte. Wir haben aber nur erſt bemerklich gemacht, daß die Formel $\frac{S}{\text{Tang. } w}$ falſch ſey, weil ſie für $w = 90°$ eine Albernheit gebe, dazu aber kommt auch noch eine zweite, nämlich die,

„daß eine Widerlagermaſſe, deren Gewicht G der Pfundezahl $\mathfrak{R} = \frac{S}{\text{Tang. w}} - \frac{1}{2} S$
„gleich iſt, zureichend ſchwer ſeyn ſoll, um dem eben genannten Seitendrucke
„zu widerſtehen.“

Wenn man eine Widerlagermaſſe, deren Gewicht G dieſem Reſte gleich iſt, auf die Grundfläche in ED aufſetzt, wodurch würkt denn da die Maſſe dem genannten Reſte entgegen? Sie drückt einerſeits mit einem fremden von dem auf ſie preſſenden Bogen herkommenden Gewichte S auf die Fläche in ED und es entſteht dadurch ein Reibungswiderſtand $\frac{1}{2}$ S, ſo daß alſo nun von dem ganzen Seitendrucke Σ des Bogens nur noch der Reſt $\Sigma - \frac{1}{2} S$ zu überwinden iſt; ſie drückt aber zu dem auch noch mit ihrem eigenen Gewichte G auf die Fläche in ED und erzeugt dadurch noch einen weitern Reibungswiderſtand $\frac{1}{2}$ G, wodurch der Reſt

$$\Sigma - \frac{1}{2} S$$

überwunden werden ſoll. Alſo muß zum Wenigſten G ſo groß ſeyn, daß

$$\frac{1}{2} G = \Sigma - \frac{1}{2} S$$

iſt, es muß alſo $G = 2(\Sigma - \frac{1}{2} S)$ ſeyn.

Nach Röder aber ſoll ja ſchon ein Gewicht

$$G = 1 . (\Sigma - \frac{1}{2} S)$$

hinlänglich ſeyn, um das Widerlager vor dem Verſchieben zu ſichern (ſ. a. a. O. Seite 199) und nur aus einem ſolchen G ſoll man St berechnen. — Iſt das nicht ganz offenbar falſch?

Ferner ſagt Röder über die dem 118ten Paragraphen ſeines Buches beigefügte Tafel: „Im Allgemeinen (d. h. aber hier nur im Oberflächlichen) geht hervor, daß „man für Widerlager und für ſolche Mittelpfeiler, die nicht blos als Stützen, „ſondern nebſt dem auch noch als Widerlager dienen ſollen, $\frac{1}{5}$tel der Spannweite „(2 W) als die Breite ED oder St annehmen könne, wenn nämlich die Bö„gen halbkreisförmige oder nur wenig gedrückte ſind, daß man hingegen „für ſolche kreisförmige Bögen, die bis auf $\frac{1}{4}$ und für Korbbögen, die bis auf „$\frac{1}{3}$ ihrer Spannweite (2 W) verdrückt ſind, St $= \frac{1}{4}$ der Spannweite (2 W) zu neh„men habe und daß endlich bey Bögen, welche ſtärker, als bis auf $\frac{1}{5}$ ihrer Spann„weite verdrückt ſind, eine St, die $\frac{1}{3,5}$ der 2 W beträgt, vollkommene Sicherheit ge„währt.“

Das iſt das Reſultat aus jener Tabelle, und die Sätze deſſelben müßen für alle und jede Grade von Beſchwerung der Bögen, von welchen in jener Tabelle durchaus nichts bemerklich gemacht worden iſt, eben deswegen richtig ſeyn, weil, ja dort von Beſchwerungsgraden der Bögen gar nichts vorkommt!!!

Man kann, fügt Röder noch hinzu, dieſe Angaben für die St als Maxima anſehen, denn die Erfahrung hat gezeigt, daß ſelbſt dünnere Widerlager, zumal mit hinten angelegten Strebepfeilern, noch haltbar ſind. (Warum hat denn dieſes die Erfahrung gezeigt?)

2) Langsdorf hat in ſeinem ſchon öfters angeführten Werke S. 224 eine Formel nach eben ſolchen Erfahrungen, welche der vorerwähnten von Röder gegebenen Regel zum Grunde liegen, abgeleitet, und zwar ſo, daß man daraus nicht blos die Widerlagerdicke, ſondern auch die Dicke (nach der Länge der Brücke gemeſſen) eines ſolchen Mittelpfeilers, der nicht zugleich auch noch als Widerlager dienen ſoll, berechnen kann. Der Hauptſatz, worauf er bey der Ableitung ſeiner Formel Rückſicht genommen hat, iſt folgender: „Ein Widerlager und ein Pfeiler bedarf einer deſto „größeren Dicke, je größer die Bogenweite 2 W und je bedeutender die Verdrückung „des Bogens, je kleiner alſo die Höhe H in Vergleichung mit 2 W iſt.' — Die Formel ſelbſt iſt folgende:

$$St = \frac{(2\,W \pm 12)\,2\,W}{(12 \mp 4)\cdot(W + H)} + 2 \text{ Fußen.}$$

Darin gelten die oberen Zeichen für Widerlager, die untern aber für bloſe Stützen oder Pfeiler, wie die bey Brücken nicht für Seitendruck angelegten Mittelpfeiler ſind. — Z. B. bey der Brücke von Orléans hat man $2\,W = 100$, $H = 28$ Fußen und die Dicke St der Pfeiler, die da zugleich als Wiederlager dienen, iſt $= 18$ Fußen. Die obige Formel giebt hier

$$St = \frac{(100 + 12)\,12}{(12 - 4)\cdot(50 + 28)} + 2$$

$$= 18 + 2 = 20 \text{ Fußen,}$$

alſo zwey Fuße ſtärker, als St in der Würklichkeit iſt. — Auch dieſe Formel iſt mangelhaft, weil bey ihr auf die Grade der Belaſtung der Bögen und auf die Höhe der Widerlager durchaus keine Rückſicht genommen iſt.

3) Wir weichen gänzlich von den bisher üblich geweſenen Beſtimmungsmethoden der Größe St ab, wie aus dem nun Folgenden erhellen wird.

§. 42.

Aufgabe: „Für einen kreisbogenförmigen und aus gleichlangen Keilen beſtehen„den Gewölbbogen K'K''A'A (Fig. 8) ſey aus der für ihn gegebenen W, H und δ der „ihm zugehörende Halbmeſſer R, der Keilwinkel α und die Anzahl n ſeiner Keile ſo berech„net worden, daß der halbe Schlußſtein den erſten der von A'A aus gezählten Keil „ausmacht und daß demnach der Schlußſtein gerade doppelt ſo dick, als ein Keil iſt. „Ferner ſey auch für dieſen Bogen die den möglichen Fugenriſſen zureichend reagirend

„Bogendicke oder Keillänge AA′ = K′K″ oder b nach den vorhin gegebenen Lehren „beſtimmt worden. — Man ſoll nun für dieſen Bogen, ſey er ein nackter oder „ein durch eine Uebermauerung und eine dieſer eingerechnete Nutzlaſt L beſchwerter Bo„gen, diejenige Dicke ED oder St berechnen, die man ſeinem Wiederlager E𝔎K″K′DE „zu geben hat, damit dieſes bey den gegebenen Höhen DK′ = H und E𝔎 = H′, „der Länge L deſſelben und dem bekannten Gewichte g eines Cubicfußes ſeiner Maſſe „eine ſolche Gewichtsgröße G bekomme, bey welcher es unmöglich iſt, daß es durch „den Seitendruck des Bogens auf ſeiner horizontalen Grundfläche in ED auswärts „geſchoben oder um die hintere Kante E ſeiner Grundfläche auswärts gedreht „werden könne.

Aufloͤſung:

I.) Berechnung des horizontalen Seitendruckes Σ^* und des lothrecht abwärtsgehenden Druckes Δ^*, welchen der in der Widerlagerfläche in K′K″ aufſitzende Gewölbbogen K′K″A′A gegen das Widerlager EDKK″𝔎E ausüben muß.

1) Der aus n Keilen componirte Bogen übt in der Fläche in K′K″ eine gewiſſe Summe von Preſſungen aus, die man ſich als eine in einem gewiſſen Puncte m dieſer Fläche vereinigte Preſſungsſumme, welche in ſenkrechter Richtung gegen dieſe würkt, denken kann. Dieſe Preſſungsſumme iſt in dem Falle, wenn

A) der Bogen ein nackter iſt, eine von allen n Keilen bewürkte Preſſungsſumme

$$\mathfrak{P}^n = \mu^n\, b\,.\,Lg$$

(§. 27, Nr. 2), die wir hier bis auf Lg als berechnet annehmen, und, indem wir die Zahl μ^n . b durch $\mathfrak{Y}$ bezeichnen, durch

$$\mathfrak{Y}\,.\,Lg$$

ausdrücken; wenn aber

B) der Bogen ein übermauerter iſt, ſo iſt die gegen K′K″ würkende Preſſungsſumme eine ſolche, die nicht von allen n Keilen des Bogens, ſondern nur von denjenigen m Keilen deſſelben, die unterhalb der nach §. 35, Nr. 7 angenommenen Uebergangsfuge folgen, herkommt und die nach §. 36, Nr. 4 eine Größe

$$p^m \text{ oder } \mathfrak{Y}\,.\,Lg$$

iſt, worin hier die Zahl $\mathfrak{Y}$ nach den dortigen Regeln als berechnet angenommen wird.

Beiſpiele:

A) Für den nackten Bogen.

In §. 27, Nr. 4 iſt für den dort als Beiſpiel angenommenen Bogen von 47 Keilen die $\mathfrak{P}^{47} = 108{,}0875879\,.\,b\;Lg$ ℔

und in §. 29, Nr. II., 7, C iſt die zu dieſem Bogen gehörende Keillänge $b = 6{,}091$ Fußen Rhein. gefunden worden. Nimmt man nun hier zur Abkürzung für den in $\mathfrak{P}^{47}$ ſtehenden Coefficienten μ^{47} die Zahl 108,0876 und ſtatt $b = 6{,}091$ Fußen die Zahl 6,1 Fußen an, ſo erhält man

$$\mathfrak{P}^{47} = \mu^{47} \cdot b \cdot Lg = 108{,}0876 \cdot 6{,}1 \; Lg \text{ oder}$$

$$\mathfrak{Y}Lg = 659{,}3343 \; Lg, \text{ und es iſt alſo hier der Coefficient}$$

$$\mathfrak{Y} = 659{,}3343 \, .$$

B) Für den übermauerten Bogen.

In §. 36, Nr. 6, B, a iſt in dem dort als Beiſpiel angenommenen aus 47 Keilen beſtehenden Bogen, worin die 32ſte Fuge als Uebergangsfuge für die Gewölbdicke $b = 5$ Fußen angenommen worden iſt und wornach die Zahl m der Keile des gegen das Widerlager preſſenden Untertheils des Bogens $= 15$ ſeyn mußte, die $p^m = p^{15} = \mathfrak{Y}Lg = 1601{,}1778 \; Lg$ ℔ gefunden worden und es iſt alſo hier der für den übermauerten Bogen zu brauchende Coefficient

$$\mathfrak{Y} = 1601{,}1778 \; Lg$$

2) An dem Gewölbbogen ſind ferner die Schubkräfte Q wůrkſam und erzeugen in ſeiner Grundfläche in K′K″ ein Beſtreben $\mathfrak{D}$ von K′ nach ψ hin auswärts zu gleiten.

A) Für den nackten Bogen iſt nach §. 28, Nr. II., B, b in der Widerlagerfläche in K′K″ das Ausgleitungsbeſtreben

$$\mathfrak{D} = [\mathfrak{P}^1 . \text{Cos } (r-1)\alpha + \mathfrak{P}^2 \text{ Cos. } (r-2)\alpha + \mathfrak{P}^3 . \text{Cos. } (r-3)\alpha + \ldots + \mathfrak{P}^r] \text{ Sin.} \alpha,$$

worin $\mathfrak{P}^1 . \text{Sin.} \alpha = Q^1$, $\mathfrak{P}^2 . \text{Sin.} \alpha = Q^2$ ꝛc. und r die Zahl der Keile des am Scheitelkeile 1 anliegenden und auf der Fläche in K′K″ aufſitzenden Bogenſtückes, an welchem die Schubkräfte $Q^1, Q^2, \ldots, Q^{n-1}$ würken, bedeutet. Drückt man hier die Zahl r der von dem Scheitelkeile 1 herunter nach dem Widerlager hin gezählten Keile 2, 3, 4, 5, ... r durch die Zahl n aller im Bogen K′K″A′A enthaltenen Keile aus, ſo hat man

$$r = (n-1), \; (r-1) = (n-2), \; (r-2) = (n-3) \text{ ꝛc.}$$

und es iſt alſo das durch die $Q^1, Q^2, \ldots\ldots, Q^{n-1}$ und die Keilzahl n ausgedrückte Ausgleitungsbeſtreben

$$\mathfrak{D} = Q^1 . \text{Cos. } (n-2)\alpha + Q^2 . \text{Cos. } (n-3)\alpha + Q^3 . \text{Cos. } (n-4)\alpha + \ldots + Q^{n-2} . \text{Cos. } \alpha + Q^{n-1},$$

welches wir durch $\mathfrak{X}Lg$ bezeichnen.

B) Für den übermauerten Bogen.

In dieſem finden, wie wir in §. 35 und 36 gezeigt haben, zwey Gattungen von Schubkräften Statt und nur die an dem aus m Keilen des Untertheiles des Bogens wůrkſamen $m-1$ Schubkräfte $q^1, q^2, q^3, \ldots, q^{m-1}$ würken dadurch, daß

dieſes Untertheil durch ſeine Preſſung in das Widerlager in $K'K''$ gleichſam eingehängt iſt, auf das Widerlager; die am Obertheile des Bogens würkſamen $[(n-m)-1]$ Schubkräfte q^1, q^2 ꝛc. hingegen würken auf den Gegenbogen in AA' und erzeugen ein Beſtreben des Obertheils, auf der Fläche des Gegenbogens in AA' aufwärts zugleiten, welches aber wegen des großen Reibungswiderſtandes, der in dieſer Fläche durch die beiden Preſſungsſummen p^m und p^m, mit welchen die beidan Bögen horizontal gegen einander preſſen, nicht möglich iſt. Alſo nur die $(m-1)$ Schubkräfte des aus m Keilen beſtehenden und zwiſchen $K'K''$ und der Uebergangsfuge liegenden Untertheiles des übermauerten Bogens ſind hier in der Berechnung des Ausgleitungsbeſtrebens D, mit welchem der Bogen das Widerlager von K'' nach ψ hin auswärts ſchiebt, in Anſchlag zu bringen und man erhält hier D, wenn man in der obigen Gleichung m ſtatt n und $q^1, q^2, \ldots, q^{m-1}$ ſtatt $Q^1, Q^2, \ldots, Q^{n-1}$ ſetzt; es iſt hier das Ausgleitungsbeſtreben

$$D = q^1 . \text{Cos.}\,(m-2)\,\alpha + q^2 . \text{Cos.}\,(m-3)\,\alpha + q^3 . \text{Cos.}\,(m-4)\,\alpha + \ldots + q^{m-2} . \text{Cos.}\,\alpha + q^{m-1},$$

welches wir ebenfalls durch XLg bezeichnen.

Zuſatz:

Rechnungsbeiſpiele zu Nr. A und B für die bisher als Beiſpiele angenommen Gewölbbögen.

A) Für den nackten Bogen.

Für dieſen iſt nach vor. Nr. 1 die $b = 6{,}1$ Fuß angenommen worden und die Werthe der $Q^1, Q^2, \ldots, Q^{n-1}$ ſind im Zuſatze zu §. 27 berechnet worden. Die Reihe der Coſinus iſt hier für $n = 47$ dieſe: Cos. 45 α, Cos. 44 α, Cos. 43 α, ... Cos. 2 α, Cos. α, Cos. 0 α, die man aus §. 23, Nr. 6, F nehmen kann. Dafür iſt die Berechnung des D folgende

Q^1	Cos. 45α	= 0,0012	. 6,1	. 0,6293	Lg	=	0,0046	Lg
Q^2	Cos. 44α	= 0,0036	. ſ	. 0,6445	Lg	=	0,0141	Lg
Q^3	Cos. 43α	= 0,0072	. ſ	. 0,6595	Lg	=	0,0289	Lg
Q^4	Cos. 42α	= 0,0120	. ſ	. 0,6743	Lg	=	0,0493	Lg
Q^5	Cos. 41α	= 0,0181	. ſ	. 0,6887	ſ	=	0,0760	ſ
Q^6	Cos. 40α	= 0,0253	. ſ	. 0,7029	ſ	=	0,1084	ſ
Q^7	Cos. 39α	= 0,0338	. ſ	. 0,7169	ſ	=	0,1478	ſ
Q^8	Cos. 38α	= 0,0434	. ſ	. 0,7305	ſ	=	0,1933	ſ
Q^9	Cos. 37α	= 0,0542	. ſ	. 0,7439	ſ	=	0,2459	ſ
Q^{10}	Cos. 36α	= 0,0667	. ſ	. 0,7569	ſ	=	0,3079	ſ
Q^{11}	Cos. 35α	= 0,0794	. ſ	. 0,7697	ſ	=	0,3727	ſ

Q^{12}	Cos. 34α	=	0,0938	. 6,1 .	0,7822	Lg	= 0,4475	Lg
Q^{13}	Cos. 33α	=	0,1093	. : .	0,7944	:	= 0,5296	:
Q^{14}	Cos. 32α	=	0,1272	. : .	0,8062	:	= 0,6255	:
Q^{15}	Cos. 31α	=	0,1451	. : .	0,8178	:	= 0,7238	:
Q^{16}	Cos. 30α	=	0,1641	. : .	0,8290	:	= 0,8298	:
Q^{17}	Cos. 29α	=	0,1842	. : .	0,8399	:	= 0,9437	:
Q^{18}	Cos. 28α	=	0,2055	. : .	0,8505	:	= 1,0661	:
Q^{19}	Cos. 27α	=	0,2279	. : .	0,8607	:	= 1,1965	:
Q^{20}	Cos. 26α	=	0,2515	. : .	0,8706	:	= 1,3356	:
Q^{21}	Cos. 25α	=	0,2761	. : .	0,8802	:	= 1,4824	:
Q^{22}	Cos. 24α	=	0,3018	. : .	0,8894	:	= 1,6373	:
Q^{23}	Cos. 23α	=	0,3287	. : .	0,8982	:	= 1,8009	:
Q^{24}	Cos. 22α	=	0,3566	. : .	0,9067	:	= 1,9723	:
Q^{25}	Cos. 21α	=	0,3855	. : .	0,9149	:	= 2,1514	:
Q^{26}	Cos. 20α	=	0,4155	. : .	0,9227	:	= 2,3386	:
Q^{27}	Cos. 19α	=	0,4466	. : .	0,9302	:	= 2,5341	:
Q^{28}	Cos. 18α	=	0,4787	. : .	0,9372	:	= 2,7366	:
Q^{29}	Cos. 17α	=	0,5118	. : .	0,9439	:	= 2,9468	:
Q^{30}	Cos. 16α	=	0,5459	. : .	0,9503	:	= 3,1644	:
Q^{31}	Cos. 15α	=	0,5810	. : .	0,9563	:	= 3,3892	:
Q^{32}	Cos. 14α	=	0,6171	. : .	0,9619	:	= 3,6208	:
Q^{33}	Cos. 13α	=	0,6541	. : .	0,9671	:	= 3,8587	:
Q^{34}	Cos. 12α	=	0,6921	. : .	0,9719	:	= 4,1031	:
Q^{35}	Cos. 11α	=	0,7310	. : .	0,9764	:	= 4,3538	:
Q^{36}	Cos. 10α	=	0,7708	. : .	0,9805	:	= 4,6101	:
Q^{37}	Cos. 9α	=	0,8115	. : .	0,9841	:	= 4,8714	:
Q^{38}	Cos. 8α	=	0,8532	. : .	0,9845	:	= 5,1238	:
Q^{39}	Cos. 7α	=	0,8956	. : .	0,9904	:	= 5,4107	:
Q^{40}	Cos. 6α	=	0,9399	. : .	0,9929	:	= 5,6926	:
Q^{41}	Cos. 5α	=	0,9831	. : .	0,9951	:	= 5,9675	:
Q^{42}	Cos. 4α	=	1,0280	. : .	0,9968	:	= 6,2507	:
Q^{43}	Cos. 3α	=	1,0738	. : .	0,9982	:	= 6,5383	:
Q^{44}	Cos. 2α	=	1,1204	. : .	0,9992	:	= 6,8289	:

Q^{45} Cos.	1α	= 1,1677	.	0,9999	=	7,1222	;
Q^{46} Cos.	0α	= 1,2129	.	1,0000	=	7,3987	;

Addirt man uun die bey Lg ſtehenden Coefficienten zuſammen und nennt ihre Summe $\mathfrak{X}$, ſo hat man

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{X} \cdot Lg = 117{,}1323 \cdot Lg$$

B) Für den übermauerten Bogen.

Bey dieſem iſt nach §. 36 die Keilzahl m ſeines gegen das Widerlager in K′K″ preſſenden Unterheiles = 15 und es finden alſo da 15—1 oder 14 Schubkräfte $q^1, q^2, \ldots q^{14}$ Statt, welche ein Augleitungsbeſtreben $\mathfrak{D}$ des Untertheils des Bogens und einen Schub $\mathfrak{D}$ des Widerlagers von K′ gegen ψ hin verurſachen. Für m = 15 hat man alſo hier nach der in vor. Nr. B für das Beſtreben $\mathfrak{D}$ angegebenen Formel die Coſinusreihe Cos. 13α, Cos. 12α, Cos. 11α, ..., Cos. 2α, Cos. α Cos. 0α aus §. 23, Nr. 6, F zu nehmen und mit den aus §. 36, Nr. 6, C, a genommenen Schubkräften $q^1, q^2, q^3, \ldots, q^{14}$ zu multipliciren, wodurch man Folgendes erhält:

q^1	. Cos. 13α	= 0,0471	. 0,9671	=	0,0455	Lg
q^2	. Cos. 12α	= 0,1585	. 0,9719	=	0,1540	;
q^3	. Cos. 11α	= 0,3420	. 0,9764	=	0,3339	;
q^4	. Cos. 10α	= 0,5948	. 0,9805	=	0,5832	;
q^5	. Cos. 9α	= 0,9093	. 0,9841	=	0,8145	;
q^6	. Cos. 8α	= 1,3042	. 0,9875	=	1,2879	;
q^7	. Cos. 7α	= 1,7699	. 0,9904	=	1,7529	;
q^8	. Cos. 6α	= 2,2358	. 0,9929	=	2,2199	;
q^9	. Cos. 5α	= 2,8529	. 0,9951	=	2,8389	;
q^{10}	. Cos. 4α	= 3,5219	. 0,9968	=	3,5106	;
q^{11}	. Cos. 3α	= 4,3234	. 0,9982	=	4,3156	;
q^{12}	. Cos. 2α	= 5,1660	. 0,9992	=	5,1618	;
q^{13}	. Cos. 1α	= 6,0758	. 0,9998	=	6,0786	;
q^{14}	. Cos. 0α	= 7,0096	. 0,0000	=	7,0096	;

Addirt man nun die bey Lg ſtehenden Coefficienten zuſammen und nennt ihre Summe $\mathfrak{X}$, ſo hat man

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{X} Lg = 36{,}1069 \text{ Lg ℔}$$

3) Durch die in voriger Nr. 1 berechnete Preſſungsſumme $\mathfrak{Y}$Lg leidet das Widerlager in ſeiner Fläche in K′K″ einen horizontalen Seitendruck me oder Σ und einen lothrecht abwärts gehenden Druck mg oder Δ.

Zu der Beſtimmung dieſer beiden Preſſungen dient das bey m rechtwinklichte Parallelogramm mfge, worin mf = 𝔜Lg (d. h. $\mathfrak{P}^n$ oder p^m) ſeyn ſoll und der W. fmg oder fmt = tCm = β = 90°—K′CA = 90°— nα iſt. Darin hat man

me oder Σ = fg = mf . Sin. fmg = 𝔜Lg . Cos. nα,

mg oder $\triangle$ = mf . Cos. fmg = 𝔜Lg . Sin. nα.

„Je größer der Bogenwinkel K′CA oder nα wird und je mehr alſo der „Fußwinkel K′CU′ oder β abnimmt, deſto kleiner wird der von „𝔜Lg (von $\mathfrak{P}^n$ oder p^m) herkommende Seitendruck Σ, jedoch aber nur rückſichtlich des Factors Cos. nα, denn die Preſſungsſumme 𝔜Lg nimmt ja dann „auch zu, weil der Bogen länger wird. Wird nα = 90° und alſo β = o, ſo „iſt der Bogen die Hälfte eines halbkreisförmigen Gewölbbogens und bey „dieſem iſt dann Σ = 𝔜Lg . Cos. 90° = 𝔜 . Lg . o = o.

„Rückſichtlich der Preſſungsſumme 𝔜Lg übt alſo der halbkreisförmige Bogen, bey welchen die Richtungslinie mf des Würkens dieſer Preſſungsſumme eine lothrechte Lage haben muß, keinen Seitendruck aus; „ganz anders verhält ſich aber, wie wir künftig ſehen werden, die Sache „rückſichtlich des bey einem ſolchen Bogen Statt habenden Ausgleitungsbeſtrebens 𝔇, denn dieſes würkt dann nicht mehr von K′ nach ψ hin „aufwärts, ſondern es würkt, weil der Bogen bis in die Horizontallinie UU′ „herunter geht, horizontal auswärts.

4) Durch das in vor. Nr. 2 berechnete in der Richtung der Widerlagerfuge in K″K′ würkſame Ausgleitungsbeſtreben 𝔇 des Bogens leidet das Widerlager noch einen zweiten horizontalen Seitendruck ms oder Σ′. Der Bogen iſt nämlich nach §. 28, Nr. II., 1, C ꝛc. durch den in ſeiner Unterſtützungsfläche in K′K″ Statt habenden Reibungswiderſtand $\frac{1}{2}$. $\mathfrak{P}^n$ zurückgehalten, ſeinem Beſtreben 𝔇 zu folgen, er iſt gleichſam in die Fläche in K′K″ eingeſenkt, wodurch es alſo kommen muß, daß er das Widerlager auswärts ſchiebt. Zur Beſtimmung dieſes Seitendruckes ms oder Σ′ des

$$\mathfrak{D} = \mathfrak{X}Lg$$

conſtruire man das Parallelogramm mψsγ, worin mψ = 𝔇 = 𝔛Lg ſeyn ſoll und der W. smψ = tCm = β = 90° — nα iſt. Man hat hier

ms oder Σ′ = mψ . Cos. smψ = 𝔇 . Cos. β = 𝔛Lg . Sin. nα,

mγ oder $\triangle'$ = mψ . Sin. smψ = 𝔇 . Sin. β = 𝔛Lg . Cos. nα.

„Je größer der Bogenwinkel nα und je kleiner alſo der Fußwinkel „K′CU oder β wird, deſto größer wird der von dem Ausgleitungsbeſtreben 𝔇 herkommende Seitendruck Σ′ und es findet alſo das gerade Gegentheil „von dem, was nach vor. Nr. 3 bey Σ Statt hatte, bey Σ′ Statt; wenn Σ bey „der Zunahme des Bogenwinkels nα, bey der Verlängerung des Bogens, „rückſichtlich des Factors Cos. nα (vor. Nr. 3) abnimmt, ſo nimmt hierbey

$\Delta = \mathfrak{X}Lg . Cos. n\alpha = 19,202 . 6,1\ Lg . 0,5999549$

$= 11,52 . 6,1\ Lg = 70,272\ Lg$ tb.

h) Aus Δ und Δ' erhält man nach voriger Nr. 5 die lothrecht abwärts gehende Preſſungsdifferenz

$\Delta^* = \Delta - \Delta' = (\mathfrak{Y}\ Sin.\ n\alpha - \mathfrak{X}\ Cos.\ n\alpha)\ Lg$

$= (86,48 - 11,52) . 6,1\ Lg$

$= 74,96 . 6,1\ Lg = 457,256 . Lg$ tb.

B. Für den übermauerten Bogen.

a) Nach Nr. 1, B iſt für $b = 5'$ die Preſſungsſumme

p^{15} oder $\mathfrak{Y}Lg = 1601,1778\ Lg$ tb.

b) Nach Nr. 2, Zuſatz B, iſt für $b = 5'$ das Ausgleitungsbeſtreben $\mathfrak{D}$ oder

$\mathfrak{X}Lg = 36,1069\ Lg$ tb.

c) Aus $\mathfrak{Y}Lg$ und $Cos.\ n\alpha = Cos.\ 53°,8' = 0,5999549$ erhält man nach voriger Nr. 3 den Seitendruckstheil

$\Sigma = \mathfrak{Y}Lg . Cos.\ n\alpha = 1601,1778\ Lg . 0,5999549 = 960,6344\ Lg$ tb.

d) Aus $\mathfrak{X}Lg$ und $Sin.\ \alpha = Sin.\ 53,8' = 0,8000338$ erhält man nach voriger Nr. 4 den andern Seitendruckstheil

$\Sigma' = \mathfrak{X}Lg . Sin.\ n\alpha = 36,1069 . 0,8000338 = 28,8867\ Lg .$ tb.

e) Aus Σ und Σ' erhält man nach voriger Nr. 5 die Seitendruckſumme

$\Sigma^* = \Sigma + \Sigma' = (960,6344 + 28,8867)\ Lg$ tb

$= 989,5211\ Lg$ tb.

f) Aus $\mathfrak{Y}Lg$ in voriger Nr. a und $Sin.\ n\alpha = Sin.\ 53°,8' = 0,8000338$ erhält man nach Nr. 3 den lothrecht abwärts gehenden Druck

$\Delta = \mathfrak{Y}Lg . Sin.\ n\alpha = 1601,1778\ Lg . 0,8000338 = 1280,9996\ Lg$ tb.

g) Aus $\mathfrak{X}Lg$ in voriger Nr. b und aus $Cos.\ n\alpha = Cos.\ 53°,8' = 0,5999549$ erhält man nach vor. Nr. 4 den lothrecht aufwärts gehenden Druck

$\Delta' = \mathfrak{X}Lg . Cos.\ n\alpha = 36,1069\ Lg . 0,5999549 = 21,6625\ Lg$ tb.

h) Alſo iſt $\Delta^* = \Delta - \Delta' = (1280,9996 - 21,6625)\ Lg = 1259,3371\ Lg$ tb.

II. Berechnung der Widerlagerdicke ED oder St aus den in Nr. I gefundenen Preſſungen Σ* und Δ*.

Ein Widerlager EDK′K″K (Fig. 8) kann nur erſt unter der Bedingung durch die Seitenpreſſung Σ*, die an ihm ſo, wie eine in der Stelle m angebrachte Kraft, horizontal auswärts, von m nach μ hin, zieht, um ſeine hintere horizontale Kante in E aufwärts gedreht werden, „wenn es in dieſer Kante in E durch den Reibungswiderſtand, den es durch ſeine lothrechte Preſſung gegen ſeine horizontale Unterſtützungsfläche in ED ausübt, zurückgehalten iſt, horizontal auswärts, von E nach e hin, zu gleiten; denn zu der Umdrehung des Winkelhebels KED am Widerlager um die Stelle E iſt abſolut nothwendig, daß das Umdrehungspunct E gehörig von dem Ausgleiten nach e hin zurückgehalten ſey.

Demnach muß zuvörderſt diejenige Widerlagerſtärke oder Widerlagerdicke (§. 40, Nr. 4) in Betrachtung genommen werden, bey welcher es unmöglich iſt, daß das Widerlager durch den Seitendruck Σ*, welchen der auf ihm ſitzende Bogen von m nach μ hin gegen daſſelbe ausübt, auf ſeiner Unterſtützungsfläche in ED horizontal von E nach e hin auswärts geſchoben werden, welche Widerlagerſtärke wir durch St^a bezeichnen, und erſt hernach, wenn ſich das Reſultat dieſer Betrachtung ergeben hat, muß ausgemittelt werden, wie die Widerlagerſtärke ED auch noch zu dem Zwecke einzurichten ſey, daß das Widerlager ein ſo großes Gewicht enthalte, bey welchem es unmöglich durch den Seitendruck Σ* des Bogens um E aufwärts gedreht werden kann, welche Widerlagerſtärke wir durch St^u bezeichnen.

1) Ueber die dem Auswärtsgleiten des Widerlagers von E nach e hin reagirende Stärke St^a deſſelben.

A. Nach voriger Nr. I, 5 übt der Gewölbbogen K′K″A′A (Fig. 8) in der Widerlagerfläche in K′K″ eine lothrechte Preſſung Δ* von m nach g hin aus, welche durch die Gleichung

$$Δ^* = (\mathfrak{Y}\,.\,\text{Sin. } n\alpha - \mathfrak{X}\,\text{Cos. } n\alpha)\,Lg$$

berechenbar iſt und die hier als bereits bis auf Lg berechnet angenommen wird. Wenn nun die nach der Richtung der Axe des Gewölbbogens genommene Breite des Widerlagers EDK′K″KE und ſeiner in KK′ aufſitzenden Hintermauerung K′KRS (die bey dem nackten Bogen = o iſt) L Fuße enthält, wenn ferner das arithmetiſche Mittel zwiſchen der kleinſten Höhe DK′ oder H und der größten Höhe EK oder H′ des Widerlagers = H* Fußen geſetzt iſt und die Zahl der Fuße der Widerlagerbreite ED durch St^a bezeichnet wird, ſo iſt hier genau genug gerechnet, wenn man den körperlichen Inhalt des Widerlagers EDK′K″KE

$$= H^*\,.\,St^a\,.\,L \text{ Cubicfußen}$$

ſetzt. Eigentlich iſt er größer, als ihn dieſe Formel giebt, und wenn man ihn alſo nach dieſer Formel etwas zu klein, und mithin auch ſein Gewicht etwas zu ge-

„Σ′ rückſichtlich des Factors Sin. nα und zugleich auch noch rückſichtlich des „𝔇 = 𝔛Lg zu. — Für nα = 90° iſt der ganze Gewölbbogen ein halbkreis: „förmiger und hierbey iſt Σ′ = 𝔇 . Sin. 90° = 𝔇, alſo am größten.

5) Nach Nr. 3 würkt in m an dem Bogen K′K″A′A in ſeiner Grundfläche in K′K″ auf dieſer ſenkrecht die Preſſung mf oder 𝔜Lg eben ſo, als wenn da zwey Kräfte,

eine horizontale me oder Σ = 𝔜Lg . Cos. nα und abwärts

eine lothrechte mg oder Δ = 𝔜Lg . Sin. nα

angebracht wären. Nach vor. Nr. 4 aber würkt in der Grundfläche des Bogens in K′K″ zugleich auch noch die Kraft 𝔇 nach ψ hin auswärts und dieſe würkt da gerade ſo, als wenn an dem Bogen und alſo auch an dem Widerlager, in welches der Bogen eingehaackt iſt, zwey Kräfte,

eine horizontale mε oder Σ′ = 𝔛Lg . Sin. nα und aufwärts

eine lothrechte mγ oder Δ′ = 𝔛Lg . Cos. nα

angebracht wären.

Von dieſen vier Kräften Σ, Δ, Σ′, Δ′ vereinigen die beiden Seitenpreſſungen Σ und Σ′ zu einer

horizontalen Seitenpeſſung

me + mε oder Σ + Σ′ oder

Σ* = (𝔜 Cos. nα + 𝔛 Sin. nα) Lg ℔,

und die beiden Kräfte Δ und Δ′ oder mg und mγ, von welchen die eine ab: die an: dere aber aufwärts würkt, heben ſich zum Theile einander auf, es bleibt hier von der Δ ein Reſt mg—mγ oder Δ—Δ′ alſo eine

lothrechte Preſſung

Δ* = 𝔜Lg . Sin. nα—𝔛Lg . Cos. nα

= (𝔜 Sin. nα—𝔛 Cos. nα) Lg

übrig.

6) „Die Seitendruckſumme me + mε oder Σ = Σ′ oder

Σ* = (𝔜 Cos. nα + 𝔛 Sin. nα) Lg

„nimmt zwar rückſichtlich des im Poſten 𝔜Lg . Cos. nα ſtehenden Factors „Cos. nα bey der Zunahme des W. nα ab, rückſichtlich des Factors 𝔜Lg aber „nimmt ſie dabey auch in gewiſſem Grade zu, weil ja bey der Zunahme des „Bogenwinkels nα der Bogen länger wird. Weil für nα = 90°, alſo für „einen halbkreisförmigen Bogen UU′A′A (Fig. 8), der Poſten 𝔜Lg . Cos. „nα = o und hingegen der Poſten 𝔇 Sin. α = 𝔇 wird und hier auch 𝔇

„ſeinen größten Werth erhält, ſo übt ein ſolcher Bogen zwar rückſichtlich „ſeines Ausgleitungsbeſtrebens $\mathfrak{D}$ in der Widerlagerfläche in UK′ den „größten Seitendruck $\Sigma^* = \Sigma + \Sigma'$ aus, dagegen wird aber auch der von „$\mathfrak{Y}$Lg herkommende Seitendruck $\Sigma = 0$. So hat man auch über die lothrech„te Druckſumme mg—mγ oder $\Delta - \Delta'$ oder $\Delta^* =$ ꝛc. Betrachtungen anzuſtellen.

7) Rechnungsbeiſpiele für die voriger Bögen.

A. Für den nackten Bogen

a) Nach Nr. 1, A iſt für b = 1,6′ die Preſſungsſumme $\mathfrak{P}^{47}$ oder

$$\mathfrak{Y}Lg = 108{,}0875 \cdot 6{,}1\ Lg = 659{,}3342\ Lg\ \text{℔}.$$

b) Nach Nr. 2, Zuſatz A iſt für b = 6,1 das Ausgleitungsbeſtreben $\mathfrak{D}$ oder

$$\mathfrak{X} \cdot Lg = 117{,}1325\ Lg \text{ oder, (6,1 herausgehoben)}$$
$$= 19{,}202 \cdot 6{,}1\ Lg\ \text{℔}.$$

c) Aus $\mathfrak{Y}$Lg und Cos. nα = Cos. 53°, 8′ = 0,5999549 erhält man nach Nr. 3 den Seitendruckstheil

$$\Sigma = \mathfrak{Y}Lg \cdot \text{Cos. } n\alpha = 108{,}0875\ bLg \cdot 0{,}5999549 \cdot$$
$$= 108 \cdot 0{,}5999 \ldots bLg = 64{,}8525 \cdot bLg$$
$$= 64{,}8525 \cdot 6{,}1\ Lg = 395{,}5709\ Lg\ \text{℔}.$$

d) Aus $\mathfrak{X}$Lg und Sin. nα = Sin. 53°, 8′ = 0,8000338 erhält man nach Nr. 4 den Seitendruckstheil

$$\Sigma' = \mathfrak{X}Lg \cdot \text{Sin. } n\alpha = 19{,}202 \cdot 6{,}1\ Lg \cdot 0{,}800 \ldots$$
$$= 15{,}3616 \cdot 6{,}1\ Lg = 93{,}7098\ Lg\ \text{℔}.$$

e) Aus Σ und Σ' erhält man nach vor. Nr. 5 die Seitendruckſumme

$$\Sigma^* = \Sigma + \Sigma' = (\mathfrak{Y}\ \text{Cos. } n\alpha + \mathfrak{X}\ \text{Sin. } n\alpha)\ Lg$$
$$= (395{,}5709 + 93{,}7098)\ Lg$$
$$= 489{,}2907\ Lg\ \text{℔}.$$

f) Aus $\mathfrak{Y}$Lg in voriger Nr. a und aus Sin. nα = Sin. 53°,8′ = 0,8000338 erhält man nach Nr. 3 den abwärts gehenden lothrechten Druck

$$\Delta = \mathfrak{Y}Lg \cdot \text{Sin. } n\alpha = 108{,}0875 \cdot 6{,}1\ Lg \cdot 0{,}8000338$$
$$= 86{,}48 \cdot 6{,}1\ Lg = 527{,}288 \cdot Lg\ \text{℔}.$$

g) Aus $\mathfrak{X}$Lg in voriger Nr. b und aus Cos. nα = Cos. 53°,8′ = 0,5999549 erhält man Nr. 4 den aufwärts gehenden lothrechten Druck

$\Delta = \mathfrak{X}Lg \cdot \text{Cos. } n\alpha = 19,202 \cdot 6,1\ Lg \cdot 0,5999549$
$= 11,52 \cdot 6,1\ Lg = 70,272\ Lg$ ℔.

h) Aus Δ und Δ' erhält man nach voriger Nr. 5 die lothrecht abwärts gehende Preſſungsdifferenz

$\Delta^* = \Delta - \Delta' = (\mathfrak{Y}\ \text{Sin. } n\alpha - \mathfrak{X}\ \text{Cos. } n\alpha)\ Lg$
$= (86,48 - 11,52) \cdot 6,1\ Lg$
$= 74,96 \cdot 6,1\ Lg = 457,256 \cdot Lg$ ℔.

B. Für den übermauerten Bogen.

a) Nach Nr. 1, B iſt für $b = 5'$ die Preſſungsſumme
p^{15} oder $\mathfrak{Y}Lg = 1601,1778\ Lg$ ℔.

b) Nach Nr. 2, Zuſatz B, iſt für $b = 5'$ das Ausgleitungsbeſtreben $\mathfrak{D}$ oder
$\mathfrak{X}Lg = 36,1069\ Lg$ ℔.

c) Aus $\mathfrak{Y}Lg$ und $\text{Cos. } n\alpha = \text{Cos. } 53°,8' = 0,5999549$ erhält man nach voriger Nr. 3 den Seitendrucktheil

$\Sigma = \mathfrak{Y}Lg \cdot \text{Cos. } n\alpha = 1601,1778\ Lg \cdot 0,5999549 = 960,6344\ Lg$ ℔.

d) Aus $\mathfrak{X}Lg$ und $\text{Sin. } \alpha = \text{Sin. } 53,8' = 0,8000338$ erhält man nach voriger Nr. 4 den andern Seitendrucktheil

$\Sigma' = \mathfrak{X}Lg \cdot \text{Sin. } n\alpha = 36,1069 \cdot 0,8000338 = 28,8867\ Lg$ ℔.

e) Aus Σ und Σ' erhält man nach voriger Nr. 5 die Seitendruckſumme

$\Sigma^* = \Sigma + \Sigma' = (960,6344 + 28,8867)\ Lg$ ℔
$= 989,5211\ Lg$ ℔.

f) Aus $\mathfrak{Y}Lg$ in voriger Nr. a und $\text{Sin. } n\alpha = \text{Sin. } 53°,8' = 0,8000338$ erhält man nach Nr. 3 den lothrecht abwärts gehenden Druck

$\Delta = \mathfrak{Y}Lg \cdot \text{Sin. } n\alpha = 1601,1778\ Lg \cdot 0,8000338 = 1280,9996\ Lg$ ℔.

g) Aus $\mathfrak{X}Lg$ in voriger Nr. b und aus $\text{Cos. } n\alpha = \text{Cos. } 53°,8' = 0,5999549$ erhält man nach vor. Nr. 4 den lothrecht aufwärts gehenden Druck

$\Delta' = \mathfrak{X}Lg \cdot \text{Cos. } n\alpha = 36,1069\ Lg \cdot 0,5999549 = 21,6625\ Lg$ ℔.

h) Alſo iſt $\Delta^* = \Delta - \Delta' = (1280,9996 - 21,6625)\ Lg = 1259,3371\ Lg$ ℔.

II. Berechnung der Widerlagerdicke ED oder St aus den in Nr. I gefundenen Preſſungen Σ^* und Δ^*.

Ein Widerlager EDK'K''K (Fig. 8) kann nur erſt unter der Bedingung durch die Seitenpreſſung Σ^*, die an ihm ſo, wie eine in der Stelle m angebrachte Kraft, horizontal auswärts, von m nach μ hin, zieht, um ſeine hintere horizontale Kante in E aufwärts gedreht werden, „wenn es in dieſer Kante in E durch den Reibungswiderſtand, den es durch ſeine lothrechte Preſſung gegen ſeine horizontale Unterſtützungsfläche in ED ausübt, zurückgehalten iſt, horizontal auswärts, von E nach e hin, zu gleiten; denn zu der Umdrehung des Winkelhebels KED am Widerlager um die Stelle E iſt abſolut nothwendig, daß das Umdrehungspunct E gehörig von dem Ausgleiten nach e hin zurückgehalten ſey.

Demnach muß zuvörderſt diejenige Widerlagerſtärke oder Widerlagerdicke (§. 40, Nr. 4) in Betrachtung genommen werden, bey welcher es unmöglich iſt, daß das Widerlager durch den Seitendruck Σ^*, welchen der auf ihm ſitzende Bogen von m nach μ hin gegen daſſelbe ausübt, auf ſeiner Unterſtützungsfläche in ED horizontal von E nach e hin auswärts geſchoben werden, welche Widerlagerſtärke wir durch St^a bezeichnen, und erſt hernach, wenn ſich das Reſultat dieſer Betrachtung ergeben hat, muß ausgemittelt werden, wie die Widerlagerſtärke ED auch noch zu dem Zwecke einzurichten ſey, daß das Widerlager ein ſo großes Gewicht enthalte, bey welchem es unmöglich durch den Seitendruck Σ^* des Bogens um E aufwärts gedreht werden kann, welche Widerlagerſtärke wir durch St^u bezeichnen.

1) Ueber die dem Auswärtsgleiten des Widerlagers von E nach e hin reagirende Stärke St^a deſſelben.

A. Nach voriger Nr. I, 5 übt der Gewölbbogen K'K''A'A (Fig. 8) in der Widerlagerfläche in K'K'' eine lothrechte Preſſung Δ^* von m nach g hin aus, welche durch die Gleichung

$$\Delta^* = (\mathfrak{Y} \,.\, \text{Sin. } n\alpha - \mathfrak{X} \text{ Cos. } n\alpha)\ Lg$$

berechenbar iſt und die hier als bereits bis auf Lg berechnet angenommen wird. Wenn nun die nach der Richtung der Axe des Gewölbbogens genommene Breite des Widerlagers EDK'K''KE und ſeiner in KK' aufſitzenden Hintermauerung K'KRS (die bey dem nackten Bogen = o iſt) L Fuße enthält, wenn ferner das arithmetiſche Mittel zwiſchen der kleinſten Höhe DK' oder H und der größten Höhe EK oder H' des Widerlagers = H^* Fußen geſetzt iſt und die Zahl der Fuße der Widerlagerbreite ED durch St^a bezeichnet wird, ſo iſt hier genau genug gerechnet, wenn man den körperlichen Inhalt des Widerlagers EDK'K''KE

$$= H^* \,.\, St^a \,.\, L \text{ Cubicfußen}$$

ſetzt. Eigentlich iſt er größer, als ihn dieſe Formel giebt, und wenn man ihn alſo nach dieſer Formel etwas zu klein, und mithin auch ſein Gewicht etwas zu ge-

ring in Anſchlag bringt, ſo wird die Berechnung der Widerlagerſtärke deſto ſicherer, denn es wird dann $\mathfrak{S}t^a$ um ein Merkliches größer erhalten.

In obiger Formel iſt $H^* = \frac{1}{2}(H + H')$ und

$$H' = E\mathfrak{K} = Ey + y\mathfrak{K} = DK' + K'K''\ \mathrm{Sin.}\ \beta = H + b\,.\,\mathrm{Cos.}\ n\alpha, \text{ woraus}$$
$$H^* = \tfrac{1}{2}(H + H + b\ \mathrm{Cos.}\ n\alpha) = H + \tfrac{1}{2} b\ \mathrm{Cos.}\ n\alpha$$

folgt, welche Formel für $n\alpha = 90$ den Werth $H^* = H$ giebt, wie es ſich gehört. Enthält nun das Gewicht eines Cubicfußes Widerlagermaſſe g ℔, ſo iſt das Widerlagergewicht

$$G = H^*\,.\,\mathfrak{S}t\,.\,Lg\ ℔$$
$$= (H + \tfrac{1}{2} b\ \mathrm{Cos.}\ n\alpha)\,.\,\mathfrak{S}t^a\,.\,Lg\ ℔.$$

Zu dieſem muß aber nun auch noch das Gewicht G' der bey einem übermauerten Bogen an ſeiner Uebermauerung $K''A'TSK''$ in $K''S$ anliegenden und in $K''\mathfrak{K}$ aufſitzenden Hintermauerung $K''SR\mathfrak{K}$ gerechnet werden. Dieſe hat eine Breite

$$K''\mathfrak{K} = Ef = ED - fD = \mathfrak{S}t^a - K'K''\,.\,\mathrm{Cos.}\ \beta = \mathfrak{S}t^a - b\ \mathrm{Sin.}\ n\alpha$$

und eine Höhe $K''S = B''A + AA' + A'T$, wofür man hier, um die Berechnung einfach zu machen, mit zureichender Genauigkeit und völliger Sicherheit die Höhe $BA' = BA + AA' = \mathfrak{H} + b$ ſetzen kann. Alſo iſt der körperliche Inhalt der Hintermauerung $K''SR\mathfrak{K}$

$$= (\mathfrak{S}t^a - b\,.\,\mathrm{Sin.}\ n\alpha)\,(\mathfrak{H} + b)\,.\,L$$

und das Hintermauerungsgewicht

$$G' = (\mathfrak{S}t^a - b\,.\,\mathrm{Sin.}\ n\alpha)\,(\mathfrak{H} + b)\ Lg\,.$$

Dieſes zu dem G des Widerlagers gethan giebt die dem Widerlager und der Hintermauerung zukommende Gewichtsſumme

$$G^* = G + G' = (H + \tfrac{1}{2}b\ \mathrm{Cos.}\ n\alpha)\ \mathfrak{S}t^a.Lg + (\mathfrak{S}t^a - b\ \mathrm{Sin.}\ n\alpha)\,(\mathfrak{H} + b)\ Lg$$
$$= \mathfrak{S}t^a\,.\,(H + \tfrac{1}{2}\ b\ \mathrm{Cos.}\ n\alpha)\ Lg + \mathfrak{S}t^a\,(\mathfrak{H} + b)\ Lg - b\ \mathrm{Sin.}\ n\alpha)\ (\mathfrak{H} + b)\ Lg$$
$$= \mathfrak{S}t^a\,.\,[H + \tfrac{1}{2}\ b\ \mathrm{Cos.}\ n\alpha + (\mathfrak{H} + b)]\ Lg - b\,\mathrm{Sin.}\ n\alpha\ (\mathfrak{H} + b)\ Lg$$

In dieſem Ausdruke iſt für den nackten Bogen, bey welchem man keine Hintermauerung anbringt, $(\mathfrak{H} + b) = 0$ und der Ausdruck geht, wie es ſich gehört, in den obigen für G angegebenen Ausdruck über, wenn man darin $\mathfrak{H} + b = 0$ ſetzt. Darin bezeichnen wir $H + \frac{1}{2}\ b\,.\,\mathrm{Cos.}\ n\alpha + (\mathfrak{H} + b)$ durch $\mathfrak{T}$ und $b\ \mathrm{Sin.}\ n\alpha \times (\mathfrak{H} + b)$ durch $\mathfrak{U}$ und ſetzen hiernach $\mathfrak{G}^* = \mathfrak{S}t^a\,.\,\mathfrak{T}Lg - \mathfrak{U}Lg$.

B. Durch die lothrecht abwärtsgehende Preſſung Δ^*, welche das Widerlager von dem Gewölbbogen in $K'K''$ leidet und durch ſeine Preſſung G^* auf die Grundfläche in ED entſteht eine Preſſungsſumme

$(\Delta^* + G^*)$ und ein Reibungswiderſtand $\frac{1}{2}(\Delta^* + G^*)$, welcher ſich in der

Fläche in EC zeigen würde, wenn das Widerlager durch eine Kraft horizontal auswärts von E nach e hin geſchoben werden ſollte.

C. Die Kraft, welche das Widerlager ſo auswärts zu ſchieben beſtrebt iſt, beſteht in dem in m von da nach μ hin würkſamen horizontalen Seitendrucke

$$\Sigma^* = (\mathfrak{Y} \text{ Cos. } n\alpha + \mathfrak{X} \text{ Sin. } n\alpha)\, Lg$$

(Nr. I., 5). Soll dieſe unvermögend ſeyn, den erwähnten Reibungswiderſtand zu überwinden, ſo muß ſeyn:

$$\tfrac{1}{2}(\Delta^* + \mathfrak{G}^*) = \Sigma^*,$$

d. h. $\tfrac{1}{2}\Delta^* + \tfrac{1}{2} St^a \,.\, \mathfrak{T}Lg - \tfrac{1}{2}\mathfrak{U}Lg = \Sigma^*$; alſo iſt

$$St^a = \frac{\Sigma^* - \tfrac{1}{2}\Delta^* + \tfrac{1}{2}\mathfrak{U}Lg}{\tfrac{1}{2}\mathfrak{T}Lg}.$$

Setzen wir in dieſen Ausdruck die Werthe von $\mathfrak{T}$ und $\mathfrak{U}$, ſo haben wir die Widerlagerſtärke

$$St^a = \frac{\Sigma^* - \tfrac{1}{2}\Delta^* + \tfrac{1}{2} \,.\, b \text{ Sin. } n\alpha\, (\mathfrak{H} + b)\, Lg}{\tfrac{1}{2}(H + \tfrac{1}{2} b \text{ Cos. } n\alpha)\, Lg + \tfrac{1}{2}(\mathfrak{H} + b)\, Lg}.$$

Darin beziehen ſich die mit $(\mathfrak{H} + b)$ verſehenen Glieder auf den übermauerten Bogen und ſind für den völlig nackten Bogen als Nullen zu betrachten.

D. Man hat demnach

a) Für den nackten Bogen.

$$St^a = \frac{\Sigma^* - \tfrac{1}{2}\Delta^*}{\tfrac{1}{2}(H + \tfrac{1}{2} b \text{ Cos. } n\alpha)\, Lg} \quad \text{und}$$

b) Für den übermauerten Bogen

$$St^a = \frac{\Sigma^* - \tfrac{1}{2}\Delta^* + \tfrac{1}{2} b \text{ Siu. } n\alpha\, (\mathfrak{H} + b)\, Lg}{\tfrac{1}{2}(H + \tfrac{1}{2} b \text{ Cos. } n\alpha)\, Lg + \tfrac{1}{2}(\mathfrak{H} + b)\, Lg}$$

E. Rechnungsbeiſpiele für die bisher als Beiſpiele angenommenen Bögen, bey welchen wir die innere Widerlagerhöhe DK′ oder H (mit deren Abnahme die St^a wachſen muß) = 9 Fußen ſetzen wollen.

a) Für den nackten Bogen ohne Hintermauerung.

α) Nach vor. Nr. I., 7, A, e und h iſt

$\Sigma^* = 489{,}2807$ Lg ℔ und

$\Delta^* = 457{,}2560$ Lg ℔

gefunden worden. Die Formeln für St^a zeigen aber, daß die St^a deſto kleiner gefunden werden muß, je höher man Δ^* in Anſchlag bringt, und die Sicherheit der Berechnung der Widerlagerſtärke ED oder St^a fordert, daß man wohl darauf Achtung gebe, die lothrechte Preſſung Δ^*, welche der Bogen gegen das Widerlager ausübt und wodurch er in der Grundfläche des Widerlagers einen dem Seitendrucke Σ^* reagirenden Reibungswiderſtand hervorbringt, nicht zu groß in Rechnung zu bringen. Wir haben aber in der Berechnung der Preſſungsdifferenzen D^I, D^2 ꝛc., der Preſſungsſummen P^I, P^2 ꝛc. und der Schubkräfte Q^I, Q^2 ꝛc. in der Abſicht, daß wir die letzte in K′K″ würkſame Preſſungsſumme P^n, das Ausgleitungsbeſtreben D und den daraus abgeleiteten Seitendruck Σ^* ganz ſicher nicht zu klein erhalten, ſtets fort da, wo es nöthig ſchien, bey Abbrechung der Decimalbruchreihen die Zahl in der letzten Decimalſtelle um eine von den ihr zugehörenden Einheiten vermehrt, was natürlicher Weiſe zu Folge haben mußte, daß dadurch auch die lothrechte Preſſung Δ^* etwas größer erhalten wurde, als ſie ſtreng genommen ſeyn kann. Wir werden im folgenden Hauptſtücke zeigen, „daß dieſe „Δ^* bey einem nackten und gleichdicken Bogen dem Gewichte G des Bogens „K′K″A′A gleich ſeyn muß“, und da dieſes iſt, ſo erhält man Δ^* völlig genau und folglich ſo, wie man dieſe Preſſung bey der Berechnung des Seitendruckes Σ^* in Anſchlag zu bringen hat, wenn man das Gewicht G berechnet. Die völlig genaue Berechnung dieſes G werden wir aber erſt im folgenden Hauptſtücke zeigen. Nach ihr finden wir, daß bey dem hier als Beiſpiel angenommenen Bogen K′K″A′A für eine Dicke b = 6,1 Fußen deſſelben das Gewicht

$$G = 441,2319 \text{ Lg Pfunden}$$

ſeyn müße, welche Größe von der obigen

$$\Delta^* = 457,2560 \text{ Lg Pfunden}$$

$$\text{um } \Delta^* - G = 16,0241 \text{ Lg ℔}$$

unterſchieden iſt.

β) Nehmen wir nun blos den Werth von G = 441 Lg ſtatt der Δ^* in die in vor. Nr. D, a für die St^a angegebene Gleichung auf und ſetzen $\Sigma^* = 489,2807$ Lg, H = 9′, b = 6,1′ und Cos. nα = Cos. 53°,8′ = 0,5999549, ſo erhalten wir:

$$St^a = \frac{(489,2807 - \frac{1}{2} \cdot 441) \text{ Lg}}{\frac{1}{2}(9 + \frac{1}{2} \cdot 6,1 \cdot 0,5999549) \text{ Lg}}$$

$$= \frac{268,7807}{5,4149} = 49,65 \text{ Fußen},$$

wofür wir 50 Fuße ſetzen.

γ) Anfängern in unſeren Rechnungen, welche die in §. 40 angegebenen Tabellen und Regeln aus dieſen eingeſaugt haben, wird freilich die hier gefundene zu der

Reaction gegen das Auswärtsgleiten des Widerlagers auf ſeiner Grundfläche in ED erforliche Breite ED oder St^a deſſelben höchſt auffallend groß erſcheinen. Das iſt kein Wunder, wenn man bedenkt,

„daß nach der dort in Nr. 1 von Röder angegebenen Regel bey einem bis auf „$\frac{1}{4}$ verdrückten kreisbogenförmigen Gewölbbogen die Widerlagerſtärke St^a in allen „Fällen, ſey der Bogen ſtark oder nicht ſtark beſchwert, ſey das Widerlager hoch „oder nicht hoch ꝛc. $\frac{1}{4}$ der Spannweite 2W des Bogens groß genommen werden „ſolle.“

Nach dieſer Regel müßte bey unſerem bisher angenommenen Bogen, bey welchem $2W = 2 \cdot 60 = 120'$ und $\mathfrak{H} = \frac{1}{4} \cdot 120' = 30'$ iſt, eine $St^a = \frac{1}{4} \cdot 120' = 30'$ angewendet werden, da wir hingegen für unſere St^a gefunden haben 49,65 Fuße. Unſer Bogen aber iſt kein übermauerter, denn eigentlich nur auf übermauerte Bögen bezieht ſich Röders Regel; in unſerem Bogen ferner iſt die Widerlagerhöhe $H = 9$ Fußen und für eine kleinere H müßte die St^a noch weit größer ſeyn, da hingegen nach Röders und auch nach Langsdorfs Regel (§. 40, Nr. 2) auf die H gar nichts ankommt, welches ein offenbarer Fehler deswegen iſt, weil ja doch bey einerley Widerlager-Länge und Breite ein höheres Widerlager ſchwerer iſt und dem Seitendrucke Σ^* einen größeren Reibungswiderſtand in der Grundfläche in ED entgegenzuſetzen vermag, als ein niedriges Widerlager, und alſo die ED oder St^a des Widerlagers nothwendig von der Widerlagerhöhe H abhängig ſeyn und nach dieſer beſtimmt werden muß.

b) Für den übermauerten und hintermauerten Bogen.

α) Nach vor. Nr. I., 7, B, e und h iſt bey dieſem

$$\Sigma^* = 989{,}5211 \cdot \text{Lg}\ \text{℔ und}$$
$$\Delta^* = 1259{,}3338\ \text{Lg}\ \text{℔}$$

gefunden. Hier gelten aber dieſelben Bemerkungen, die in vor. Nr. a, α rückſichtlich des nackten Bogens über den lothrechten Druck Δ^* gemacht wurden. Dieſer darf bey der Berechnung der St^a durchaus nicht höher in Anſchlag gebracht werden, als er würklich iſt, muß aber in unſeren Berechnungen (worin wir darauf ausgiengen, Σ^* ganz ſicher nicht zu klein zu erhalten) bedeutend größer erhalten worden ſeyn. Wir werden in dem folgenden Hauptſtücke zeigen, daß auch bey einem übermauerten Bogen der lothrechte Druck Δ^*, welchen dieſer gegen das Widerlager ausübt, dem Gewichte $\mathfrak{G}$ dieſes Bogens gleich ſeyn muß, und werden dort das Gewicht $\mathfrak{G}$ berechnen. Für eine Bogendicke $b = 5'$ finden wir, wenn wir das Gewicht $\mathfrak{G}$ unſeres übermauerten Bogens geometriſch genau berechnen,

$$\mathfrak{G} = 1092{,}5147\ \text{Lg}$$

(ſ. das folg. Hauptſt.), da wir hingegen in unſeren ſtatiſchen Berechnungen für denſelben Bogen

$$\Delta^* = 1259{,}3338 \text{ Lg} \text{ ℔}$$

alſo um eine Differenz $\Delta^* - \mathfrak{G} = 166{,}8\ldots\ldots$ Lg ℔ zu groß gefunden haben.

β) Nehmen wir nun hier den Werth von $\mathfrak{G} = 1092{,}5147$ Lg . ℔ oder, abgekürzt, 1092 Lg ℔ ſtatt des Δ^* in die in vor. Nr. D, b für St^a gefundenen Formel auf und ſetzen ferner darin ſtatt $\Sigma^* = 989{,}6211$ Lg ℔ kurz 990 . Lg ℔ und $\mathfrak{H} = 30'$, $H = 9'$, $b = 5'$, Cos. $n\alpha$ = Cos. $53°{,}8' = 0{,}59995$, Sin. $n\alpha$ = Sin. $58°{,}8' = 0{,}8\ldots\ldots$, ſo erhalten wir

$$\text{St}^a = \frac{[990 - \frac{1}{2} \cdot 1092 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 0{,}8\,(30 + 5)] \cdot \text{Lg}}{[\frac{1}{2}\,(9 + \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 0{,}59995 + \frac{1}{2}\,(30 + 5)] \cdot \text{Lg}}$$
$$= \frac{444 + 2 \cdot 35}{\frac{1}{2}\,(9 + 1{,}49987) + 17{,}5} = \frac{514}{22{,}74993}$$
$$= 22{,}593\ldots\ldots$$

oder = 22,6 Fußen, wofür wir 23 Fuße ſetzen.

γ) Nach vor. Nr. a, β war für den nackten Bogen die St^a = 49,65 Fußen, alſo mehr als das Doppelte der St^a = 22,6 bey demſelben übermauerten Bogen, welcher einen weit ſtärkeren Reibuugswiederſtand in der Grundfläche in ED erzeugt.

*) Nach der in Nr. a, γ bemerkten von Röder angegebenen Regel müßte bey unſerem übermauerten Bogen St^a = $\frac{1}{4}$. 2W = $\frac{1}{4}$. 120 = 30 Fußen ſeyn, unſere Berechnung aber giebt für St^a höchſtens nur 23 Fuße an, alſo 7 Fuße weniger, aber auch, NB, bey einer innern Widerlagerhöhe DK′ oder H, welche 9 Fuße groß iſt. Je kleiner die H iſt, deſto größer wird die St^a , aber ſelbſt auch für $H = 0$ wird die St^a noch nicht = 30, ſondern nur erſt = 28,1 . . . . . . Fußen.

**) Nach der von Langsdorf angegebenen empiriſchen Formel erhält man für $2\mathfrak{W} = 120'$ und $\mathfrak{H} = 30'$ eine Widerlagerſtärke

$$\text{St}^a = \frac{(120 + 12) \cdot 120}{(12 - 4) \cdot (60 + 30)} + 2$$
$$= \frac{132 \cdot 120}{8 \cdot 90} + 2 = \frac{33 \cdot 4}{2 \cdot 3} + 2 = 11 \cdot 2 + 2$$
$$= 22 + 2 = 24 \text{ Fußen.}$$

Wenn man die 2 Fuße Zugabe wegläßt und den Werth von St^a = 22′ mit unſerer in vor. Nr. β erhaltenen

St^a = 22,6 Fußen

vergleicht, ſo ergiebt ſich eine auffallende Uebereineinſtimmung dieſer beiden Rechnungs-

reſultate, wobey man aber beachten muß, daß unſere St^a für eine innere Widerlagerhöhe H von 9 Fußen berechnet worden iſt, auf welche nach Langsdorfs Formel, unrichtiger Weiſe, gar nichts ankommen ſoll.

***) In Langsdorf gemeinfaßl. Straßen- und Brückenbaukunſt findet man im 2ten Theile S. 207 für $2W = 120'$ und $H = 30'$, wobey der Fußwinkel β (dort durch α bezeichnet), wenn man dieſen blos in Graden ausdrückt, 36 Grade enthalten muß, eine Widerlagerſtärke

$$St = 18{,}985 \text{ Fußen}$$

angeben, welche natürlich kleiner, als unſere St^a gefunden werden mußte, weil Langsdorf in ſeinen Berechnungen Bogentheile, die aus Keilen componirt ſind, als nur aus einem Stücke beſtehende Maſſen angenommen hat. Ein in Keile zerſchnittener Bogen übt, wie wir in dem folgenden Hauptſtücke zu einem beſonderen Zwecke auch noch durch Rechnungen darthun werden, einen weit größeren Seitendruck aus und erfordert daher weit ſtärkere Widerlager, als wenn er nur in zwey oder drey Theile, von welchen jeder aus einem Stücke beſteht, componirt iſt.

***) Es wird nicht undienlich ſeyn, wenn man für $2W = 120'$ und $H = 30'$ die St^a auch noch Eytelweins Formeln berechnet und mit unſerer St^a vergleicht.

δ) Nachdem wir nun $St^a = 22{,}6'$ gefunden haben, ſo können wir auch die Dicke oder Breite $K''K$ der Hintermauerung $K''SQK$ finden. Nach vor. Nr. A war

$$K''K = St^a - b \operatorname{Sin} n\alpha$$

und das giebt hier für $b = 5'$ und $\operatorname{Sin.} n\alpha = \operatorname{Sin.} 53^\circ{,}8'$

$$K''K = 22{,}6 - 5 \,.\, 0{,}8 \ldots = 22{,}6 - 4 = 18{,}6 \text{ Fußen}$$

Bemerkung: In unſerer Berechnung der St^a haben wir die Widerlagerlänge L (nach dem Laufe des Fluſſes genommen) der Breite L der Brücke gleich angenommen, weswegen ſich in unſerer Formel für St^a die beiden Factoren Lg und Lg im Dividendus und Diviſor gegen einander aufhoben. Man läßt aber die Widerlager auf jeder Seite etwas über die Stirnflächen des Bogens hervorſpringen und ſchmiegt die Vorſprünge gegen das Ufer hin ab, läßt die Hintermauerung auf beiden Seiten auch noch da, wo ſie in das Land eingegraben zu liegen kommt, etwas über die Stirnfläche des Bogens hervortreten. Dadurch wird die ganze Widerlagermaſſe in ſolchem Grade ſchwerer, daß man gar nicht nöthig hat, dem Reſultate der durch die ſelbſt ſchon auf Vergrößerung der St^a angelegten und geführten Rechnungen aus beſonderer Aengſtlichkeit noch eine beſondere Zugabe von etwa, wie man gewohnt iſt, 2 Fußen beizulegen. Dabey ſoll man aber auch durch Dollen, Klammern und gutes Cement dafür ſorgen, daß das Widerlager eine einzige Maſſe bilde, denn nur unter dieſer Vorausſetzung iſt ja die St^a berechnet worden; es iſt da angenommen worden, daß man ſich auf den im vollkommenſten Grade vereinigten Widerſtand aller Theile des

Widerlagers verlaſſen könne. Die Verſicherungsmittel der vollkommenen Stabilität eines Widerlagers beſtehen keineswegs blos darin, daß man ſeine Stärke St^a gehörig ſtatiſch berechne, daß man dieſer noch etliche Fuße zugebe, daß man an die Hinterfläche in KR der Hintermauerung nach der ganzen Länge L derſelben Pfähle ſchlage, oder ꝛc. und hinter dieſen das Erdreich möglichſt veſt einſtampfe, ſondern vornehmlich auch noch darin, daß ſeine Conſtruction auf eine ſolche Weiſe, bey welcher keine Zuſammenſchiebung und Zuſammenpreſſung ſeiner Theile möglichſt iſt, vorgenommen werde.

2) Ueber die der Auswärtsumdrehung des Widerlagers um ſeine hintere durch E gehende Kante reagirende Länge oder Stärke St^u deſſelben.

A. Die in einer horizontalen Linie $m\mu$ (Fig. 8) an dem Widerlager auswärts ſchiebende Seitendrucksſumme $\Sigma^* = \Sigma + \Sigma'$ (Nr. I, 5) würkt an dem Widerlager eben ſo, als wenn an ihm in einer gewiſſen Stelle x ſeiner hintern lothrechten Linie EK und alſo in einer gewiſſen Entfernung Ex oder $\mathfrak{E}$ von der Stelle E eine Kraft $= \Sigma^*$ angebracht und den lothrechten Arm Ex des am Widerlager vorſtellbaren Winkelhebels KED um E herum auswärts, folglich den horizontalen Arm ED dieſes Hebels um E herum aufwärts zu drehen beſtrebt wäre, und zwar mit einem Momente

$$\mathfrak{U} = \mathfrak{E} \,.\, \Sigma^*.$$

Da entſteht nun die Frage, wo man wohl in der Linie EK die Stelle x anzunehmen und wie man die Ex oder $\mathfrak{E}$ zu beſtimmen habe. Je größer $\mathfrak{E}$ iſt, deſto größer iſt das Moment des Seitendruckes und deſto ſtärker kann dieſer für den Umſturz des Widerlagers würkſam ſeyn. Der Seitendruck Σ^* iſt in der Widerlagerfläche in K′K″ verbreitet und man müßte, wenn man Ex genau haben wollte, das Mittelpunct m der Preſſung Σ^* ſuchen und aus dieſem eine horizontale Linie mx ziehen, wodurch man die Stelle x und ſomit Ex erhielte. Ein ſolches genaues Verfahren würde aber hier ganz überflüſſig ſeyn, weil man ja doch am Ende den Werth von St^u etwas größer nehmen will, als ihn die Rechnung giebt, St^u aber etwas vergrößert erhalten wird, wenn man das Moment von Σ^* etwas höher in Rechnung bringt, als es würklich iſt. Wir nehmen daher, zur Abkürzung der Rechnung, an, das Preſſungsmittelpunct m des Druckes Σ^* ſey ſo wenig von K″ entfernt, daß man ſtatt der Entfernung Ex die Linie $EK = Ey + yK = DK' + K''v = H + b \text{ Cos. } n\alpha$ nehmen könne, und ſetzen hiernach das Seitendrucksmoment

$$\mathfrak{U} = (H + b \text{ Cos. } n\alpha)\ \Sigma^*.$$

B. Dieſem Momente würkt die lothrecht abwärts gehende Preſſung Δ^*, welche der Bogen mit ſeiner Uebermauerung und der dieſer eingerechneten Nutzlaſt gegen die Widerlagerfläche in K′K″ ausübt und die dem Gewichte $\mathfrak{G}$ des Bogens, ſeiner Uebermauerung ꝛc. gleich ſeyn muß, entgegen; ferner würkt ihm auch entgegen das um ein Merkliches zu klein angeſchlagene Gewicht $G = H^* . St^u . Lg$ der Widerlager-

maſſe $EDK'K''\mathfrak{K}E$, worin H^* (nach vor. Nr. 1, A) $= H + \frac{1}{2} b \text{ Cos. } n\alpha$ iſt; endlich würkt ihm auch noch das Gewicht $G' = (\mathfrak{St}'' - b \text{ . Sin. } n\alpha)(\mathfrak{H} + b)\, Lg$ der Hintermauerungsmaſſe entgegen. Jedes dieſer drey Gewichte $\mathfrak{G}$, G, G′ würkt dem U mit einem beſondern Momente entgegen wie eine Kraft, die in einer gewiſſen Stelle des horizontalen Hebelarmes ED angebracht iſt und dieſen lothrecht abwärts preßt.

a) Beſtimmung des Momentes u des $\mathfrak{G}$.

Wir haben vorhin, um U etwas erhöht anzuſetzen, das Mittelpunct m des Druckes Σ^* in die Stelle K″ verſetzt und nehmen nun auch dieſe Stelle für das Mittelpunct des lothrechten Druckes $\Delta^* = \mathfrak{G}$ an, wodurch die Entfernung E𝔣 der Richtungslinie K″𝔣 des Würkens des $\mathfrak{G}$ von der Umdrehungsſtelle E etwas zu klein und alſo auch das dem U reagirende nützliche Moment

$$u = E\mathfrak{f} \,.\, \mathfrak{G}$$

etwas zu gering angeſetzt und ſomit die Sicherheit der Rechnung abermals erhöht wird. Es iſt aber hier die $E\mathfrak{f} = ED - D\mathfrak{f} = \mathfrak{St}'' - b \text{ Sin. } n\alpha$ und alſo das Moment

$$u = (\mathfrak{St}'' - b \text{ Sin. } n\alpha)\, \mathfrak{G}.$$

b) Beſtimmung des Momentes u′ des G.

Dieſes Gewicht $G = H^* . \mathfrak{St}'' . Lg$ oder, wenn wir den Werth von H^* ſubſtituiren,

$$= (H + \tfrac{1}{2} b \text{ Cos. } n\alpha)\, \mathfrak{St}'' \,.\, Lg,$$

ſetzen wir an dem Hebelarme ED in eine Stelle, welche das Mittelpunct dieſes Armes iſt und die alſo von der Umdrehungsſtelle E um eine Weite $\frac{1}{2} ED = \frac{1}{2} \mathfrak{St}''$ abſteht; wir denken uns nämlich, was hier verſtattet iſt, ſtatt der Fläche $EDK'K''\mathfrak{K}E$ ein Parallelogramm, deſſen Höhe die H^* iſt und lothrechte Schwerpunctslinie durch die Mitte des Hebelarmes ED geht. Hiernach iſt des Gewichtes G Moment

$$u' = \tfrac{1}{2} \mathfrak{St}'' . G = \tfrac{1}{2} \mathfrak{St}''^{2} . (H + \tfrac{1}{2} b . \text{ Cos. } n\alpha)\, Lg,$$

welches Moment wegen des ſtatt der Fläche $EDK'K''\mathfrak{K}E$ angenommenen Parallelogrammes $ED \times H^*$ ebenfalls etwas zu gering in Anſchlag gebracht iſt.

c) Beſtimmung des Momentes u″ des G′.

Die lothrechte Schwerpunctslinie der Fläche $K''\mathfrak{K}RS$ der Hintermauerung geht durch die Mitte der Linie E𝔣 und es iſt alſo das Gewicht G′ von der Umdrehungsſtelle E um die Weite

$$E\mathfrak{f} = \tfrac{1}{2} (ED - D\mathfrak{f}) = \tfrac{1}{2} (\mathfrak{St}'' - b \text{ . Sin. } n\alpha),$$

entfernt. Hier iſt alſo des Gewichtes G′ Moment

$$u'' = \tfrac{1}{2} E\mathfrak{f} . G' = \tfrac{1}{2} (\mathfrak{St}'' - b \text{ Sin. } n\alpha) . (\mathfrak{St}'' - b \text{ . Sin. } n\alpha)(\mathfrak{H} + b)\, Lg.$$

d) Beſtimmung der Momentſumme $u + u' + u''$

Nach Nr. a, b, c hat man

$$u + u' + u'' = \left\{ \begin{array}{l} (St^u - b \text{ Sin. } n\alpha)\ \mathfrak{G} \\ + \tfrac{1}{2} St^{u\,2} (H + \tfrac{1}{2} b \text{ Cos. } n\alpha)\ Lg \\ + \tfrac{1}{2}(St^u - b \text{ Sin. } n\alpha)^2 \cdot (\mathfrak{H} + b)\ Lg \end{array} \right\} (\mathfrak{h}).$$

Darin bedeutet, wenn der Bogen ein bloſer nackter iſt, $\mathfrak{G}$ blos das Gewicht dieſes Bogens und das Moment u'' der Hintermauerung wird $= 0$.

C. Wenn dieſe in zweifacher Hinſicht etwas zu klein berechnete Momentſumme bey einer gewiſſen Widerlagerlänge $ED = St^u$ doch noch ſo groß iſt, daß ſie jenem in Nr. 1 etwas zu groß berechneten Seitendrucksmente

$$U = (H + b \text{ Cos. } n\alpha)\ \Sigma^*$$

gleich iſt, ſo kann man verſichert ſeyn, daß die Widerlagerlänge ED oder St^u groß genug genommen ſey, um mit zureichender Sicherheit die Auswärtsumdrehung des Widerlagers um die Stelle E zu verhindern.

Man könnte nun die beiden Ausdrücke für $u + u' + u''$ und U einander gleich ſetzen und aus der dadurch erhaltenen Momentgleichung die der Auswärtsumdrehung des Widerlagers reagirende Widerlagerſtärke St^u ableiten. Das aber wäre überflüſſig und zwar aus folgendem Grunde: Für die dem Auswärtsgleiten des Widerlagers gebührende und nach voriger Nr. 1 zu berechnende Stärke ED oder St^a muß, wie in der Einleitung zu der Nr. II des gegenwärtigen Paraphens bemerkt worden iſt, nothwendig zuerſt geſorgt werden und es darf alſo die St^u in der vorigen Momentſumme $u + u' + u''$ nicht kleiner als St^a ſeyn, wohl aber größer. Darum hat man ſo zu verfahren:

a) Man berechne zuerſt aus dem bereits berechneten Seitendrucke Σ^* (welcher den Factor Lg noch unberechnet enthält, weil dieſer in den weiteren Rechnungen wegfällt) und aus deſſen Entfernung $(H + b \cdot \text{Cos. } n\alpha)$ das Seitendrucksmoment

$$U = (H + b \cdot \text{Cos. } n\alpha)\ \Sigma^*$$

b) Hierauf nehme man die nach Nr. 1 ſchon berechnete Größe St^a, ſetze ſie ſtatt des Zeichens St^u in den in vor. Nr. B für die Momentſumme $u + u' + u''$ erhaltenen Ausdruck $(\mathfrak{h})$ und berechne den Werth von $u + u' + u''$, welcher ſich hierbey ergiebt.

c) Dieſen vergleiche man mit dem Werthe von U und wenn er kleiner als U iſt, ſo gebe man dem St^a einen gehörig beurtheilen Zuſatz z, ſetze dann $St^a + z$ in den Ausdruck $(\mathfrak{h})$ ſtatt St^u, berechne deſſen Werth und vergleiche das Reſultat abermals mit U. So fahre man fort, bis man eine Größe $St^a + z$ gefunden hat,

die einen Werth von $u + u' + u''$ giebt, welcher nicht kleiner, aber auch, damit man die Widerlagerſtärke St nicht übermäßig groß ſetze, nur um ein Geringes größer, als St^a iſt. Der ſo gefundene Werth

$St^a + z$ iſt die wahre Widerlagerſtärke St.

*) Es iſt begreiflich, daß St^a ſchon in einem ſolchen Grade groß ſeyn kann, bey welchem ſie, ſtatt St^u in die Formel für $u + u' + u'$ geſetzt, die $u + u' + u''$ bey Weitem größer giebt, als U iſt, in welchem Falle man hat:

$z = 0$ und alſo $St^a = St$.

D. Rechnungsbeiſpiel für den bisher als Beiſpiel angewendeten übermauerten Gewölbbogen.

*) Wir halten es für unnöthig, auch ein Beiſpiel für die Beſtimmung der wahren St, welche der nackte Bogen fordert, zu geben und erinnern nur nochmals, daß bey dieſem in der Berechnung des St aus St^a in der Formel (♄) G das bloſe Bogengewicht bedeute und daß, weil keine Hintermauerung da iſt, $u'' = 0$ ſey.

a) Berechnung des $U = (H + b \text{ Cos. } n\alpha)\ \Sigma^x$ für $H = 9'$, $b = 5'$ und $\text{Cos. } n\alpha = \text{Cos. } 53°,8' = 0,5999549$

Nach Nr. I, 7, B, e des gegenwärtigen Paragraphens iſt bey unſerem übermauerten Bogen der Seitendruck $\Sigma^x = 990$ Lg ℔ zu ſetzen. Demnach iſt deſſen Umdrehungsmoment

$$U = (9 + 5 \cdot 0,59995 \ldots\ldots)\ 990 \text{ Lg}$$
$$= (9 + 2,99975)\ 990 \text{ Lg} = 11879,75 \ldots\ldots \text{Lg},$$

wofür wir 11880 Lg ſetzen.

b) Berechnung der Momentſumme $u + u' + u''$ (Nr. B, d) für St^a. Nach vor. Nr. 1, E, b, β iſt gefunden worden:

$St^a = 23$ Fußen,

und ferner iſt das geometriſch genau berechnete unſerem Bogen mit ſeiner Uebermauerung zukommende Gewicht

$G = 1092, \ldots\ldots$ Lg ℔.

Hiernach iſt nun nach der Formel ♄, wenn wir St^a ſtatt St^u ſetzen:

$$u = (St^u - b \text{ Sin. } n\alpha)\ G = (23 - 5 \cdot 0,8 \ldots\ldots)\ 1092 \text{ Lg}$$
$$= (23 - 4)\ 1092 = 19 \cdot 1092 = 20748 \text{ ℔}.$$

Hier iſt gar ſchon das erſte Moment u von jenen dreien in der Formel (♄) angegebenen dem Momente U reagirenden Momenten u, u', u'' bey Weitem größer,

als $U = 11880$ Lg und wir brauchen alſo gar nicht weiter zu rechnen. Es iſt hier die St^a die wahre Widerlagerſtärke St und bey Weitem groß genug, dem U zu begegnen.

Bemerkungen: Bey einer nicht ſehr großen Widerlagerhöhe DK′ oder H iſt auch das Seitendrucksmoment $U = (H + b \,\mathrm{Cos.}\, n\alpha)\ \Sigma^*$ nicht ſehr groß, dagegen aber iſt die Widerlagerlänge ED oder St^a groß, weil dann durch dieſe Länge ein Gewicht G des Widerlagers hervorgebracht werden muß, welches in Verbindung mit dem Bogengewichte G und dem Hintermauerungsgewichte G′ einen dem Σ^* gleichen Reibungswiderſtand $\frac{1}{2}$ (G + G + G′) in der Grundfläche des Wiederlagers in ED verurſacht, und da kann ED ſo groß ſeyn, daß die Momentſumme u + u′ + u″ das Moment U bey Weitem übertrifft. Es kann aber auch die Widerlagerhöhe H ſo groß und mithin die ED oder St^a ſo klein werden, daß die Momentſumme u + u′ + u″ kleiner, als das Moment U iſt, in welchem Falle dann die St^a gehörig vergrößert werden muß. — Die vorige Berechnung ſetzt voraus, daß die Steinſchichten des Widerlagers in einem ſolchen Grade veſt aufeinander hängen, daß ſie zuſammen genommen eine gleichſam nur aus einem Stücke beſtehende Maſſe bilden, weswegen dieſes durch möglichſt gutes Aufeinanderklammern der Steinſchichten bewürkt werden muß.

Viertes Hauptſtück.

Ausmittelung kurzer und ſicherer Regeln für die Berechnung der Dicke, des Seiten- und lothrechten Druckes und der Widerlagerſtärke bey kreisbogenförmigen Gewölbbögen mit Nachweiſung aller übrigen dabey erforderlichen Rechnungsregeln und mit Erläuterungen durch Rechnungsbeiſpiele für die neue Donaubrücke bey Ulm.

§. 43.

Ueber die bisher angeſtellten Unterſuchungen wird ein jeder von unſeren Leſern gerade ſo, wie wir ſelbſt, auf folgende Weiſe denken:

1) Die in dieſen Unterſuchungen vorgenommenen Berechnungen der Keilhöhe oder Gewölbdicke b, des Seitendruckes Σ^*, des lothrecht abwärtsgehenden Druckes Δ^* und der Widerlagerſtärke St ſind in ſolchem Grade complicirt, daß man beſorgen kann, es möchten darin Fehlſchlüſſe oder Rechnungsfehler oder beide zugleich begangen worden und es möchte alſo auf die erhaltenen Rechnungsreſultate nichts mit Sicherheit zu gründen ſeyn, und daß man deswegen wünſchen muß, eine Proberechnung, durch welche ſich die Sicherheit der vorhin erhaltenen Rechnungsreſultate beſtätigen läßt, ausfindig zu machen und vorzunehmen.

2) Die vorhin gezeigten Methoden der Berechnung der Größen b, Σ^*, Δ^* und St ſind in ſolchem Grade mühſam und langweilig, daß man nicht umhin kann, zu verſuchen, ob ſich denn nicht kürzere und für bloſe handwerksmäßige Architekten zureichend leichte Methoden ausfindig machen laſſen, die, geſetzt auch, daß ſie nur approximativ ſeyn könnten, doch die Größen b, Σ^*, Δ^*, St nicht zu klein, aber auch nicht in einem Uebermaaße zu groß geben.

Dieſe zwey Puncte ſind es, durch die wir veranlaßt worden ſind, das, was wir in dem gegenwärtigen Hauptſtücke mittheilen werden, ausfindig zu machen.

Erſter Abſchnitt.

Für die nackten Bögen.

I.

Proberechnung.

§. 44.

1) Jedermann muß folgenden Satz als unumſtößlich anerkennen:

„Ein nackter Bogen K′K″A′A (Fig. 12), ſey er ein nur aus einem Stücke „beſtehender, oder ſey er aus Keilen componirt, welcher zwiſchen eine veſte „Widerlagerfläche in K′K″ und eine veſte lothrechte Scheitelfläche in AA′ einge„ſetzt und an die letztere Fläche blos angelehnt iſt, wird von weiter nichts, als „von der Fläche in K′K″ getragen, es muß alſo, wenn ſein Gewicht G heißt, der „von ihm gegen die K′K″ ausgeübte lothrechte Druck

$$\Delta^* = G \text{ ſeyn.}$$

(Dabey iſt nicht etwann etwas auf den in AA′ denkbaren Reibungswiderſtand zu rechnen.)

2) Da obiger Satz unleugbar iſt, ſo muß die Formel, die wir für die bey einem nackten Bogen Statt habende Preſſung Δ^* gefunden haben, in jedem Falle, wenn wir nach ihr Δ^* berechnen, das Bogengewicht $\mathfrak{G}$ geben, was wir nun für den bisher als Beiſpiel angenommenen Bogen verſuchen wollen. Weniger als $\mathfrak{G}$ kann in dieſer Proberechnung, falls unſere Formel für Δ^* richtig iſt und wir keine Zahlenrechnungsfehler in der als Beiſpiel beigebrachten Berechnung der Werthe von $\mathfrak{P}^n$ und $\mathfrak{D}$ begangen haben, unmöglich herauskommen, etwas mehr aber, als $\mathfrak{G}$ groß iſt, kann deswegen erhalten werden, weil wir in den vorigen Zahlenberechnungen der Werthe von $\mathfrak{P}^n$ und $\mathfrak{D}$ immer, um der in der Ausübung zu beobachtenden Sicherheit und Rechnungsabkürzungen willen, da, wo es nöthig ſchien, die Decimalbrüche in ihren letzteren Stellen um eine Einheit dieſer Stelle erhöht genommen haben.

3) In §. 41, Nr. I, 7, A, h haben wir für den dort als Beiſpiel angenommenen nackten Bogen gefunden,

„daß bey jeder Gewölbdicke b dieſes Bogens, die dort = 6,1 Fußen geſetzt „worden war, der lothrecht abwärtsgehende Druck

$$\Delta^* = 74{,}96 \cdot b\mathrm{Lg}\ \text{℔}$$

„ſeyn müße, welches für b = 6,1′ giebt:

$$\Delta^* = 457{,}256 \cdot b\mathrm{Lg}\ \text{℔}.$$

4) Wenn wir das Gewicht des Bogens für R = 75′, b = 6,1 und den Bogenwinkel nα oder w = 53°,8′ = 3188 Min. genau auf die Weiſe berechnen, die wir nachher zeigen werden, ſo erhalten wir

$$\mathfrak{G} = 441{,}2319\ \mathrm{Lg}\ \text{℔}$$

und dieſes giebt, wenn wir es mit dem Drucke

$$\Delta = 457{,}2560\ \mathrm{Lg}\ \text{℔}$$

vergleichen, die Differenz

$$\Delta^* - \mathfrak{G} = (457{,}2560 - 441{,}2319)\ \mathrm{Lg} = 16{,}0241 \cdot \mathrm{Lg}\ \text{℔}.$$

Dieſe Differenz aber iſt, wenn wir darauf zurückgehen, daß die in unſeren Rechnungen gebrauchte Größe δ' (§. 23) nur approximativ richtig iſt und daß wir in den äußerſt complicirten Rechnungen ſtets fort (wegen der Brüche — —) die Preſſungen etwas höher in Anſchlag gebracht haben, als ſie eigentlich ſind, eine ſo kleine Größe, daß wir daraus abnehmen können,

„wir haben unſere Formel nicht nur richtig conſtruirt, ſondern auch in den „Anwendungen derſelben keine Rechnungsfehler begangen.

II.

Verſuch,
eine taugliche abgekürzte Berechnungsart der Gewölbdicke auszumitteln.

§. 45.

Was die erforderliche Keilhöhe oder Gewölbdicke b betrifft, die man nach §. 29 einem nackten Gewölbbogen zu dem Zwecke, daß in ihm keine Fugenriſſe entſtehen können, zu geben hat, ſo iſt es nach unſeren Verſuchen eine abſolute Unmöglichkeit, für die möglichſt genaue Berechnung des wahren Werthes von b einen kürzeren und leichteren Weg zu finden, als den, welchen wir in §. 29, Nr. II. gezeigt haben. Man hat in dieſer Berechnung das nützliche Moment M, welches die Preſſungsſumme $\mathfrak{P}^n = D^n + \mathfrak{P}^{n-1} \cdot \text{Cos.}\ \alpha$ hervorbringt, zu ſuchen und muß alſo die $\mathfrak{P}^n$ berechnen; ferner aber muß man auch zu der Berechnung des b das ſchädliche Moment $\mathfrak{M}$, welches die Schubkräfte $Q^1, Q^2, \ldots\ldots, Q^{n-2}$ hervorbringen, ausmitteln und muß alſo, damit man dieſe Kräfte zur Erkenntniß bringe, alle Preſſungsſummen $\mathfrak{P}^1, \mathfrak{P}^2$ ꝛc. berechnen. In dieſem Momente $\mathfrak{M}$ kommt nach §. 29, Nr. II, 3, die dort durch T bezeichnete Größe vor und dieſe T hat in der dort in Nr. 5

für b gefundenen Formel $\frac{RT - V}{U - T}$

eine ſolche Stellung, daß ſie einen höchſt bedeutenden Einfluß auf die Beſtimmung des Werthes von b hat. Es iſt nämlich T im Dividendus der Formel mit der Größe R, die meiſtens ſehr groß iſt, multiplicirt und es muß alſo b bedeutend wachſen, wenn T auch nur um ein Geringes zu groß berechnet wird, und ferner kommt die Größe T auch noch im Diviſor der Formel für b, und zwar als Subtractor, vor, weswegen alſo b aus doppeltem Grunde wachſen muß, wenn die T etwas zu groß berechnet wird. Es iſt demnach dieſe T eine höchſt wichtige Größe rückſichtlich der möglichſt richtigen Beſtimmung der b und dieſe kann auf keine andere, als die a. a. O. angegebene Weiſe gehörig beſtimmt werden. — Da es aber nicht wenige Architekten giebt, die lieber, um langen und mühſamen Rechnungen zu entgehen, das Adproximative dem möglichſt Genauen vorziehen, ſo wollen wir hier zeigen, wie man auf einem kürzeren Wege eine adproximative Beſtimmung der b vornehmen könne, die doch zum Wenigſten noch bey Weitem beſſer iſt, als alle jene empiriſchen Beſtimmungsweiſen der b, die wir in §. 29, Nr. I. angegeben haben.

§. 46.

Wir haben in §. 29, Nr. II., 7 für den dort als Beiſpiel angenommenen Bogen, bey welchem 2W = 120 und H = 30 Fußen Rheinl. geſetzt worden war, den rich-

tigen Werth von b nach ſtatiſchen Grundſätzen berechnet. Wenn es nun bisher geſtattet war, aus empiriſchen Werthen von b (von welchen niemals einer gehörig berechnet worden iſt) Regeln für die Beſtimmung der b abzuleiten, ſo wird es ja wohl auch verſtattet ſeyn, für dieſe Beſtimmung aus unſerem richtig ſtatiſch berechneten Werthe von b, welcher für 2W = 120 und H = 30 Fußen gilt, ſo gut, als es ſich thun läßt, eine Regel abzuleiten, wenn wir dabey ſo verfahren, daß die b nicht, wie man gewöhnlich thut, blos eine von W, ſondern auch eine von H abhängige Größe wird, die mit dem Wachsthume von W zu- und mit dem Wachsthume von H abnehmen muß. — Unſer Verfahren iſt Folgendes;

§. 47.

1) Wir nehmen als einen techniſch zu billigenden Grundſatz an, „daß für „2W = 10 Fußen bey jeder Gewölbhöhe H, die noch als eine vernünftig gewählte „angeſehen werden kann, eine Keilhöhe b = 1 Fuß völlig zureichend ſey, und ſetzen ferner, daß für eine Gewölbweite 2W von 120 und eine innere Gewölbhöhe H von 30 Fußen die Keilhöhe b jene ſeyn müße, die wir in §. 29, N II., 7 gefunden haben, „nämlich 6,1 Fuß, wofür wir aber hier nur 6 Fuße ſetzen, weil wir dort ſo für „die Vergrößerung der b gerechnet haben, daß der Bruch 0,1 Fuß gar wohl bey „Seite geſetzt werden kann.“

2) Dieſe beiden unleugbar gültigen Sätze geben uns aber folgenden Satz:

„Wenn die halbe Weite W = 5 Fußen eines 10 Fuße weiten Gewölbbogens „bis zu der halben Weite W = 60 Fußen eines 120 Fuße weiten Gewölbbogens anwächſt und alſo 5 Fuße um 60 — 5 oder 55 Fuße zunehmen, „ſo vergrößert ſich dabey die 1 Fuß große Keilhöhe, welche dem erſteren Bogen, „deſſen halbe Weite 5 Fuße enthält, zugehört, um 5 Fuße, ſie wird zu „einer Keilhöhe

b von (1 + 5) Fußen.

3) Nach dieſem Satze können wir nun berechnen,

„welche Zunahme z des Gränzwerthes von b = 1 Fuß auf jeden Fuß Zunahme „der halben Weite W = 5 Fußen des kleinern Bogens kommt.

Für die Proportionsfrage,

„55 Fuße Zunahme der halben Bogenweite W gegeben 5 Fuße Zunahme der Gewölbdicke b, was giebt 1 Fuß Zunahme z der b, iſt die Antwort, daß

$$z = \frac{5 \cdot 1}{55} = \frac{1}{11} \text{ Fuß}$$

ſeyn müße.

4) Weil hiernach auf 1 Fuß Zunahme einer 5 Fuße großen $\mathfrak{W}$ die ihr zugehörende 1 Fuß betragende Keilhöhe um $\frac{1}{11}$ Fuß wachſen muß, ſo muß, wenn man irgend eine andere $\mathfrak{W}$ hat und ſie von 5 Fußen an um $\mathfrak{W} - 5$ Fuße wachſen läßt, die 1 Fuß große Keilhöhe um $(\mathfrak{W} - 5)\frac{1}{11}$ Fuß wachſen und es muß zu dieſer andern halben Gewölbweite $\mathfrak{W}$ die vergrößerte Keildicke

$$b = [1 + (\mathfrak{W} - 5)\tfrac{1}{11}] \text{ Fußen}$$

gehören. Dieſer Ausdruck giebt für $\mathfrak{W} = 5'$ den Werth $b = 1$ Fuß und für $\mathfrak{W} = 60'$ den Werth $b = 1 + 5$ oder $6'$, wie es nach den in Nr. 1 aufgeſtellten Grundſätzen ſeyn muß.

5) Dieſer Ausdruck für b gründet ſich aber auf unſere ſtatiſche Berechnung der Keilhöhe b eines ſolchen Bogens, bey welchem der Verdrückungsbruch

$$\frac{\mathfrak{H}}{2\mathfrak{W}} = \frac{30'}{120'} = \frac{1}{4}$$

und alſo $\frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{W}} = \frac{30'}{60'} = \frac{1}{2}$ war,

und er iſt folglich auch nur auf dergleichen Bögen, in welchen ſich

$$\mathfrak{H} : \mathfrak{W} = 1 : 2$$

verhält, anwendbar.

6) Um aber dieſen Ausdruck auch noch für andere Bögen, bey welchen $\frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{W}} >$ oder $< \frac{1}{2}$ iſt, ſo gut, als es ſich thun läßt, anwendbar zu machen, ſo erwäge man Folgendes:

Es iſt unleugbar, daß man einem Gewölbbogen, welcher flacher, als ein anderer iſt, eine größere, im umgekehrten Falle aber eine kleinere Keildicke oder Bogenſtärke b geben müße. Nimmt man nun, weil nach unſerer Berechnung der b dieſe Größe von $\mathfrak{W}$ und $\mathfrak{H}$ abhängt, hypothetiſch an,

„jene in voriger Nr. 4 berechnete Zugabe $(\mathfrak{W}-5)\frac{1}{11}$ Fuß, die man dem klein-
„ſten Werthe von $b = 1$ Fuß wegen der halben über 5 Fuße hinausgehenden
„Bogenweite zu geben hat,

„falls nämlich $\frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{W}} = \frac{1}{2}$ iſt,

„müße nach einem geometriſchen Verhältniſſe ſteigen oder fallen, je nach-
„dem $\frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{W}}$ unter $\frac{1}{2}$ herunter fällt oder über $\frac{1}{2}$ hinauf ſteigt, es müße ſich
„alſo, indem aus $\frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{W}} = \frac{1}{2}$ ein anderer Werth $\frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{W}}$ wird, jene Zugabe von

„$(\mathfrak{W} - 5)\,\frac{1}{11}$ Fußen in eine Zugabe x verwandeln, die mit $(\mathfrak{W} - 5)\,\frac{1}{11}$ Fuß „ein geometriſches Verhältniß bildet, welches das umgekehrte von „$\frac{1}{2} : \frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{W}}$, alſo $= \frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{W}} : \frac{1}{2}$ iſt,“

ſo ergiebt ſich hiernach folgende Proportion:

$$\frac{\mathfrak{H}}{\mathfrak{W}} : \frac{1}{2} = (\mathfrak{W} - 5)\,\frac{1}{11}\ \text{Fuß} : x\ \text{Fußen},$$

$$\text{woraus } x = \frac{(\mathfrak{W} - 5)\,\mathfrak{W}}{22\,\mathfrak{H}} \text{ folgt.}$$

Demnach müßte die Keilhöhe

$$b = \left(1 + \frac{(\mathfrak{W} - 5)\,\mathfrak{W}}{22\,\mathfrak{H}}\right) \text{Fußen } (\mathfrak{h})$$

seyn.

7) Nach dieſer Formel wächſt bey einerley Werth von $\mathfrak{H}$ die b mit dem Wachsthume von $\mathfrak{W}$ und bey einerley Werth von $\mathfrak{W}$ nimmt die b mit dem Wachsthume von $\mathfrak{H}$ ab.

Für $\mathfrak{W} = 5'$ giebt ſie den Werth $b = 1 + 0 = 1'$ und für $\mathfrak{W} = 60'$ und $\mathfrak{H} = 30'$ giebt ſie

$$b = 1 + \frac{(60 - 5)\,60}{22 \cdot 30} = 1 + \frac{55}{22} \cdot 2 = 6 \text{ Fußen},$$

wie es ſich nach unſerer vorhin geführten ſtatiſchen Berechnung gehört.

Dieſe Formel iſt alſo für zwey Gränzfälle, nämlich für den Fall, das $\mathfrak{W} : \mathfrak{H} = 5 : \mathfrak{H}$ und den Fall, daß $\mathfrak{W} : \mathfrak{H} = 120 : 30$ ſey, vollkommen richtig. Dieſe beiden Gränzfälle faſſen eine unbeſtimmbar große Menge anderer Fälle zwiſchen ſich und unſere Formel müßte auch für alle dieſe andern Fälle völlig richtige Werthe für b geben, falls ſtreng erwieſen wäre,

„daß die von den Veränderungen der Data $\mathfrak{W}$ und $\mathfrak{H}$ abhängigen Veränderungen „der Werthe von b gerade nach den in Nr. 3 und Nr. 6 angenommen geometri„ſchen Verhältniſſen erfolgen müßen.“

Das aber iſt durch nichts erwieſen worden. Daß bey den Zunahmen und Abnahmen der Größen $\mathfrak{W}$ und $\mathfrak{H}$ auch jene in Nr. 3 und 6 geſetzten unbeſtimmten Veränderungen der b erfolgen müßen, nur das iſt abſolut gewiß und nur in dieſer Hinſicht iſt unſere Formel für b nicht nach falſchen Principien conſtruirt; daß aber die dort geſetzten nähern Beſtimmungen der b, daß nämlich dieſe nach geometriſchen Verhältniſſen vor ſich gehen, gültig ſeyen, das iſt blos hypothetiſch angenommen worden und in dieſer Rückſicht iſt alſo unſere Formel für b eine bloſe hypothetiſche.

Dieſe unſere hypothetiſche Formel iſt aber doch von der Art, daß ſie für zwey Gränzfälle vollkommen richtig iſt, daß in ihr doch wenigſtens im Allgemeinen auf die Veränderungen der Größen $\mathfrak{W}$ und $\mathfrak{H}$, von welchen die Veränderungen von b abhängen, Rückſicht genommeu worden und daß ſie alſo bey Weitem begründeter iſt, als jene in §. 29, Nr. 1. für die Größe b angegebenen Beſtimmungsregeln. Z. B. für $2\mathfrak{W} = 60'$ oder $\mathfrak{W} = 30'$ und $\mathfrak{H} = \frac{1}{6} \cdot 2\mathfrak{W} = 10'$ giebt unſere Formel die

$$b = 1 + \frac{(30-5) \cdot 30}{22 \cdot 10} = 1 + \frac{25}{22} \cdot 3 = 1 + \frac{75}{22} = 1 + 3\tfrac{9}{22}$$

$= (4\tfrac{9}{22})'$, alſo faſt $(4\tfrac{3}{7})'$.

Nach Wiebekings Regel ſoll man, es mag das Verhältuiß zwiſchen $\mathfrak{H}$ und $\mathfrak{W}$, ſeyn, welches es wolle, und es mag die dem Bogen aufgelegte Belaſtung ſeyn, welche ſie wolle, alſo von einer gewiſſen Größe, oder gar $= 0$, allemal

$$b = \tfrac{1}{24}\, 2\mathfrak{W} = \tfrac{1}{12}\, \mathfrak{W}$$

ſetzen. Dieſem nach müßte für $\mathfrak{W} = 30'$

$$b = \tfrac{1}{12} \cdot 30' = (2\tfrac{1}{2})'$$

ſeyn, da hingegen unſere Formel eine weit richtigere

$$b = (4\tfrac{3}{7})'$$

giebt.

Nach Langsdorfs Regel ſoll man, es ſey die Belaſtung des Bogens, welche ſie wolle, alſo auch für den Fall, daß ſie $= 0$ ſey, die

$$b = \frac{R + 30}{36} \text{ Fußen Rhein.}$$

ſetzen. Für $\mathfrak{W} = 30'$ und $\mathfrak{H} = 10'$ iſt aber (nach §. 20b)

$$R = \frac{\mathfrak{W}^2 + \mathfrak{H}^2}{2\mathfrak{H}} = \frac{30^2 + 10^2}{2 \cdot 10} = \frac{900 + 100}{20}$$

$$= \frac{1000}{20} = 50 \text{ Fußen}$$

$$\text{und folglich } b = \frac{50 + 30}{36} = \frac{80}{36} = 2{,}222\ldots\ldots \text{Fußen,}$$

alſo gar nach geringer, als nach Wiebekings Regel und mithin noch mehr verſchieden von unſerer $b = 4\tfrac{3}{7}$ Fußen.

§. 48.

Wenn man ſtatt der in Nr. 3 des vorigen Paragraphens für einen Fuß Zunahme der halben Bogenweite W angenommenen Zunahme $z = \frac{1}{11}$ Fuß der Gewölbdicke b den um ein Geringes größeren Bruch $\frac{1}{10}$ Fuß oder 1 Decimalzahl ſetzt und dann weiter nach Nr. 4 und 9 des vorigen Paragraphens fortrechnet, ſo erhält man ſtatt des dort erhaltenen Ausdruckes (h) folgenden:

$$b = \left(1 + \frac{(W - 5)\,W}{20\,H}\right) \text{ Fußen}$$

$$\text{oder } 1 + (W - 5) \cdot \tfrac{1}{20} \cdot \frac{W}{H} \text{ Fuße.}$$

Dieſer Ausdruck giebt die b etwas größer, als der Ausdruck (h). Z. B. Für W = 60′ und H = 30′ giebt er

$$b = 1 + (60 - 5) \cdot \tfrac{1}{20} \cdot \tfrac{60}{30}$$

$$= 1 + 55 \cdot \tfrac{1}{20} \cdot 2 = 1 + \tfrac{55}{10} = 6\tfrac{1}{2} \text{ Fußen,}$$

alſo um 4 Decimalzolle größer, als unſere ſtatiſche Berechnung, durch welche wir bey den hier geſetzten Datis fanden, daß b enthalten müße 6 Fuße und 1 Decimalzoll. Indem wir dieſen Umſtand mit dem zuſammenfaſſen, was wir in Nr. 7 des vorigen Paragraphens über die Grüude für und gegen die von uns verſuchte abgekürzte und approximative Berechnung der b beigebracht haben, ſo erwächſt in uns die Ueberzeugung, daß wir bey Weitem gründlicher nnd ſicherer, als bisher geſchehen iſt, verfahren, wenn wir für ſolche Praktiker, welche die von uns angegebene von Keil zu Keil gehende ſtatiſche Berechnung der b nicht vornehmen können oder mögen, folgende

Regel

für die Berechnung der Dicke oder Keilhöhe eines nackten Bogens

geben:

„Nachdem ihr die Spannweite 2W des zu conſtruirenden Bogens und die „Höhe H ſeiner inneren Wölbungslinie in Fußen veſtgeſetzt habt, ſo nehmet die halbe Spanntweite W, zieht davon 5 Fuße ab und ſchreibet euch den „Reſt

$$(W - 5) \text{ Fuße}$$

„auf. Hierauf dividirt euere H in W und was ihr dabey erhaltet, davon nehmet „den zwanzigſten Theil, ſo habt ihr eine Zahl

$$\tfrac{1}{20} \cdot \frac{W}{H} \cdot$$

„Mit dieſer Zahl multiplicirt den Reſt ($\mathfrak{W} - 5$) und die dabey ſich ergebende „Zahl von Fußen addiret zu 1 Fuß, wodurch ihr des nackten Bogens Dicke

$$b = 1 + (\mathfrak{W} + 5) \cdot \tfrac{1}{20} \cdot \frac{\mathfrak{W}}{\mathfrak{H}}$$

„erhaltet.

Z. B. Die neue Donaubrücke bey Ulm, die jezt gebaut wird, ſoll Bögen erhalten, bey welchen die Spannweite $2\mathfrak{W} = 60'$ alſo $\mathfrak{W} = 30'$ und die Höhe $\mathfrak{H} = 10'$ iſt, für dieſe müßte nach der vorigen Regel die Bogendicke b, falls die Bögen nackte wären, folgende ſeyn:

$$\begin{aligned} b &= 1 + (30 - 5) \cdot \tfrac{1}{20} \cdot \tfrac{30}{10} \\ &= 1 + 25 \cdot \tfrac{1}{20} \cdot 3 = 1 + \tfrac{25}{20} \cdot 3 \\ &= 1 + \tfrac{5}{4} \cdot 3 = 1 + \tfrac{15}{4} = 4\tfrac{3}{4} \text{ Fußen.} \end{aligned}$$

(In Nr. 7 des vor. Paragraphens ſind $4\frac{3}{7}$ Fuße gefunden worden).

*) Da aber die Bögen übermauerte ſeyn ſollen, ſo iſt es nicht nöthig, der b eine ſolche Größe zu geben.

III.

Verſuch
eine taugliche abgekürzte Berechnungsart des Seitendruckes auszumitteln.

§. 49.

Was den Seitendruck Σ^* eines nackten Gewölbbogens anbelangt, ſo iſt es nach unſeren Verſuchen ebenfalls eine abſolute Unmöglichkeit, für die möglichſt genaue Berechnung des wahren Werthes deſſelben eine Methode ausfindig zu machen, die kürzer und leichter iſt, als jene, die wir in §. 42 dafür angegeben haben. Da aber dieſe ſehr mühſam und langweilig iſt, ſo haben wir verſucht, eine abgekürzte Näherungsmethode dafür ausfindig zu machen, die wir nun vortragen wollen.

§. 50.

Zuvörderſt iſt erforderlich, daß man das Gewicht $\mathfrak{G}$ eines jeden Bogens K′K″A′A (Fig. 8) möglichſt genau berechnen könne und daß man nach den dazu gefundenen Regeln das Gewicht desjenigen Bogens, den wir bisher als Beiſpiel angewendet haben und welchen wir von hier an den Probebogen nennen, würklich berechne, welches hier geſchehen ſoll.

1) Aus der euch vorgeſchriebenen halben Spannungsweite K′B oder W und inneren Bogenhöhe H berechnet den inneren Bogenhalbmeſſer CA oder R nach der in §. 20 b, Nr. 1, B gegebenen Vorſchrift und dann auch aus W und R den Bogenwinkel K′CA oder w oder $n\alpha$ nach der dortigen Nr. 2. Dazu braucht ihr außer der Decimalbruchberechnung, die ihr verſtehen müßt, weiter nichts zu wiſſen, als die Kunſt, wie man in einer Sinustafel zu einem Sinus den zugehörenden Winkel näherungsweiſe findet. Für W = 60′, H′ = 30′ iſt dort R = 75′ und w = 53 Graden 8 Min. gefunden worden.

2) Nach der vorhin gegebenen Regel (§. 48) berechnet dann auch die Gewölbdicke AA′ = K′K″ oder b. Dieſe hat nach dem Dortigen für W = 60′ und H = 30′ den Werth $b = 6\frac{1}{2}$ Fußen; wir nehmen aber hier nur 6 Fuße an. — —

3) Nun ſuchet den Quadratinhalt F des Kreiſes, welchem die innere Bogenlinie K′A′ zugehört; es iſt

$$F = 3{,}14 \cdot R \cdot R$$

und das giebt für $R = 75'$ den Werth

$$F = 3{,}14 \cdot 75 \cdot 75$$
$$= 3{,}14 \cdot 5625\,q' = 17662{,}50 \text{ Quadr. Fußen.}$$

4) Weiter ſuchet auch den Quadratinhalt F′ des Kreiſes, welchem die äußere Bogenlinie K″A′ zugehört und deſſen Halbmeſſer CA′ = CA + AA′ = R + b iſt; es iſt

$$F' = 3{,}14 \cdot (R+b) \cdot (R+b)$$

und das giebt für R = 75′ und b = 6′, alſo für (R + b) = 81′

$$F' = 3{,}14 \cdot 81 \cdot 81$$
$$= 3{,}14 \cdot 6561\,q' = 20601{,}54 \text{ Quadr. Fußen.}$$

5) Davon ziehet F (in Nr. 3) ab, ſo erhaltet ihr die Ringfläche ℜ, welcher die Bogenfläche K′K″A′A als Theil zugehört; es iſt

$$\mathfrak{R} = F' - F = 20601{,}54 - 17662{,}50$$
$$= 2939{,}04 \text{ Quadr. Fußen.}$$

6) Nun ſuchet, was die Bogenfläche K′K″A′A oder 𝔉 für ein Theil von der ℜ iſt, nach der Proportion

$$360° : w° = \mathfrak{R} : \mathfrak{F},$$

nach welcher ſeyn muß:

$$\mathfrak{F} = \frac{w° \cdot \mathfrak{R}}{360°} \text{ Quadr. Fußen.}$$

Nach vor. Nr. 1 iſt $w^\circ = 53^\circ$, 8 Min = 3188 Min.
und 360° ſind = 360 . 60 Min. = 21600, alſo iſt

$$F = \frac{3188 \cdot 2939{,}04}{21600} = 433{,}78 \text{ Quadr. Fußen.}$$

7) Dieſen Quadratinhalt F der Bogenfläche K′K″A′A denket euch mit der Anzahl L der Fuße, nach welcher der Gewölbbogen (nach der Richtung ſeiner Axe nämlich) lang ſeyn ſoll, multiplicirt, ſo habt ihr deſſen körperlichen Inhalt

$$K = F . L, \text{ hier z. B. } = 433{,}78 . L \text{ Cubicfußen.}$$

8) Dieſe Zahl denket euch mit der Pfundezahl g eines Cubicfußes der Gewölbbogenmaſſe multiplicirt, ſo habt ihr des halben Bogens Gewicht

$$G = K . g = F . L . g, \text{ hier z. B. } 433{,}78 \text{ Lg Pfunde.}$$

* Ihr braucht G nur bis auf L und g auszurechnen, weil bey der Berechnung der Widerlagerſtärke das Product Lg aus der Rechnung wegfällt. — Wäre L nur 1 Fuß und g = 100 ℔ = 1 Cent., ſo wäre G = 433,78 Centnern.

§. 51.

Berechnung des Seitendruckes eines Bogens K′K″A′A, welcher nur aus einem Stücke beſteht.

Ferner muß gezeigt werden, wie man möglichſt genau berechnen könne, welchen Seitendruck σ^{**} ein Bogen K′K″A′A in dem Falle ausüben würde, wenn er nicht in Keile zerſchnitten wäre, und nach der dazu gefundenen Regel muß dann dieſer Seitendruck σ^{**} für den Probebogen geſucht werden. Für dieſen Bogen bezeichnen wir σ^{**} durch σ^{*}. (Die Radien in Fig. 12 denke man ſich bis in das Centrum verlängert.)

1) Es ſey y das Schwerpunct des gleichdicken Bogens (Fig. 12) und mym der Schwerpunctsbogen. Das in y vereinigt gedachte Bogengewicht G zieht den Bogen in der Richtung yz lothrecht abwärts und dieſe Richtungslinie yz iſt von der Stelle A um $\eta A = yh = Cy . \text{Sin.} \frac{1}{2} n\alpha$ entfernt. Nimmt man alſo in A ein Umdrehungspunct des Bogens an, ſo iſt in Beziehung auf dieſes Punct

das Moment von G dieſes: $Cy . \text{Sin.} \frac{1}{2} . n\alpha . G$.

2) Sollte eine in m angebrachte Kraft K lothrecht aufwärts von m nach f hin ziehen und dem in y lothrecht abwärts würkſamen G das Gleichgewicht halten,

ſo müßte das Moment dieſer $\mathfrak{K}$ in Beziehung auf das Umdrehungspunct A dem vorerwähnten Momente des $\mathfrak{G}$ gleich ſeyn. Es iſt aber die Würkungslinie mf der in m würkſam vorgeſtellten $\mathfrak{K}$ von A um die Weite Af = mB = Cm . Sin. nα entfernt und alſo

das Moment von $\mathfrak{K}$ dieſes: $Cy \,.\, \text{Sin.}\, n\alpha \,.\, \mathfrak{K}$

Für das Gleichgewicht zwiſchen $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{G}$ müßte alſo

$$Cy \,.\, \text{Sin.} \,.\, n\alpha \,.\, \mathfrak{K} = Cy \,.\, \text{Sin.} \,.\, \tfrac{1}{2}n\alpha \,.\, \mathfrak{G},$$

und $\mathfrak{K} = \dfrac{\text{Sin.} \,.\, \frac{1}{2}n\alpha}{\text{Sin.}\; n\alpha} \,.\, \mathfrak{G}$, d. h.

$$= \frac{\text{Sin.}\, \frac{1}{2}n\alpha}{2\,\text{Sin.}\, \frac{1}{2}n\alpha \,.\, \text{Cos.}\, \frac{1}{2}n\alpha} \,.\, \mathfrak{G}$$

$$= \tfrac{1}{2} \,.\, \frac{1}{\text{Cos.}\, \frac{1}{2}n\alpha} \,.\, \mathfrak{G} = \tfrac{1}{2}\mathfrak{G} \,.\, \text{Sec.}\, \tfrac{1}{2}n\alpha$$

ſeyn. Demnach übte $\mathfrak{G}$ in der Stelle m einen lothrecht abwärts gehenden Druck

$$\mathfrak{K} = \tfrac{1}{2}\,\mathfrak{G} \,.\, \text{Sec.}\, \tfrac{1}{2}\, n\alpha$$

aus, falls in A ein Hypomochlium angebracht wäre, welches da den Bogen veſthielte und ihn verhinderte, außer dem Drucke $\mathfrak{K}$ auch noch einen Schub $\mathfrak{S}$ von m gegen m hin auszuüben.

3) Weil aber hier ein ſolcher Schub $\mathfrak{S}$ Statt haben muß, ſo leidet das Widerlager in der Fläche in K′K″ noch mehr, als den bloſen Druck $\mathfrak{K}$. In A oder m müßte, wenn der $\mathfrak{S}$ nicht Statt haben ſollte, eine Reactionskraft $\mathfrak{k}$ lothrecht aufwärts würken, und zwar eine ſolche, die $= \mathfrak{G} - \mathfrak{K}$ wäre. Da hier dieſe nicht vorhanden iſt, ſo hat der Bogen in der Stelle m ein Beſtreben $\mathfrak{k} = \mathfrak{G} - \mathfrak{K}$, lothrecht abwärts zu gehen. Daran iſt er aber verhindert durch die veſte Wand in AA′ und das Widerlager in K′K″, weswegen ſich ſein Beſtreben $\mathfrak{k}$, welches wir hier durch die Linie mr ausdrücken, in eine auf der AA′ ſenkrechte und alſo horizontale Preſſung mn oder $\mathfrak{T}$ und in eine gegen das Widerlager hin würkende Schubkraft mq oder $\mathfrak{S}$ nach dem Parallelogramme mrnq, worin der W. mqr = mmB = v iſt, zerlegt. In dieſem iſt,

die mn oder $\mathfrak{T} = mr \,.\, \text{Tang.}\, mrn = \mathfrak{k} \,.\, \text{Cot.}\; v$ und

die mq oder $\mathfrak{S} = mr \,.\, \text{Sec.}\; qmr = \mathfrak{k} \,.\, \text{Cosec.}\, v$, worin $\mathfrak{k} = \mathfrak{G} - \mathfrak{K}$ iſt.

Dieſe $\mathfrak{S}$ würkt in m von m nach b hin und verurſacht einen lothrechten Druck mc oder δ* und einen horizontalen Seitendruck ma oder σ**, welche zwey Preſſungen ſich aus dem Parellelogramme mbac, worin die mb = $\mathfrak{S}$ ſeyn ſoll, ergeben. Es iſt hier

mc oder $\delta^* = mb \cdot \text{Sin. } v = \mathfrak{S} \cdot \text{Sin. } v = (\mathfrak{G}-\mathfrak{K}) \text{ Cosec. } v \cdot \text{Sin. } v$

$$= (\mathfrak{G}-\mathfrak{K}) \frac{1}{\text{Sin. } v} \cdot \text{Sin. } v = \mathfrak{G}-\mathfrak{K} \text{ und}$$

ma oder $\sigma^{**} = mb \cdot \text{Cos. } v = \mathfrak{S} \cdot \text{Cos. } v = (\mathfrak{G}-\mathfrak{K}) \text{ Cosec. } v \cdot \text{Cos. } v$

$$= (\mathfrak{G}-\mathfrak{K}) \frac{1}{\text{Sin. } v} \cdot \text{Cos. } v = (\mathfrak{G}-\mathfrak{K}) \text{ Cot. } v$$

4) Das Widerlager leidet nach Nr. 2 in der Stelle m den lothrechten Druck $\mathfrak{K}$ und nach Nr. 3 auch noch den lothrechten Druck $\mathfrak{G}-\mathfrak{K}$, alſo den Druck $\mathfrak{K}+\mathfrak{G}-\mathfrak{K}=\mathfrak{G}$, wie es ſich gehört.

Die Seitenpreſſung aber iſt, nach Nr. 2 und 3,

$$\sigma^{**} = (\mathfrak{G}-\mathfrak{K}) \text{ Cot. } v = (\mathfrak{G} - \tfrac{1}{2}\mathfrak{G} \text{ Sec. } \tfrac{1}{2} n\alpha) \text{ Cot. } v$$

$$= \mathfrak{G} (1 - \tfrac{1}{2} \text{ Sec. } \tfrac{1}{2} n\alpha) \cdot \text{Cot. } v = \mathfrak{G} (1 - \tfrac{1}{2} \text{ Sec. } \tfrac{1}{2} n\alpha) \frac{\mathfrak{W}}{\mathfrak{H}},$$

denn es iſt die K'$\mathfrak{B}$ oder $\mathfrak{W}$ = AB . Tang. K'AB

$$= \mathfrak{H} \cdot \text{Tang. } (90 - v) = \mathfrak{H} \cdot \text{Cot. } v \text{ und alſo } \frac{\mathfrak{W}}{\mathfrak{H}} = \text{Cot. } v.$$

5) Bey dem Probebogen iſt nach Nr. 8 im vor. Paragraphen für die Dicke b = 6' dieſes Bogens deſſen Gewicht

$$\mathfrak{G} = 433{,}78 \text{ Lg ℔};$$

wofür wir hier nur 433 Lg ℔ ſetzen, weil dieſes der Sicherheit der künftigen Rechnungen zuträglich iſt.

Ferner iſt bey dieſem Bogen Sec. $\tfrac{1}{2} n\alpha$ = Sec. $\tfrac{1}{2}$ (53°, 8') = Sec. 26°, 34' = 1,1180498, $\mathfrak{W}$ = 60', $\mathfrak{H}$ = 30' und alſo, nach der obigen Gleichung für σ^{**}, wenn wir hier σ^{**} durch σ^* bezeichnen,

$$\sigma^* = 433 \text{ Lg } (1 - \tfrac{1}{2} \cdot 1{,}1180498) \tfrac{60}{30}$$

$$= 433 \text{ Lg} \cdot 0{,}4409751 \cdot 2$$

$$= 866 \cdot 0{,}4409751 \text{ Lg} = 381{,}8844 \text{ Lg}.$$

§. 52.

Angabe des Unterſchiedes zwiſchen der Seitenpreſſung Σ^* des in 47 Keile zerſchnittenen und der Seitenpreſſung σ^* des in keine Keile zerſchnittenen Probebogens.

Nach §. 42, Nr. I, 7, A, *e* iſt

$$\Sigma^* = 489{,}2807 \text{ Lg ℔},$$

aber nach Nr. 5 des vorigen Paragraphens iſt

$$\sigma^* = 381{,}8844 \text{ Lg ℔},$$

alſo iſt $\Sigma^* - \sigma^* = 107{,}3903$ Lg ℔.

Dieſe Differenz iſt hier etwas größer, als ſie ſeyn ſollte, angegeben worden. In §. 42 ꝛc. iſt nämlich Σ^* für eine Bogendicke b = 6,1′, aber in Nr. 5 des vorigen Paragraphens iſt σ^* nur für eine b=6′ berechnet und noch dazu das Bogengewicht G = 433,78 Lg ℔ nur = 433 Lg ℔ geſetzt worden, ſo daß alſo hier σ^* in zweifacher Rückſicht etwas zu klein und folglich der Unterſchied

$$\Sigma^* - \sigma^* = 107{,}3963 \text{ Lg ℔}$$

in zweifacher Rückſicht etwas zu groß angegeben iſt. Dieſe Erhöhung der Angabe des Werthes von $\Sigma^* - \sigma^*$ iſt hier vorſetzlich vorgenommen worden, weil ſie der Sicherheit der künftigen Rechnungen zuträglich iſt.

*) Dieſe Differenz $\Sigma^* - \sigma^*$, um welche der Seitendruck σ^* des unzerſchnitten Probebogens durch das Zerſchneiden deſſelben in 47 Keile, alſo durch 46 Schnitte und 46 Aufhebungen von Cohäſionskräften, von welchen im Zuſtande des Unzerſchnittenſeyns ſeine keilförmigen Theile unter einander zuſammengehalten werden, von Σ^* abweicht, iſt bedeutend. Es ſey, nach der Richtung der Axe des Gewölbbogens gemeſſen, deſſen L nur = 1 länge Fuße und g betrage nur 100 ℔ oder 1 Centner, ſo iſt hier

$$\Sigma^* - \sigma^* = 107{,}3963 \text{ Lg ℔} = 107{,}3963 \cdot 1 \cdot 100 \text{ ℔} = 107{,}3963 \text{ Centnern.}$$

„Die 46 Keilſchnitte im Probebogen hätten alſo in dieſem Falle zur Folge, daß „dieſer um 107,3063 Centner ſtärker horizontal gegen das Widerlager auswärts ſchiebt, als er ſchieben würde, wenn er nur aus einem Stücke beſtände.“

Was ſoll man hierbey rückſichtlich jener Gewölbberechnungen, worin man große aus Keilen componirte Bogentheile als ſolche betrachtet, die nur aus einem Stücke beſtehen, ſagen (?) (!)

§. 53.

Vertheilung des Unterſchiedes zwiſchen der Seitenpreſſung Σ^* des in 46 Keile zerſchnittenen und der Seitenpreſſung σ^* des in keine Keile zerſchnittenen Probebogens.

1) Da die 381,8844 Lg Pfunde betragende Seitenpreſſung σ^*, welche der Probebogen, wenn er nur aus einem Stücke beſtände, ausüben müßte, durch die 46 Keilſchnitte und Schwächungen deſſelben um eine Differenz

$$\Sigma^* - \sigma^* = 107{,}3963 \text{ Lg ℔}$$

anwächſt, ſo iſt hiermit offenbar,

„daß von der erſten Bogenſchwächung an bis zu der 46ſten 46 Zuſätze Statt „haben müßen, um welche der σ^* zunimmt, wenn man ſich den Bogen zuerſt in „zwey, dann in drey, hernach in vier ꝛc. keilförmige Stücke zerſchnitten „denkt.

2) Liefen dieſe 46 Zuſätze in einer arithmetiſcheu Progreſſion fort, ſo nähme σ^*

durch die eine Bogenſchwächung um $\frac{1}{46}(\Sigma^* - \sigma^*)$,

durch zwey Bogenſchwächungen um $\frac{2}{46}(\Sigma^* - \sigma^*)$,

durch drey : : : um $\frac{3}{46}(\Sigma^* - \sigma^*)$,

u. ſ. f., alſo

durch 46 Bogenſchwächungeen um $\frac{46}{46}(\Sigma^* - \sigma^*)$, zu.

Daß aber die 46 verſchiedenen Zuſätze zu dem σ^*, die mit der einfachen, doppelten, dreifachen, ..., 45fachen und 46fachen Schwächung des Bogens in Verbindung ſtehen müßen, nicht nach einer arithmetiſchen Progreſſion, deren erſtes Glied $= \frac{1}{46}(\Sigma^* - \sigma^*)$ und Aufſteigungsdifferenz eben dieſe Größe iſt, fortlaufen können, das ergiebt ſich aus Folgendem: Der dem noch unzerſchnittenen Bogen zukommende Seitendruck σ^* iſt die Urſache, daß er, wenn der Bogen einmal zerſchnitten wird um eine gewiſſe Differenz u^1 zunimmt nnd dieſe u^1 muß offenbar deſto größer ſeyn, je größer σ^* iſt. Wenn nun der einmal zerſchnittene Bogen, der jetzt nicht mehr blos mit σ^*, ſondern mit $\sigma^* + u^1$ drückt, noch einmal zerſchnitten wird, ſo muß der Zuſatz u^2, um welchen ſein Seitendruck $\sigma^* + u^1$ anwächſt, nothwendig größer ſeyn, als vorhin der u^1 war, weil ja dieſer u^2 von einer Urſache $\sigma^* + u^1 > \sigma^*$ erzeugt wird. So muß ferner der nun in dem zweimal geſchnittenen Bogen Statt habende Seitendruck $\sigma^* + u^1 + u^2$ bey einem dritten in dem Bogen angebrachten Schnittte um eine Differenz u^3 zunehmen, die wiederum etwas größer iſt, als die

u^2 iſt u. ſ. f. Es laufen alſo die 46 Zuſätze, um welche der Seitendruck σ^* des Bogens durch die ihm gegebenen 46 Keilſchnitte zunimmt, in einer Reihe

$$u^1,\ u^2,\ u^3,\ \ldots\ldots,\ u^{46}$$

fort, worin jedes folgende Glied größer iſt, als das ihm vorausgehende. Demnach iſt des Seitendruckes σ^* Zuſatz

bey 1 Schnitte $= u^1$,
— 2 Schnitten $= u^1 + u^2 > 2u^1$,
— 3 ; ; $= u^1 + u^2 + u^3 > 3u^1$,
— 4 ; ; $= u^1 + u^2 + u^3 + u^4 > 4u^1$,
u. ſ. w.

und es bilden alſo dieſe Zuſätze keine arithmetiſche Progreſſion $u^1, 2u^1, 3u^1, \ldots\ldots 46u^1$.

3) Weil der zu 46 Keilſchnitten gehörende Seitendruckszuſatz $\Sigma^* - \sigma^*$ eine aus 46 immer größer werdenden Poſten beſtehende Summe

$$u^1 + u^2 + u^3 + u^4 + \ldots\ldots + u^{46}$$

iſt, ſo muß der zu r Keilſchnitten gehörende Seitendruckszuſatz

$$z' = u^1 + u^2 + u^3 + \ldots\ldots + u^r$$

ſeyn. Man theile nun den Seitendruckszuſatz $\Sigma^* - \sigma^*$ in 46 gleiche Theile und ſetze, der zu einer Zahl r von Schnitten, die kleiner als 46 iſt, gehörende Seitendruckszuſatz ſey

$$z = \frac{r}{46}(\Sigma^* - \sigma^*)$$

und unterſuche, ob dieſer hypothetiſch angenommene z kleiner ſey, als jener richtig aufgeſtellte z', wie hier folgt:

4) Wenn man von dem

$$z = \frac{r}{46}(\Sigma^* - \sigma^*) = \frac{r}{46}(u^1 + u^2 + u^3 + \ldots + u^r + u^{r+1} + \ldots + u^{46})$$

den $z' = u^1 + u^2 + u^3 + \ldots\ldots + u^r$ abzieht, ſo erhält man folgenden Ausdruck:

$$z - z' = \frac{r}{46}(u^1 + u^2 + \ldots + u^r + u^{r+1} + \ldots + u^{46}) - (u^1 + u^2 + \ldots + u^r)$$

$$= \frac{r(u^1 + u^2 + \ldots + u^r) + r(u^{r+1} + u^{r+2} + \ldots + u^{46}) - 46(u^1 + u^2 + \ldots + u^r)}{46}$$

$$= \frac{r(u^{r+1} + u^{r+2} + \ldots\ldots + u^{46}) - (46 - r)(u^1 + u^2 + \ldots\ldots + u^r)}{46}$$

Hierin enthält der Minuendus von u^{r+1} an bis zu u^{46} hin $46-r$ Glieder, von welchen u^{r+1} das kleinſte iſt, und es iſt alſo dieſer Minuendus

$$r(u^{r+1}+u^{r+2}+\ldots\ldots+u^{46}) > r(46-r)\,u^{r+1},$$

in welchem Ausdruck ſtatt des Factors $(u^{r+1}+u^{r+2}+\ldots\ldots+u^{46})$ das $(46-r)$fache kleinſte Glied u^{r+1} deſſelben geſetzt iſt. — Der Subtractor $(46-r)(u^1+u^2+\ldots\ldots+u^r)$ enthält in ſeinem zweiten Factor r Glieder, von welchen u^r das größte iſt, und wenn man alſo ſtatt der r Glieder $u^1, u^2, \ldots\ldots, u^r$ das größte Glied u^r rmal nimmt und mit $(46-r)$ multiplicirt, ſo erhält man eine Größe

$(46-r)\,.\,ru^r$, die größer, als der Subtractor
$(46-r)(u^1+u^2+\ldots\ldots u^r)$ iſt.

Vergleicht man nun dieſe den Subtractor weit übertreffende Größe

$$r(46-r)\,u^r$$

mit jener unter dem Werthe des Minuendus ſtehenden Größe

$$r(46-r)\,u^{r+1},$$

ſo fällt in die Augen, daß, wegen $u^r < u^{r+1}$, die erſtere von den beiden vorgenannten Größen kleiner ſey, als dls die andere. Da aber dieſes iſt, ſo iſt auch die den Subtractor übertreffende Größe kleiner, als der Minuendus ſelbſt, und alſo um ſo mehr noch der Subtraktor ſelbſt eine Größe, deren Werth kleiner iſt, als der des Minuendus.

5) Mit dem Satze, „daß in dem Ausdrucke für die Differenz $z-z'$ der Subtractor ſtets kleiner, als der Minuendus und daß alſo $z-z'$ ſtets eine poſitive Größe ſeyn müße", haben wir nun folgenden Satz:

„Wenn man ſtatt der wahren Reihe

$$u^1,\ (u^1+u^2),\ (u^1+u^2+u^3),\ (u^1+u^2+u^3+\ldots\ldots+u^r)\ \ldots\ldots;$$
$$(u^1+u^2+u^3+\ldots\ldots+u^r+\ldots\ldots+u^{46}),$$

„nach welcher die durch eine einfache, eine zweifache, eine dreifache ꝛc. Zer„ſchneidung des Bogens herbeigeführten Seitendrucksʒuſätze fortlaufen müßen, die „in vor. Nr. 2 angegebene falſche Reihe

$$\tfrac{1}{46}(\Sigma^*-\sigma^*),\ \tfrac{2}{46}(\Sigma^*-\sigma^*),\ \tfrac{3}{46}(\Sigma^*-\sigma^*),\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots,\ \tfrac{r}{46}(\Sigma^*-\sigma^*);\ldots\ldots\tfrac{40}{46}(\Sigma^*-\sigma^*)$$

„annimmt und nach dieſer für irgend eine zwiſchen 1 und 46 fallende Zahl r von „Schnitten des Bogens den dadurch zu ſeinem Seitendrucke σ^* hinzutretenden Zu„ſatz $z = \tfrac{r}{46}(\Sigma^*-\sigma^*)$ ſetzt (ſtatt daß man $z' = u^1+u^2+\ldots\ldots u^r$ berechnen und „anwenden ſollte), ſo darf man verſichert ſeyn, man bringe den Seitendrucks„zuſatz nicht zu klein in Anſchlag."

5) Dieſer Satz läßt ſich auch noch auf folgende Weiſe zur Einſicht bringen. Man ſetze, es ſolle die Zahl r der Schnitte, für welche man den Seitendruckszuſatz berechnen will, = 40 ſeyn. Hier müßte man, wenn man genau rechnen wollte,

$$z' = u^1 + u^2 + u^3 + \ldots\ldots\ldots\ldots + u^{40}$$

ſuchen. Nimmt man aber dafür.

$$z = \tfrac{40}{46} (u^1 + u^2 + u^3 + \ldots\ldots\ldots + u^{46})$$

ſo nimmt man zwar einen jeden der 40 zu z′ gehörenden Poſten nur $\frac{40}{46}$mal, alſo um $\frac{6}{46}$ zu klein, man rechnet alſo um 40mal 6 oder 240 Größen, unter welchen jedesmal 6 untereinander gleich und jede 6 folgenden größer ſind, als die 6 zunächſt vorhergehenden, zu wenig, dagegen aber nimmt man auch in z von einem jeden der auf u^{40} folgenden 6 Poſten $u^{41}, \ldots\ldots, u^{46}$ noch $\frac{40}{46}$, wodurch ebenfalls 40 mal 6 oder 240 Größen erhalten werden, von welchen jedesmal 40 einander gleich und jede folgenden 40 gleichen Größen größer, als die 40 zunächſt vorhergegangenen, ſind, und dieſe letzteren 240 Größen müßen nothwendig zuſammengenommmen mehr betragen, als jene erſteren 240 Größen, weil ſie aus größeren Größen u^{41}, u^{42}, ꝛc. als die erſteren 240 Größen, erhalten werden, ſie müßen alſo nicht nur die erſteren 240 Größen, um welche man nach dem Obigen zu wenig rechnet, erſetzen, ſondern auch bewürken, daß z größer als z′ wird.

§. 54.

Anwendung

des Bisherigen zu der Angabe einer Methode, nach welcher man aus dem Seitendrucke σ^{**} eines jeden von dem Probebogen verſchiedenen gleichdicken und nackten Bogens und einem dazu berechneten Zuſatze z den Seitendruck Σ^{**} deſſelben zwar nur adproximativ, aber doch mit zureichender Sicherheit ableiten kann.

1) Wie bey dem Probebogen der Seitendruck Σ^* aus dem Seitendrucke σ^* dieſes Bogens und einem zu dieſem gehörenden Zuſatze $Z = (\Sigma^* - \sigma^*)$, welcher von den Fugenſchnitten und den damit verbundenen Schwächungen des Bogens herrührt, zuſammengeſetzt iſt, ſo muß auch bey jedem andern aus Keilen componirten Bogen, welcher für den Fall, daß er nur aus einem Stücke beſtände, einen Seitendruck σ^{**} ausüben würde, deſſen Seitendruck

$$\Sigma^{**} = \sigma^{**} + \mathfrak{Z}$$

ſeyn, worin $\mathfrak{Z}$ den zu σ^{**} gehöreuden und von den Fugenſchnitten des Bogens herrührenden Zuſatz bedeutet.

In dieſem Ausdrucke für Σ^{**} iſt der erſte Poſten ſtets eine mit ſehr großer Genauigkeit berechenbare Größe, wozu die Formel in §. 51, Nr. 4 angegeben worden iſt, und man kann demnach den Σ^{**} doch wenigſtens rückſichtlich des größten von den beiden Poſten σ^{**} und $\mathfrak{Z}$, woraus er beſteht, gehörig genau berechnen, ſo daß alſo, wenn man Σ^{**} nur näherungsweiſe berechnen will, die Fehler, die in einer ſolchen Rechnung begangen werden, blos den Poſten $\mathfrak{Z}$ betreffen und mithin dieſe Rechnung bey Weitem ſicherer iſt, als wenn der ganze Σ^{**} nur adproximativ berechnet wird. —

2) Die adproximative Berechnungsweiſe des $\mathfrak{Z}$ iſt folgende:

A. Die oberſte und effective Urſache des Zuſatzes

$$Z = \Sigma^{*} - \sigma^{*} = 107{,}3963 \text{ Lg ℔},$$

wodurch in dem Probebogen deſſen Seitendruck σ^{*} zu $\Sigma^{*} = \sigma^{*} + Z$ anwächſt, iſt der σ^{*}, und die zweite den weiteren Effect des σ^{*} veranlaßende Urſache iſt das Zerſchnittenſeyn des Bogens in 47 Keile.

Dieſe oberſte Urſache σ^{*} iſt die würkſame Kraft, welcher durch die 46 Fugenſchnitte Gelegenheit gegeben iſt, den Zuſatz Z zu bewürken, und die Größe dieſer Kraft iſt, wie die zu ihrer Berechnung in §. 51, Nr. 4 gegebene Formel zeigt, eine Function von dem Bogengewichte G, von der halben Bogenweite W, der innern Bogenhöhe H und dem Bogenwinkel $n\alpha$ oder w.

Wie aber bey dem Probebogen die von deſſen Abmeſſungen abhängige Kraft σ^{*} die oberſte Urſache des Zuſatzes Z iſt, um welchen dieſer ſtärker gegen das Widerlager preßt, als σ^{*} groß iſt, eben ſo iſt auch bey jedem andern aus Keilen componirten Bogen die aus ſeinen Abmeſſungen zureichend genau berechenbare Kraft σ^{**} die oberſte Urſache des Zuſatzes $\mathfrak{Z}$, um welchen dieſer Bogen ſtärker, als σ^{**} groß iſt, horizontal auswärts gegen das Widerlager drückt.

B. Die Würkungen müßen ſich nothwendig verhalten, wie die Kräfte, aus welchen ſie hervorgehen. Wenn man alſo für die Abmeſſungen G, W, H, w des Probebogens die in dieſem Statt habende Kraft σ^{*} nebſt dem durch dieſe bewürkten Seitendruckszuſatze Z und ſodann auch für die Abmeſſungen G, W, H, w eines andern aus Keilen componirten Bogens die in ihm würkſame Kraft σ^{**} berechnet hat, ſo kann man aus dieſen dreien Größen σ^{*}, Z, σ^{**} mit abſoluter Sicherheit berechnen,

„wie vielmal der durch die Kraft σ^{**} bewürkte Seitendruckszuſatz $\mathfrak{Z}$ im „zweiten Bogen größer oder kleiner, als der Z im Probebogen, unter der „Vorausſetzung ſeyn müße, daß in beiden Bögen die durch die Keilſchnitte er„zeugten Schwächungen derſelben, wodurch die Kräfte σ^{*} und σ^{**} zu dem Er„zeugen der Zuſätze Z und $\mathfrak{Z}$ veranlaßt werden, dieſelben ſeyen.

Unter dieſer Vorausſetzung müßte ſich nothwengig verhalten

$$\mathfrak{Z} : Z = \sigma^{**} : \sigma^{*}$$

und es müßte alſo $\mathfrak{Z} = \frac{\sigma^{**}}{\sigma^{*}} \cdot Z$ ſeyn. Da aber die Schwächungen in einem zweiten Bogen von jenen im Probebogen angenommenen, die von 46 Fugenſchnitten, von welchen jeder eine Länge b von 6 Fußen hat, herkommen, ſehr verſchieden ſeyn können, ſo darf bey der Berechnung ſeines $\mathfrak{Z}$ nicht blos auf das Verhältniß ſeines σ^{**} zu dem σ^{*} des Probebogens und auf den in dieſem Statt habenden Seitendruckszuſatz Z, ſondern es muß auch noch auf die in dem Bogen Statt findenden Fugenſchnitte, welche ſeine Kraft σ^{**} zu dem Erzeugen des $\mathfrak{Z}$ veranlaſſen, Rückſicht genommen werden.

C. Für den Probebogen iſt im vor. Paragraphen gezeigt worden, daß man ganz gewiß nicht zu wenig rechne, wenn man für eine Zahl r von Schnitten deſſelben, den von dieſen Schnitten herkommenden Seitendruckszuſatz

$$z = \frac{r}{46} (\Sigma^{*} - \sigma^{*}) \text{ oder } \frac{r}{46} Z$$

ſetze; hiernach aber verhält ſich

$$z : Z = r : 46$$

und wenn alſo in den beiden Bögen die Kräfte σ^{*} und σ^{**} gleichgroß wären, der zweite Bogen aber r Schnitte enthielte, da hingegen der Probebogen 46 Schnitte enthält, ſo müßte ſich, wenn man ſtatt z das Zeichen $\mathfrak{Z}$ ſetzt, in beiden Bögen verhalten:

$$\mathfrak{Z} : Z = r : 46.$$

C. Nach Nr. A und B iſt das Verhältniß

$$\mathfrak{Z} : Z$$

bey gleichvielen Fugenſchnitten der beiden Bögen, aber ungleichgroßen Kräften σ^{**} und σ^{*}, abhängig

von dem Verhältniſſe $\sigma^{**} : \sigma^{*}$

und bey gleich großen Kräften, aber ungleichvielen Fugenſchnitten, iſt es abhängig

von dem Verhältniſſe r : 46 der Schnitte.

Folglich iſt das Verhältniß $\mathfrak{Z} : Z$ bey ungleichvielen Fugenſchnitten und ungleichgroßen Kräften der beiden Bögen von den beiden Verhältniſſen $\sigma^{**} : \sigma^{*}$ und $r : 46$ zugleich abhängig, es verhält ſich alſo

$$\mathfrak{Z} : Z = \begin{Bmatrix} \sigma^{**} : \sigma^{*} \\ r \ : 46 \end{Bmatrix},$$

woraus $\mathfrak{Z} : Z = r \cdot \sigma^{**} : 46 \cdot \sigma^{*}$ und

$$\mathfrak{Z} = \frac{r \cdot \sigma^{**} \cdot Z}{46 \cdot \sigma^{*}} \text{ folgt.}$$

Das giebt, wenn man hierein aus §. 52
den Werth von Z oder $\Sigma^{*} - \sigma^{*} = 107,3963$ Lg ℔ und
den Werth von $\sigma^{*} = 381,8844$ Lg ℔
ſetzt,

$$\mathfrak{Z} = \frac{r \cdot \sigma^{**} \cdot 107,3963}{46 \cdot 381,8844} ℔$$
$$= \frac{107,3963}{46} \cdot \frac{r \cdot \sigma^{**}}{381,8844}$$
$$= \frac{2,3347}{381,8844} \cdot r\sigma^{**} = 0,0060919 \cdot r\sigma^{**}.$$

Bemerkungen:

a) Dieſer Ausdruck für $\mathfrak{Z}$ iſt rückſichtlich der Proportion in Nr. A in aller Strenge richtig. Seyen die Abmeſſungen der beiden Bögen wie auch immerhin verſchieden, ihr Einfluß auf die Größen Z und $\mathfrak{Z}$ iſt allemal völlig aufgefaßt durch die für ſie gehörig berechneten Preſſungen σ^{*} und σ^{**}, aus welchen die Größen Z und $\mathfrak{Z}$ hervorgehen, und welchen dieſe proportional ſeyn müßen.

b) Was aber die Proportion in Nr. B anbelangt, ſo iſt rückſichtlich dieſer der Ausdruck für $\mathfrak{Z}$ blos adproximativ, jedoch aber nur auf die Weiſe, daß man bey ihm verſichert ſeyn kann, er gebe $\mathfrak{Z}$ ganz gewiß nicht zu klein, ſondern vielmehr größer an, als ihn die für ihn vorgenommene genaue, aber freilich höchſt mühſame, Berechnung geben würde.

c) Man kann dem Ausdrucke für $\mathfrak{Z}$ auch noch beſonders deswegen vollkommen trauen, weil bey der Conſtruction deſſelben keine Rückſicht genommen wurde auf denjenigen Grad der Cohäſion der Keile unter einander, welcher durch den in die Keilfugen eingelegten Mörtel erzeugt wird, der ja doch auch nicht völlig $= 0$ iſt, und wodurch der Seitendruckszuſatz $\mathfrak{Z}$ in gewiſſem Grade verringert werden muß.

d) Man kann meinen, unſere Conſtruction der Formel für $\mathfrak{Z}$ ſey mangelhaft, und zwar deswegen, weil in dieſer nur auf die Zahl der Schnitte und

Schwächungen in den beiden Bögen und nicht auch noch beſonders auf die Längen dieſer Schnitte Rückſicht genommen ſey, da ja in dem 6 Fuße dicken Probebogen jeder Schnitt eine Länge von 6 Fußen habe und doch mit verſchieden langen Schnitten der Bögen auch verſchieden große Schwächungen derſelben und Veranlaſſungen ihrer Kräfte, Seitendruckszuſätze zu bewürken, verbunden ſeyn müßen. Daß aber dieſe Meinung falſch ſey, das ergiebt ſich, wenn man auf die von Keil zu Keil vorgenommenen Berechnungen der in dem Probebogen vor ſich gehenden Preſſungen und auf die Beſtimmung des aus dieſen hervorgehenden Seitendruckes $\Sigma^* = 489{,}2807$ Lg ℔ des Bogens zurück geht und erwägt, in welchen Rückſichten die Fugenlänge b in jenen Rechnungen als eine beſtimmende Größe vorkam. In jenen Rechnungen war durchaus, wo die Keilhöhe oder Bogendicke b als eine beſtimmende Größe vorkam, dieſe Größe in ganz anderer Rückſicht, als in der, daß durch ſie die mit der Länge der Fugenſchnitte wachſenden Grade der Schwächungen des Bogens beſtimmt ſeyn ſollen, vorhanden. Alſo iſt auch der durch jene Rechnungen erhaltene Seitendruck Σ^* und die aus dieſem abgeleitete Größe

$$\Sigma^* - \sigma^* \text{ oder } Z$$

keine ſolche, die von den mit der Länge, ſondern nur eine ſolche, die von den mit der Anzahl der Keilſchnitte verbundenen Schwächungen der Stabilität des Bogens abhängig iſt, und man hat mithin auch bey der Conſtruction der Formel für Z nicht auf die mit der Länge der Fugenſchnitte im Zuſammenhange ſtehenden Bogenſchwächungen, ſondern nur, wie geſchehen iſt, auf die Anzahl dieſer Schnitte Rückſicht zu nehmen.

3) Setzt man nun in den in vor. Nr. 1 angegebenen Ausdruck

$$\Sigma^{**} = \sigma^{**} + Z \text{ ℔}$$

den in Nr. 2 für Z erhaltenen Ausdruck, ſo hat man

$$\Sigma^{**} = \sigma^{**} + 0{,}0060919 \cdot r \cdot \sigma^{**} = \sigma^{**} \cdot (1 + 0{,}0060919 \cdot r) \text{ ℔}.$$

4) Dieſe Formel für Σ^{**}, die natürlicher Weiſe für $\sigma^{**} = \sigma^*$ und für $r = 46$ den Σ^* des Probebogens geben muß, iſt höchſt einfach und zuverläſſig ſicher, denn in ihr iſt (was wir hier nochmals bemerklich machen) der Seitendruck σ^{**}, welchen ein Bogen im Zuſtande des Unzerſchnittenſeyns ausüben muß, eine Größe, die höchſt genau berechnet werden kann, und das Glied $0{,}0060919 \cdot r \cdot \sigma^{**}$ hängt auch von dieſer Größe ab und iſt nach Sätzen gebildet, die von der von Keil zu Keil vorgenommenen Berechnung des Probebogens hergenommenen und auf ſolche Weiſe angewendet worden ſind, daß man nach den im vorigen Paragraphen angeſtellten Betrachtungen verſichert ſeyn kann, dieſes Glied gebe den von den r Keilſchnitten des Bogens herrührenden Seitendruckszuſatz Z ganz gewiß nicht zu klein an.

Dieſe Formel für Σ^{**} iſt nicht blos für nackte und gleichdicke Bögen aus Sand- oder Tuffſteinen gültig, ſondern auch auf ſolche Bögen, die aus Backſteinen beſtehen und bey welchen die Zahl r ſtets größer, als bey den erſtgenanten Bögen iſt, anwendbar.

§. 55.

Regeln.

Wenn ihr den Seitendruck Σ^{**}, mit welchem ein nackter und gleichdicker Gewölbbogen horizontal auswärts gegen das Widerlager hin würkt, berechnen und unſere zwar nur approximativ richtige aber doch ſichere Rechnungsmethode jener von uns gezeigten genauen, aber höchſt mühſamen Berechnungsweiſe dieſes Σ^{**} vorziehen wollet, ſo verfahret ſo:

1) Nach den in §. 50 gegebenen Regeln berechnet das Gewicht $\mathfrak{G}$ des halben Bogens K′K″A′A.

2) Nach der in §. 51, Nr. 4 gegebenen Gleichung

$$\sigma^{**} = \mathfrak{G}\ (1 - \tfrac{1}{2}\ \text{Sec.}\ \tfrac{1}{2}\ n\alpha)\ \frac{\mathfrak{W}}{\mathfrak{H}}$$

berechnet den Seitendruck σ^{**}, welchen der Bogen, wenn er nicht in Keile zerſchnitten wäre, ausüben würde. Dazu habt ihr das Gewicht $\mathfrak{G}$ ſchon nach Nr. 1 berechnet, wozu ihr den Bogenwinkel $n\alpha$ oder w ſuchen mußtet nnd welchen ihr alſo auch ſchon wißt. Dieſen nehmet halb, ſchlaget deſſen Secante auf (was ihr verſtehen müßt) zieht die Hälfte derſelben von 1 ab und multipliciret den Reſt mit $\mathfrak{G}$ und dann auch noch mit der halben Weite $\mathfrak{W}$ des ganzen Gewölbbogens. Das, was herauskommt, dividiret durch $\mathfrak{H}$. Ein Beiſpiel von dieſer Rechnung iſt in §. 51, Nr. 5 gegeben worden.

3) Habt ihr σ^{**} gefunden, ſo berechnet dann hieraus und aus der Zahl r der Keilſchnitte, die im Bogen zwiſchen dem Scheitel und dem Widerlager enthalten ſind, nach der Gleichung

$$\Sigma^{**} = \sigma^{**}.(1 + 0{,}0060919\ .\ r)\ \text{lb}$$

den ganzen Seitendruck σ^{**} deſſelben. Ihr multiplicirt da die Zahl r der Keilſchnitte mit 0,0060919, addirt das erhaltene Product zu 1 und multipliciret dann den in voriger 2 erhaltenen Werth von σ^{**} mit der Summe, wodurch ihr Σ^{**} in Pfunden erhaltet, wenn ihr σ^{**} in Pfunden ausgedrückt habt.

4) Rechnungsbeiſpiel für einen Bogen, welcher eine Weite $2\mathfrak{W} = 60'$ alſo eine halbe Weite K′B oder $\mathfrak{W} = 30'$ und eine innere Höhe $\mathfrak{H} = 10'$

haben ſoll, bey welchem ferner die unterſte Sehnendicke $\delta = 1{,}4'$ und die Keilhöhe b nach Berechnung derſelben $= 4'$ geſetzt worden iſt.

A. Beſtimmnug des Halbmeſſers $CK' = CA$ oder R dieſes Bogens.

Nach §. 20, b iſt hier $R = \frac{W^2 + H^2}{2H} = \frac{30^2 + 10^2}{2 \cdot 10}$

$= \frac{900 + 100}{20} = \frac{1000}{20} = 50$ Fußen.

B. Nach demſelben Paragraphen iſt hier der Bogenwinkel ACK' oder w ein Winkel, bey welchem der

$$\text{Sin. } w = \frac{W}{R} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5} = 0{,}6 \text{ ſeyn muß.}$$

Schlägt man dieſen Sinus auf, ſo findet man den um ein Geringes größeren Sinus

$$0{,}6001876 = \text{Sin. } 36^\circ, 53' = \text{Sin. } 2213'$$

Es fällt alſo der wahre Bogenwiukel w zwiſchen $36^\circ, 52'$ oder $2212'$ und $36^\circ, 53'$ oder $2213'$; wir nehmen $2213'$ an.

C. Der Keilwinkel α iſt nach §. 23, Nr. 6, A ein Winkel, bey welchem hier

$$\text{Sin. } \tfrac{1}{2}\alpha = \frac{\delta}{2R} = \frac{1{,}4}{2 \cdot 50} = \frac{1{,}4}{100} = 0{,}014 \text{ iſt.}$$

Schlägt man dieſen Sinus auf, ſo findet man folgende zwey Gränzſinus:

$$0{,}0139622 = \text{Sin. } 48',$$
$$0{,}0142530 = \text{Sin. } 49'.$$

Es fehlen hier dem erſteren Sinus blos 0,0000378 der Einheit, um 0,014 zu ſeyn, weswegen wir den halben Keilwinkel $\tfrac{1}{2}\alpha = 48'$ und alſo den ganzen Keilwinkel $\alpha = 2 \cdot 48' = 96' = 1^\circ, 36'$ ſetzen.

D. Die Keilzahl n iſt hier, nach §. 23, Nr. 6, C,

$$\frac{w}{\alpha} = \frac{2213'}{96} = 23{,}052 \ldots\ldots$$

Man hat alſo auf den halben Bogen $K'K''A'A$ gerade 23 Keile nöthig, von welchen der unterſte oder oberſte um 0,052 einer Keildicke $\delta = 1{,}4'$, dicker, als $1{,}4'$ genommen werden muß, welche Differenz ſich durch die Mörtellagen verliert, denn die Keildicke $\delta = 1{,}4'$ wird ja auf beiden Seiten um eine Linie kleiner genommen, iſt alſo eigentlich in der Praxis nur $1{,}4' - 2$ Linien. — Nimmt man hier den Keil-

winkel α = 96 Minuten 23 mal, ſo erhält man 2208′ Minuten = 36°, 48′, welches Product von dem Bogenwinkel w = 36°, 53′ nur um 5 Minuten abweicht.

E. Beſtimmung des Gewichtes G des Bogens K′K″A′A (nach §. 50). Der Quadratinhalt F′ des Kreiſes, welchem die innere Bogenlinie K′A zugehört, iſt hier

$$= 3,14 \cdot R \cdot R = 3,14 \cdot 50 \cdot 50 = 3,14 \cdot 2500 = 7850 \text{ Quadr.Fußen.}$$

Der Quadratinhalt F′ des Kreiſes, welchem die äußere Bogenlinie K″A′ zugehört und deſſen Halbmeſſer (R+b) hier (50+4) = 54 Fußen ſeyn ſoll, iſt

$$= 3,14 \cdot (R+b)\,(R+b) = 3,14 \cdot 54 \cdot 54 = 3,14 \cdot 2916 = 9156,24.$$

Alſo iſt die Ringfläche

$$\mathfrak{R} \text{ oder } F' - F = 9156,24 - 7850 = 1306,24 \text{ Q. Fußen.}$$

Von dieſer $\mathfrak{R}$ iſt die Bogenfläche K′K″A′A oder $\mathfrak{F}$ der ſovielſte Theil, wie viel der Bogenwinkel w von 360° ausmacht; man hat alſo hier (wegen Nr. B)

$$\mathfrak{F} = \frac{w^\circ}{360^\circ} \cdot 1306,24 = \frac{36^\circ,53'}{360^\circ} \cdot 1306,24 - \frac{2213'}{21600'} \cdot 1306,24 = 133,8291 \text{ Q.Fßn.}$$

Alſo iſt des Bogens K′K″A′A Gewicht

$$\mathfrak{G} = 133,8291 \cdot \text{Lg ℔.}$$

F. Nachdem wir nun $\mathfrak{G}$ erhalten haben, ſo ſuchen wir nach vor. Nr. 2 den Seitendruck

$$\sigma^{**} = \mathfrak{G}\,(1 - \tfrac{1}{2}\,\text{Sec.}\,\tfrac{1}{2}\,n\alpha)\,\frac{\mathfrak{W}}{\mathfrak{H}}$$

$$= 133,8291 \text{ Lg } (1 - \tfrac{1}{2}\,\text{Sec.}\,\tfrac{1}{2}\,36^\circ,53')\,\frac{30}{10}$$

$$= 133,8291 \cdot 1,4187999 \cdot \text{Lg, wofür wir}$$

$$134 \cdot 1,42 = 190,28 \text{ Lg}$$

$$\text{oder } 190 \cdot \text{Lg ſetzen.}$$

G. Hieraus ergiebt ſich für den nach der Zahl r = 22 in 23 Keile zerſchnittenen Bogen nach voriger Nr. 3 der Seitendruck

$$\Sigma^{**} = \sigma^{**}\,(1 + 0,0060919 \cdot r)$$

$$= 190 \cdot \text{Lg } (1 + 0,0060919 \cdot 22)$$

$$= 190 \cdot \text{Lg } (1 + 0,1340218)$$

$$= 190 \cdot 1,1340218 \text{ Lg} = 216 \text{ Lg ℔.}$$

IV.

Regeln

für die Berechnung der bey einem nackten Bogen erforderlichen Widerlagerſtärke.

§. 56.

Zuerſt berechnet diejenige Widerlagerlänge oder Stärke ED oder St^a, wodurch das Widerlager EDK′K″KE (Fig. 8) ein ſo großes Gewicht G bekommt, bey welchem es in Verbindung mit dem Bogengewichte 𝔊 in der Widerlagergrundfläche in ED einen Reibungswiderſtand $\frac{1}{2}(\mathfrak{G}+G)$ hervorbringt, welcher dem Seitendrucke Σ^{**} gleich iſt und alſo der Würkſamkeit deſſelben, das Widerlager auf ſeiner Grundfläche in ED auswärts zuſchieben, zureichend widerſteht. Das habt ihr nach dem in §. 42, Nr. II., 1, D gefundenen Ausdrucke

$$St^a = \frac{\Sigma^{**} - \frac{1}{2}\mathfrak{G}}{\frac{1}{2}(H + \frac{1}{2} b \,\mathrm{Cos.}\, n\alpha)\, Lg},$$

in welchem wir hier Σ^{**} ſtatt Σ^{*} und $\frac{1}{2}\mathfrak{G}$ ſtatt $\frac{1}{2}\Delta^{*}$ geſchrieben haben, auf folgende Weiſe zu thun:

1) Ihr habt den Bogenwinkel $n\alpha$ oder w, die Gewölbdicke b, das Bogengewicht 𝔊 und den Seitendruck Σ^{**} bereits ſchon berechnet und beſtimmt nun noch dazu, welche innere Höhe DK′ oder H euer Widerlager haben ſoll.

2) Nun nehmet $\frac{1}{2}\mathfrak{G}$ und ziehet dieſes von Σ^{**} ab, wodurch ihr den Reſt $\Sigma^{**} - \frac{1}{2}\mathfrak{G}$ bis auf den Factor Lg ausgerechnet erhaltet.

3) Hierauf ſchlaget den Coſinus eueres Winkels w oder $n\alpha$ auf, multiplicirt dieſen mit der halben Bogendicke $\frac{1}{2}$ b und addiret das Product $\frac{1}{2} b \,\mathrm{Cos.}\, n\alpha$ zu der Höhe H, die Summe $H + \frac{1}{2} b \,\mathrm{Cos.}\, n\alpha$ aber dividirt durch 2 und fügt ihrer Hälfte den Factor Lg bey, wodurch ihr $\frac{1}{2}(H + \frac{1}{2} b \,\mathrm{Cos.}\, n\alpha)\, Lg$ erhaltet.

4) Dieſe Größe nehmet und ſchreibet ſie als Diviſor unter den in Nr. 2 erhaltenen Reſt $\Sigma^{**} - \frac{1}{2}\mathfrak{G}$, den ihr als Dividendus anwendet. Die Factoren Lg im Diviſor und Dividendus ſtreichet gegen einander aus und die ſtehen bleibenden Zahlen dividiret in einander, wodurch ihr den Werth von St^a in Fußen erhaltet.

5) Beiſpiel für den in §. 55, Nr. 4 angenommenen Bogen, deſſen halbe Weite $= 30'$, Höhe $= 10'$, Bogendicke $b = 4'$ und Bogenwinkel $n\alpha$ oder $w = 36°, 53'$ war.

a) Dort wurde des nackten Bogens K′K″A′A Gewicht

$\mathfrak{G} = 133{,}82 \ldots$ Lg ℔ gefunden, wofür wir 134 Lg ℔ ſetzen;
es iſt demnach $\frac{1}{2}\mathfrak{G} = 67 \cdot$ Lg ℔.

Ferner iſt dort der Seitendruck

$$\Sigma^{**} = 216 \text{ Lg ℔}$$

gefunden worden.

b) Das giebt den Reſt

$$\Sigma^{**} - \tfrac{1}{2}\mathfrak{G} = (216 - 67) \cdot \text{Lg} = 149 \cdot \text{Lg ℔}.$$

c) Der Cos. nϰ oder Cos. 36°,53′ iſt $= 0{,}7998593$, wofür wir 0,8 ſetzen. Hiernach iſt für $b = 4'$ die Größe

$$\tfrac{1}{2}\, b \text{ Cos. n}\varkappa = \tfrac{1}{2} \cdot 4 \cdot 0{,}8 = 1{,}6.$$

Wird dieſe zu $H = 9'$ addirt und dann die Summe halb genommen, ſo hat man

$$\tfrac{1}{2}(H + \tfrac{1}{2} b \text{ Cos. n}\varkappa) \text{ Lg} = \tfrac{1}{2} \cdot 10{,}6 \text{ Lg} = 5{,}3 \text{ Lg}.$$

d) Dividirt man dieſes Reſultat in den Reſt $\Sigma^{*} - \frac{1}{2}\mathfrak{G} = 149$ Lg ℔, ſo ergiebt ſich die dem Auswärtsgleiten des Widerlagers zureichend große reagirende Stärke ED oder

$$\mathfrak{St}^{a} = \frac{149 \cdot \text{Lg}}{5{,}3 \cdot \text{Lg}} = \frac{1490}{53} = 28{,}2 \text{ Fußen.}$$

*) Unſer 120′ weiter und 30′ hoher Probebogen erforderte nach §. 42, Nr. II, 1, E, a, β eine $\mathfrak{St}^{a}$ von 50 Fußen, er war aber auch 0,1 Fuß dick ꝛc.

§. 57.

Nun könnt ihr auch nach §. 42, II, 2 unterſuchen, ob dieſe Widerlagerſtärke $\mathfrak{St}^{a} = 28{,}2$ Fußen als diejenige Widerlagerſtärke $\mathfrak{St}^{u}$, welche der Umdrehung des Widerlagers um ſeine hintere durch E gehende Kante reagirt, beibehalten werden könne, oder ob ihr die $\mathfrak{St}^{a}$ zu vergrößern habet.

a) Ihr berechnet zuerſt nach §. 42, II, 2, C, a das Umdrehungs-Moment $\mathfrak{U} = (H + b \text{ Cos. n}\varkappa)\Sigma^{**}$ des hier durch Σ^{**} bezeichneten Seitendruckes.

Für $\Sigma^{**} = 216$ Lg ℔, für $H = 9'$ und für b . Cos. nϰ

$$= 4 \cdot \text{Cos. } 36°,53' = 4 \cdot 0{,}8 = 3{,}2 \text{ iſt}$$

$$\mathfrak{U} = (9 + 3{,}2) \cdot 216 \text{ Lg} = 12{,}2 \cdot 216 \text{ Lg}$$

$$= 2635{,}2 \text{ Lg ℔}.$$

b) Nun nehmt ihr den in §. 42, II, 2, C, d gefundenen Ausdruck für die Momentſumme

$$u+u'+u''=\left\{\begin{array}{l}(St^{u}-b\ \mathrm{Sin.}\ n\alpha)\ \mathfrak{G}\\+\tfrac{1}{2}St^{u\,2}.(H+\tfrac{1}{1}b\ \mathrm{Cos.}\ n\alpha)\ Lg\\+\tfrac{1}{2}(St^{u}-b\ \mathrm{Sin.}\ n\alpha)^{2}(\mathfrak{H}+b)\ Lg\end{array}\right\},$$

laſſet darin das Moment $u''=(St^{u}-b\ \mathrm{Sin.}\ n\alpha).\tfrac{1}{2}(\mathfrak{H}+b)\ Lg$ der Hintermauerung weg, weil hier dieſe nicht da ſeyn ſoll, betrachtet ferner darin $\mathfrak{G}$ als das bloſe Bogenwicht, ſetzet in den Ausdruck den für St^{a} erhaltenen Werth 28,2 Fuß ſtatt St^{u} und ſehet, ob dieſer einen Werth von $u+u'$ giebt, welcher nicht kleiner, als U iſt.

Wenn man hier in $u=(St^{u}-b\ \mathrm{Sin.}\ n\alpha)\ \mathfrak{G}$ ſtatt St^{u} den Werth 28,2 Fuß von St^{a} ſetzt, ſo erhält man für $b.\mathrm{Sin.}\ n\alpha=4.\mathrm{Sin.}36^{\circ},53=4.0,6=2,4$ und für $\mathfrak{G}=134\ Lg$ den Werth

$$u=(28,2-2,4).134\ Lg$$
$$=25,8.134\ Lg=3457,2\ Lg.$$

Hier iſt gar ſchon u größer, als $U=2635,2\ Lg$ und folglich um ſo mehr noch $u+u'$, wornach alſo $St^{a}=28,2$ als die wahre Widerlagerſtärke St angenommen werden kann.

Zweiter Abſchnitt.

Für die übermauerten Bögen.

I.

Proberechnung.

§. 58.

Wie ein nackter Gewölbbogen K'K''A'A (Fig. 13) durch weiter nichts, als durch das Widerlager in K'K'' unterſtützt iſt und hier mit ſeinem ganzen Gewichte lothrecht abwärts preſſen muß, eben ſo iſt es auch bey einem übermauerten Gewölbbogen K'K''STAK'; dieſer, blos auf dem Widerlager in K'K'' ruhend und ſich in der Scheitelfuge in AA' an ſeinen Gegenbogen anlehnend muß in K'K'' einen ſeinem ganzen Gewichte $\mathfrak{G}$ gleichen lothrecht abwärts gehenden Druck $\triangle^{*}$ aus-

üben; durch die Art der Compoſition ſeiner zwiſchen K′K″ und AA′ zuſammengeſpannten Theile und die Art der Beſchwerung derſelben kann er unmöglich leichter oder ſchwerer werden, als die Gewichtsſumme G aller ſeiner Theile groß iſt. Wenn es alſo gewiß iſt, daß wir in unſerer Berechnung der Preſſungen, die in einem übermauerten Gewölbbogen vor ſich gehen, keine Fehlſchlüſſe begangen haben, ſo iſt es auch nothwendig, daß jene in §. 41, Nr. 1, 7, B, h erhaltene lothrecht abwärts gehende Preſſung $\triangle^*$, die wir nach den von uns conſtruirten Formeln für unſeren Probebogen gefunden haben, nicht kleiner gefunden worden ſey, als das Gewicht G unſeres übermauerten Probebogens groß iſt. Größer als G muß aber unſere $\triangle^*$ nothwendig gefunden worden ſeyn, und zwar deswegen, weil wir in der Berechnung derſelben theils zur Abkürzung, theils zur Verſicherung, daß wir nicht zu wenig in Rechnung bringen, überall, wo es nöthig ſchien, die Data erhöht genommen haben, was wir noch im Beſonderen zeigen werden. Dieſem zufolge ſuchen wir nun geometriſch genau das Gewicht G unſeres übermauerten Probebogens und vergleichen den dafür erhaltenen Werth mit dem lothrecht abwärts gehenden Drucke $\triangle^* = 1259{,}3338$ Lg . ℔, welchen dieſer Bogen gegen das Widerlager (nach §. 41, Nr. I, 7, B, h) in K′K″ ausüben ſoll. Fänden wir G größer, als wir Δ^* gefunden haben, ſo wäre dieſes ein ganz ſicherer Beweis, daß unſere Theorie der Berechnung der Preſſungen, die in einem übermauerten Bogen vor ſich gehen, falſch ſey, (denn wir haben, was die nach dieſer Theorie vorgenommenen Rechnungen in Zahlen betrifft, alle mögliche Genauigkeit zu beobachten uns bemüht); finden wir aber, daß G kleiner, als Δ^* ſey, ſo dürfen wir daraus abnehmen, daß unſere Theorie auf keinen falſchen Grundſätzen und Conſequenzen beruhe und mit völliger Sicherheit auf die Berechnung der Preſſungen in anderen von unſerem Probebogen verſchiedenen Gewölbbogen bey gehörig angeſtellten Rechnungsproben angewendet werden dürfe, weil ſie die Δ^* und alſo auch die damit im Zuſammenhange ſtehende Seitendrucksſumme $\Sigma^* = \Sigma + \Sigma'$ nicht zu klein, ſondern vielmehr in einem gewiſſen Grade zu groß und alſo zureichend ſicher für die Ausübung giebt. — In der Berechnung des G verfahren wir aus guten Gründen ſo, daß wir zuerſt das Gewicht g des nackten Bogens K′K″A′A, und zwar für die Dicke K′K″ = AA′ oder b = 5 Fußen, die wir in der Berechnung des Δ^* angewendet haben, berechnen, und hernach auch das Gewicht g′ der Uebermauerung K″STA′K″ ſuchen und ſodann aus g und g′ das Gewicht

$$G = g + g'$$

des übermauerten Bogens K′K″STA′AK′ ableiten.

1) Berechnung des g des Bogens K′K″A′A für eine Dicke b = 5 Fußen.

Wenn wir für CA + AA′ = (R + b) = 75 + 5 = 80 Fußen die Kreisfläche berechnen, wenn wir hernach auch für CA = R = 75 Fußen die Kreisfläche ſuchen und die letztere von der erſteren abziehen, ſo erhalten wir den Quadratinhalt der Ringfläche

$$\mathfrak{R} = 3{,}14\ (R+b)^2 - 3{,}14\ R^2 = 3{,}14\ (R^2 + 2Rb + b^2 - R^2)$$
$$= 3{,}14\ (2Rb + b^2) = 3{,}14 \cdot (2 \cdot 75 \cdot 5 + 5^2) = 3{,}14 \cdot 775$$
= 2433,6 Quadratfußen.

Der Bogenwinkel K″CA′ iſt = 53°, 8′ = 3188 Minuten und 360° geben 21600 Minuten, folglich iſt der Flächenraum der Bogens K′K″A′A

$$= \frac{3188}{21600} \cdot 2433{,}5 = \frac{797}{5400} \cdot 2433{,}5$$
$$= \frac{1939499{,}5}{5400{,}0} = 359{,}1665$$ Quadratfußen.

Alſo iſt das Gewicht $g = 359{,}1665$ Lg ℔.

2) Berechnung des g′ der Uebermauerung K″STA′K″.

Die Stirnfläche derſelben ergiebt ſich, wenn man den Flächeninhalt des Trapeziums K″STA′nK″ ſucht, und von dieſer den Flächeninhalt des Segmentes K″uA′K″ abzieht.

A. Der Flächeninhalt des Trapeziums K″STA′K″ iſt

$$= (K''S + A'T) \cdot \tfrac{1}{2}\, ST$$

Allgemein aber und für unſeren Probebogen beſonders iſt die weitere Berechnung dieſe:

$$K''S = \mathfrak{B}T = BT - B\mathfrak{B} = \mathfrak{B}A + AA' + A'T - B\mathfrak{B}$$
$$= \mathfrak{H} + b + \mathfrak{h} - K''k$$
$$= \mathfrak{H} + b + \mathfrak{h} - b\ \text{Cos.}\ n\varkappa$$
$$= \mathfrak{H} + \mathfrak{h} + b(1 - \text{Cos.}\ n\varkappa)$$
$$= 30 + 1{,}8 + 5(1 - \text{Cos.}\ 53°{,}8')$$
$$= 31{,}8 + 5 \cdot (1 - 0{,}5999549)$$
$$= 31{,}8 + 5 \cdot 0{,}4000451 = 31{,}8 + 2{,}0002255$$
= 33,8002255 Fußen.

Hierin iſt die A′T oder $\mathfrak{h}$ nach der Berechnung in §. 32, Nr. 5 ꝛc. genommen; ST ferner iſt $= K''\mathfrak{B} = (R+b) \cdot \text{Sin.}\ n\varkappa = (75+5) \cdot \text{Sin.}\ 53°{,}8'$ $= 80 \cdot 0{,}8000338$, woraus $\tfrac{1}{2} ST = 40 \cdot 0{,}8000338 = 32{,}001352$ folgt. Demnach iſt der Flächenraum des Trapeziums

$$K''STA'K'' = (K''S + A'T) \cdot \tfrac{1}{2} ST + (33{,}8002255 + 1{,}8) \cdot 32{,}001352$$
$$= 35{,}6002255 \cdot 32{,}001352 = 1139{,}2554$$ Q. Fußen.

B. Der Flächenraum des Segmentes K″A′uK″ ergibt ſich, wie folgt:

Der Kreisausſchnitt K″CA′ iſt $= \frac{n\alpha^0}{360^0} \cdot 3{,}14\,(R+b)^2 = \frac{53^0{,}8'}{360^0} \cdot 3{,}14\,(75+5)^2$

$= \frac{3188'}{21600'} \cdot 3{,}14 \cdot 80^2 = \frac{797}{5400} \cdot 3{,}14 \cdot 6400 = 0463440 \cdot 6400$ Quadratfußen.

Das Dreieck K″CA′ iſt $= K''A' \cdot \frac{1}{2} Cn \cdot = (R+b) \cdot 2\,\mathrm{Sin.}\,\frac{1}{2} n\alpha \cdot \frac{1}{2}(R+b)\,\mathrm{Cos.}\,\frac{1}{2} n\alpha$
$= (R+b)^2 \cdot \mathrm{Sin.}\,\frac{1}{2} n\alpha \cdot \mathrm{Cos.}\,\frac{1}{2} n\alpha = \frac{1}{2}\,\mathrm{Sin.}\,n\alpha \cdot (R+b)^2 = \frac{1}{2}\,\mathrm{Sin.}\,53^0{,}8') \cdot 80^2$

$= 0{,}4000169 \cdot 6400$ Quadratfußen.

Dieſes von dem Kreisausſchnitte abgezogen giebt des Segmentes K″A′uK″ Flächenraum

$\Phi = (0{,}463440 - 0{,}4000169) \cdot 6400 = 0{,}06342 \ldots \times 6400 = 405{,}9072$ Q. Fußen.

C. Zieht man das Segment von dem Trapezium ab, ſo hat man die Fläche der Uebermauerung K″STA′uK″

$= 1139{,}2554 - 405{,}9072 = 733{,}3482$ Quadratfußen.

D. Alſo iſt der Uebermauerung Gewicht

$g' = 733{,}3482$ Lg ℔.

3) Aus Nr. 2 und 1 ergiebt ſich nun das Gewicht des Bogens mit ſeiner Uebermauerung oder

$G = g + g' = (359{,}1665 + 733{,}3482)$ Lg $= 1092{,}5147$. Lg ℔.

3) Vergleichen wir dieſes mit dem in §. 41, Nr. I, 7, B, h erhaltenen lothrechten Drucke

$\Delta^* = 1259{,}3338$. Lg ℔,

ſo erhalten wir folgenden Unterſchied

$\Delta^* - G = 166{,}8 \ldots$ Lg ℔.

Es findet alſo zwiſchen dem genau berechneten Quadratinhalte der Stirnfläche des übermauerten Bogens, welcher 1092,5147 Quadratfuße enthält, und dem, der ſich in der ſtatiſchen Berechnung des Δ^* ergab und dem nach dieſer 1259,3338 Quadratfuße zukommen müßten, ein Unterſchied Statt, welcher 166,8 … Q. Fuße beträgt.

5) Dieſer Unterſchied iſt bedeutend und wir haben darauf zurückzugehen, woher dieſer kommen mag.

A. In §. 32 b, Nr. 2, B haben wir die Bk oder A′σ (Fig. 9) $= BK' + K'k = W + K'k = 60' + 5' = 65$ Fußen geſetzt. Es iſt aber in unſerem Probebogen

die K′k nicht $= 5'$, ſondern ſie iſt $= K'K''$. $Cos. \beta = b$. $Sin. n\alpha = 5$. $Sin. 53^{o},8' = 5 \cdot 0{,}800\ldots = 4{,}00\ldots$ Fußen. Alſo haben wir dort die Länge A′σ oder TS der Uebermauerung mit der dieſer eingerechneten Nutzlaſt um 1 Fuß zu groß angenommen. Das aber giebt für die in vor. Nr. 2, A angegebene hintere Höhe $K''S = 33{,}8\ldots$ Fußen ſchon einen Fehler von 33,8 Quadratfußen, um welchen wir die Stirnfläche des Bogens mit ſeiner Uebermauerung in der Berechnung des Δ^* zu groß angeſetzt haben. Ziehen wir dieſen von dem in vor. Nr. 4 gefundenen Unterſchiede 166,8 Q.Fß. ab, ſo bleibt noch der Unterſchied $166{,}8 - 33{,}8 = 133$ Q.Fßn., um welchen in der Berechnung des Δ^* zu viel gerechnet worden iſt.

B. Gehen wir ferner auf die Berechnung der Stirnflächen f^1, f^2 ꝛc. der Uebermauerungsſäulen in §. 33 b zurück, wo wir $1{,}1\,\delta$ ſtatt $\left(1+\frac{b}{R}\right)\delta$ und alſo in unſerem Probebogen $1{,}1 \cdot 1{,}5 = 1{,}65$ ſtatt $(1+\frac{5}{75}) \cdot 1{,}5$ oder 1,6 ſetzten, und beachten, daß hierdurch in der Berechnung der Größen w^1, w^2 ꝛc. 2mal 47 oder 94 Fehler begangen wurden, von welchen die in Nr. 7, D jenes Paragraphens durch eine Note bemerklich gemachten nicht ſo gar unbedeutend ſind, ſo finden wir, wenn wir dazu auch nehmen, wie wir uns der trigonometriſchen Linien in der ganzen Berechnung der Größen Σ^* und Δ^* zur Vergrößerung dieſer Größen bedient haben, daß die vorerwähnte Differenz von 133 Quadratfußen keine ſolche ſey, die in falſchen Schlüſſen ihren Grund haben könne. Theilen wir dieſe Differenz auf die 1092,5... oder 1093 Quadratfußen aus, welche die geometriſch genaue Berechnung der ganzen Stirnfläche K′K″STA′AK′ nach voriger Nr. 3 giebt, ſo erhalten wir den Ueberſchuß

$$\frac{133}{1093} = 0{,}121 \text{ Qu.Fußen} = 12{,}1 \text{ Qu. Zollen},$$

um welchen eigentlich in unſeren ſtatiſchen Berechnungen jeder Quadratfuß Stirnfläche zu groß erhalten worden iſt.

„Unſere ſtatiſche Berechnung iſt alſo keine völlig ſcharfe, aber doch eine zureichend ſichere, deren Reſultate in den künftigen wichtigen Rechnungen mit dem „Vertrauen, daß durch ſie nicht zu wenig in Rechnung gebracht werde, angewendet „werden können.

II.

Abgekürzte Berechnungsweiſe der Dicke eines übermauerten Bogens.

§. 48.

Wir haben in den Unterſuchungen über die Dicke b unſeres Probebogens gefunden, daß, wenn man von der Dicke $b = 6$ Fußen, die ihm im nackten Zuſtande

gebührt, $\frac{5}{6}$ b′, d. h. hier $\frac{5}{6}$. 6′ oder 5 Fuße, als b annehme, man bey dieſem Bogen verſichert ſeyn könne, er habe eine allen Fugenriſſen zureichend reagirende Dicke. Dieſe für einen ſo großen und ſo ſtark beſchwerten Bogen, wie unſer Probebogen iſt, gültige Regel darf ganz gewiß auch für alle anderen kleineren Bögen beibehalten werden. Bey größeren Bögen mag man aus Vorſicht dem übermauerten Bogen dieſelbe Dicke geben, welche dem nackten gebührt.

§. 60.

Wir haben in §. 48 eine praktiſche Regel für die Beſtimmung der Dicke b eines nackten Bogens, die wir hier b′ nennen, gegeben, und bemerkt, daß dieſe allen bisher üblich geweſenen vorzuziehen ſey.

Dieſe legen wir hier zum Grunde und geben folgende

Regel

für die Berechnung der Dicke oder Keilhöhe eines übermauerten Bogens.

„Nach §. 48 ſuchet die Dicke des Bogens, die ihm, falls er ein nackter wäre, „nach Maaßgabe ſeiner Abmeſſungen W und H gebührte; dieſe nennet b′ und nehmet von dieſer $\frac{5}{6}$ als die Dicke b an, welche euerem übermauerten Bogen gebührt. Iſt aber bey euerem Bogen das Verhältniß $\frac{W}{H}$ nicht $= \frac{60}{30} = 2$, wie es „bey unſerem Probebogen war, ſondern es iſt die Höhe H öfters, als 2 mal „in der halben Weite W enthalten und der Bogen iſt alſo ſeichter, als unſer Probebogen, und ihr meinet aus Aengſtlichkeit, ihr müßet, um ſicher zu gehen, ein Ueberflüſſiges thun, ſo braucht ihr doch für den übermauerten Bogen die b nicht „größer zu nehmen, als die b′, die ihr nach der Regel in §. 48 für dieſen gefunden „habt.

Z. B. bey dem in §. 48 angegebenen Donaubrückenbogen iſt, falls er ein nackter wäre, eine Dicke b′ von 4¾ Fußen erforderlich. Bey dieſem Bogen iſt $\frac{W}{H} = \frac{30'}{10'} = 3$, er iſt alſo ſeichter, als unſer Probebogen, wo $\frac{W}{H} = \frac{60'}{30'} = 2$ war. Da nun hier 4¾ Fuß gar keine übermäßig große Keilhöhe iſt, ſo kann man, wenn man ſo lange Keile haben kann, b = 4¾ ſetzen, iſt es aber ſchwierig, ſo lange Keile zu erhalten, ſo darf man auch hier keck

$$b = \frac{5}{6} \cdot 4\tfrac{3}{4}' = \frac{5}{6} \cdot \frac{19}{4} = \frac{95}{24} = 4 \text{ Fußen ſetzen.}$$

III.

Abgekürzte Berechnungsweiſe des Seitendruckes eines übermauerten Bogens.

§. 61.

In einem übermauerten Bogen K′K″A′A (Fig. 11) trägt jeder Keil das Gewicht der über ſeiner Kopffläche lothrecht aufwärtsgehenden Uebermauerungsſäule und der Bogen würkt ganz offenbar nicht anders gegen das Widerlager in K′K″ und die Fläche des Gegenbogens in AA′, als wenn er nicht übermauert, hingegen mit Gewichten S^1, S^2, S^3 ꝛc. ſo behängt wäre, daß an jedem Keile ein Gewicht hängt, welches ſo ſchwer iſt, als das Gewicht der auf ſeiner Kopffläche ſtehenden Uebermauerungsſäule, und welches am Keile in einer ſolchen lothrechten Linie abwärts zieht, welche die Continuation der lothrechten Schwerpunktslinie der Säule iſt. Den Seitendruck Σ^* des auf die eben erwähnte Weiſe betrachtbaren Bogens kann man ſich offenbar in zwey Theile getheilt denken, in einen Seitendrucktheil Σ^{**}, welchen der Bogen ausüben würde, falls er durch keine ſeinen Keilen angehängte Gewichte S^1, S^2 ꝛc. beſchwert wäre, und in einen Seitendrucktheil Σ^{***}, welcher zu dem Σ^{**} durch die eben genannten Gewichte hinzukommt. Berechnet man alſo nach den bereits gegebenen Lehren den Σ^{**}, entweder möglichſt genau, indem man in der Berechnung von Keil zu Keil übergeht, oder nur adproximativ nach der in §. 55 angegebenen und ganz gewiß zureichend ſicheren Formel rechnet, und man weis auch den Theil Σ^{***} zureichend genau zu berechnen, ſo kann man den ganzen Seitendruck

$$\Sigma^* = \Sigma^{**} + \Sigma^{***}$$

finden. Wie aber kann man Σ^{***} finden? Zur Beantwortung dieſer Frage dienen die nächſtfolgenden Unterſuchungen.

§. 61.

Berechnung desjenigen Seitendruckszuſatzes Sz, welchen die dem Bogen K′K″A′A aufgelegte Uebermauerung in dem Falle, wenn der K′K″A′A (Fig. 12) nur aus einem Stücke beſtände, erzeugen würde.

Es iſt ohne Weiteres offenbar, daß dieſer Sz viel kleiner ſeyn müße, als der Σ^{***}, welcher bey dem in Keile zerſchnittenen und dadurch rückſichtlich des Zuſammenhanges ſeiner Theile unter einander geſchwächten Bogen K′K″A′A Statt haben muß, weswegen wir dieſen Sz berechnen und dann ausmitteln wollen, wie man aus ihm, der ſich ſtets leicht und genau berechnen läßt, den Σ^{***}, wenigſtens näherungsweiſe, aber doch ſicher genug, ableiten könne.

1) Wenn der Bogen K′K″A′A nur aus einem Stücke beſtände und ſtatt der ihm aufgelegten Uebermauerung die vorhin genannten Gewichte S^1, S^2 ꝛc. genau in den vorhin angegebenen Richtungslinien an ihm angebracht wären, ſo würden dieſe den Bogen ebenſo lothrecht abwärts ziehen, als wenn ſtatt ihrer nur ein einziges Gewicht g′, welches der Summe aller Gewichte S^1, S^2 ꝛc., alſo dem ganzen Gewichte der Uebermauerung gleich iſt, am Bogen angebracht wäre, und zwar in einer lothrechten Linie πε, die zwiſchen den lothrechten Linien K″S und AT eine ſolche Lage hat, daß, wenn in ihr eine Kraft = g′ am Bogen K′K″A′A aufwärts zöge, dieſe mit allen den am Bogen abwärts ziehenden Gewichten S^1,S^2 ꝛc. im Gleichgewicht wäre und alſo den ganzen Druck dieſer Gewichte, oder — den ganzen Druck der Uebermauerung gegen den Bogen — aufheben würde. Dieſe Linie πε muß offenbar durch das Schwerpunct der Uebermauerung gehen, ſie muß die lothrechte Schwerpunctslinie dieſes Körpers ſeyn, alſo eine ſolche Lage haben, daß, wenn durch KK″mA′ eine veſte und gewichtsloſe Fläche gienge, auf welcher die Schichten 1, 2, 3 ꝛc. der Uebermauerung auflägen, und wenn an dieſer Fläche auf beiden Seiten bey μ zwey horizontale Zapfen angebracht wären und die Fläche KK″mA′ vermittelſt dieſer in eine Scheere, wie die an einen Krämerwaage iſt, eingehängt wäre, die Scheere aber durch eine zureichend ſtarke Kraft aufwärts gezogen würde, die genannte veſte Fläche mit der auf ihr aufliegenden Uebermauerungsmaſſe ſich weder rechter, noch linker Hand um die Zapfen in μ abwärts drehen könnte. — Die Lage dieſer Schwerpunctslinie πμε wollen wir nun ſuchen, und zwar ſo, daß wir finden,

„wie groß die horizontale Linie K″ε iſt, in welcher ſie von der Stelle K″ abſteht, welche K″ hier diejenige Stelle iſt, um welche ſich die unter der Uebermauerung K″STA′K″ vorgeſtellte veſte Fläche in KK″mA′ abwärts herumdrehen müßte, wenn ſie nicht durch den Bogen daran verhindert wäre.

Die Unterſuchung iſt folgende:

A. Beſtimmung des Momentes des Trapeziums K″STA′K″ rückſichtlich der Stelle K″.

a) Man ziehe die Diagonale K″T dieſes Tapeziums, ſo erhält man die beiden Dreiecke

K″ST und K″TA′

b) Man nehme das erſte Dreieck K″ST vor und ſuche den Abſtand K″e ſeiner lothrechten Schwerpunctslienie dce von der Stelle K″ und deſſen Moment in Bezug auf dieſe Stelle.

Wenn man das Mittelpunct b der Baſis K″S = H′ dieſes Dreieckes ſucht und aus dieſem in die Spitze T eine Linie bT zieht, ſo liegt bekanntlich das Schwerpunct dieſes Dreieckes in einer Stelle c der bT, die von b um eine Weite

$$bc = \frac{1}{3}\, bT$$

abſteht. Da nun hier die de der $K''S$ parallel iſt, ſo iſt das Dreieck bST ein parallel mit der Baſis bS geſchnittenes Dreieck und es muß demnach, weil

$$bc = \tfrac{1}{3}\, bT$$

iſt, auch $Sd = \tfrac{1}{3}\, ST$ ſeyn.

Man hat alſo, weil $Ke = Sd$ iſt,

$Ke = \tfrac{1}{3}\, ST = \tfrac{1}{3}\, K''\mathfrak{B} = \tfrac{1}{3}(R+b)\ \mathrm{Sin.}\, n\alpha.$ Das als gleich dick und ſchwer angenommene Δeck $K''ST$ würde, wenn es in irgend einer Stelle der durch c gezogenen lothrechten Linie, die von K'' um $K''e$ abſteht, aufgehängt würde, ſich weder rechts noch links um dieſe Stelle herumdrehen können; es iſt die de eine lothrechte Schwerpunctslinie des genannten Dreieckes, in deren Richtung man ſich das ganze Gewicht deſſelben vereinigt und beſtrebt denken kann, die Maſſe des Dreieckes um die Unterſtützungsſtelle K'' herum abwärts zu drehen.

Der Flächeninhalt des Δeckes $K''ST$ iſt $\tfrac{1}{2} K''S \times ST = \tfrac{1}{2}\mathfrak{H}' \times K''\mathfrak{B} = \tfrac{1}{2}\mathfrak{H}' \cdot (R+b) \cdot \mathrm{Sin.}\, n\alpha$, alſo iſt das Umdrehungsmoment m des im Trapezium $K''STA'$ enthaltenen Δeckes $K''ST$ folgendes:

$$m = \tfrac{1}{3}(R+b)\ \mathrm{Sin.}\, n\alpha \cdot \tfrac{1}{2}\mathfrak{H}'(R+b)\ \mathrm{Sin.}\, n\alpha = \tfrac{1}{6}(R+b)^2 \cdot (\mathrm{Sin.}\, n\alpha)^2 \cdot \mathfrak{H}'.$$

Z. B. für unſern Probebogen iſt Ke oder $\tfrac{1}{3}\, ST = \tfrac{1}{3}(75+5) \times \mathrm{Sin.}\, 53^\circ{,}8' = \tfrac{1}{3} \cdot 80 \cdot 0{,}8000338 = 21{,}3342 \ldots$ Fußen und ferner iſt

$$\begin{aligned} m &= \tfrac{1}{6}(75+5)^2 \cdot (\mathrm{Sin.}\, 53^\circ{,}8')^2 \cdot 33{,}8 \\ &= 1066{,}66 \ldots \times 0{,}64 \cdot 33{,}8 \\ &= 682{,}666 \ldots \times 33{,}8 = 23074{,}1318 \text{ Qu. Fußen.} \end{aligned}$$

Man nehme das zweite Δeck $K''TA'$ vor und ſuche den Abſtand $K''h$ ſeiner lothrechten Schwerpunctslinie gfh von der Stelle K'' und deſſen Moment in Bezug auf die Umdrehungsſtelle K'' des Trapeziums.

Wenn man das Mittelpunct a der Baſis $TA' = \mathfrak{h}$ dieſes Δecks ſucht und aus dieſem in die Spitze K'' eine Linie aK'' zieht, ſo liegt das Schwerpunct dieſes Δeckes in einer Stelle f der aK'', die von der Spitze K'' um eine Weite

$$K''f = \tfrac{2}{3}\, aK''$$

abſteht, und es iſt alſo gfh eine lothrechte Schwerpunctslinie des Δeckes $K''TA'$. Da nun hier, wegen gh parall. KS parall. $\mathfrak{B}T$ nach den beiden Δecken $K''a\mathfrak{B}$ und $K''fh$ auch die

$$K''h = \tfrac{2}{3}\, K''\mathfrak{B}$$

ſeyn muß, ſo hat man

$$K''h = \tfrac{2}{3}\, K''\mathfrak{B} = \tfrac{2}{3}(R+b)\ \mathrm{Sin.}\, n\alpha.$$

Der Flächeninhalt des Dreieckes $K''TA'$ iſt $= \tfrac{1}{2}\, TA' \times K''\mathfrak{B} = \tfrac{1}{2}\, \mathfrak{h} \cdot (R+b) \cdot \mathrm{Sin.}\, n\alpha$, alſo iſt deſſen Moment m' in Bezug auf K'' dieſes:

$$m' = \frac{2}{3}(R+b)\ \mathrm{Sin.}\ n\alpha\ .\ \frac{1}{2}\ \mathfrak{h}\ (R+b)\ \mathrm{Sin.}\ n\alpha$$
$$= \frac{1}{3}(R+b)^2 . (\mathrm{Sin.}\ n\alpha)^2 . \mathfrak{h}$$

Z. B. Für unſeren Probebogen iſt K″h oder $\frac{2}{3}$ (R+b) Sin. nα, nach vor. Nr. b = 2 . 21,3342 .... = 42,6684 .... Fußen und ferner iſt

$$m' = \frac{1}{3}(75+5)^2 (\mathrm{Sin.}\ 53^\circ, 8')^2 . 1{,}8$$
$$= 2133{,}333 .... \times 0{,}64 . 1{,}8$$
$$= 1365{,}333 .... \times 1{,}8 = 2457{,}56 ....$$ Quadratfußen.

d) Alſo hat man die Summe der beiden in Nr. b und c erhaltenen Momente m und m′, das heißt, das Moment m* des Trapeziums K″STAK″ in zweien verſchiedenen Momenten ausgedrückt, wie hier folgt:

$$m^* = m + m' = \frac{1}{6}(R+b)^2 (\mathrm{Sin.}\ n\alpha)^2 . \mathfrak{H}' + \frac{1}{3}(R+b)^2 (\mathrm{Sin.}\ n\alpha)^2\ \mathfrak{h}$$
$$= (\frac{1}{6}\mathfrak{H}' + \frac{1}{3}\mathfrak{h}) . (R+b)^2 . (\mathrm{Sin.}\ n\alpha)^2 .$$

Das giebt z. B. für unſeren Probebogen

$$m^* = m + m' = 23074{,}1318 + 2457{,}59 .....$$
$$= 25531{,}7218$$ Quadratfußen.

B. Beſtimmung des Momentes des Kreisſegments K″A′uK″ rückſichtlich der Stelle K″.

Das Schwerpunct i dieſes Segmentes iſt von dem Mittelpuncte C ſeines Bogens nach den hierüber angeſtellten Unterſuchungen um eine Weite Ci entfernt, die ſich nach folgender Regel ergiebt:

„Ziehe aus dem Mittelpuncte C des Kreiſes, welchem das Segment zugehört, in „das Mittelpunct u des Segmentbogens ein Halbmeſſer Cu, auf dieſem nimm „von C aus eine Länge Ci, die ſich ergiebt, wenn du den Quadratinhalt φ des „Segmentes 12mal nimmſt und in den Cubus der Segmentſehne K″A′ dividi„reſt.

(S. Eytelweins Handbuch der Statik ꝛc. Band I., S. 147) Hiernach iſt alſo, wenn der Segmentſehne K″A′ Länge

2 (R+b) Sin. $\frac{1}{2}$ nα durch A bezeichnet wird,

$$Ci = \frac{A^3}{12 . \Phi} = \frac{[2 (R+b)\ \mathrm{Sin.}\ \frac{1}{2} n\alpha]^3}{12 . \Phi} .$$

Darin wird φ nach §. 58, Nr. 2, B als berechnet angenommen. — Es würkt alſo das Gewicht des Segmentes K″TuK″, als wenn es in der Stelle i vereinigt wäre, und es iſt ik eine lothrechte Schwerpunctslinie dieſes Segmentes, die von K″ um K″k entfernt iſt.

Dieſe K″k iſt = K″B — il = (R+b) Sin. nα — Ci . Sin. ½ nα

$= (R+b)$ Sin. nα — $\frac{A^3}{12.\phi}$. Sin. ½ nα. Multiplicirt man nun dieſe Entfernung des φ von K″ mit φ, ſo hat man des Segmentgewichtes Moment

$$m'' = K''k \times \phi = \phi(R+b) \text{ Sin. } n\alpha - \frac{A^3}{12} \text{ . Sin. } \tfrac{1}{2} n\alpha.$$

Z. B. Für unſeren Probebogen war in §. 58, Nr. 2, B des Segments Flächenraum

$$\phi = 405{,}9072 \text{ Qu.Fußen}$$

gefunden worden. Ferner iſt (R+b) Sin. nα = (75+5) Sin. 53°, 8′ = 80 . 0,8 .... = 64, alſo

$$\phi\ (R+b) \text{ Sin. } n\alpha = 405{,}9072 \ . \ 64 = 25978{,}0608$$

Weiter iſt $A^3 = [2 (R+b) \text{ Sin. } \tfrac{1}{2} \alpha]^3 = (2 \cdot 80 \cdot \text{Sin. } 26^\circ, 34')^3 = (160 \cdot 0{,}4472388)^3 = 409600 \cdot 0{,}0894575 = 4096 \cdot 89{,}4575 = 366417{,}92$, wonach hier

$$\frac{A^3}{12} \text{ . Sin. } \tfrac{1}{2} n\alpha = \frac{A^3}{12} \text{ Sin. } 26^\circ, 34'$$

$$= 30534{,}8266 \ . \ 0{,}4472388 = 13656{,}3592$$

ſeyn muß. Alſo iſt

$$m'' = \phi \ . \ (R+b) \text{ Sin. } n\alpha - \frac{A^3}{12} \text{ Sin. } \tfrac{1}{2} n\alpha$$

$$= 25978{,}0608 - 13656{,}3592 = 12321{,}7016.$$

C. Beſtimmung des Momentes m^{**} der Uebermauerung K″STA′mK″.

Das Segmentmoment m″ iſt mit dem Uebemauerungsmomente m^{**} in der Momentſumme m+m′ oder m^* des Trapeziums (Nr. A) begriffen und es muß offenbar

$$m'' + m^{**} = m^*$$

ſeyn, woraus $m^{**} = m^* - m''$ folgt.

Z. B. Für unſeren Probebogen iſt nach Nr. A, d und nach Nr. C

$$m^{**} = m^* - m'' = 25531{,}7218 - 12321{,}7016 = 13210{,}\ldots \text{ Quadratfußen.}$$

D. In der Uebermauerungsfläche K″STA′uK″ muß es irgend eine Stelle n geben, worin man ſich das Gewicht dieſer Fläche vereinigt denken kann. Eine durch dieſe Stelle n gezogene lothrechte Schwerpunctslinie πnμs aber ſchneidet die Horizontallinie K″B in einer gewiſſen Stelle s, die von K″ um eine gewiſſe Weite K″s oder y entfernt iſt. Wenn alſo der Flächenraum der Uebermauerung F heißt, ſo iſt auch das Moment

$m^{**} = y \cdot \mathfrak{F}$, und da nach dem Obigen $m^{**} = m^* - m''$ ſeyn muß, ſo hat man hiermit die Gleichung

$$y \cdot \mathfrak{F} = y \cdot (m^* - m') = y\,(m + m' - m''),$$

woraus $K''s$ oder $y = \frac{m + m' - m''}{\mathfrak{F}}$ folgt.

Für unſeren Probebogen z. B. iſt nach §: 58, Nr. 2, C die Uebermauerungsfläche = 733,3482 Quadratfußen und $m + m' - m''$ oder $m^* - m''$ war nach vor. Nr. C für dieſen Bogen = 13209,8141 Quadratfußen, alſo iſt für dieſen Bogen der horizontale Abſtand $K''s$ der lothrechten Schwerpunctslinie $\pi n \mu s$ ſeiner Uebermauerung von der Widerlagerſtelle K'' oder

$$y = \frac{13210}{733,\ldots\ldots} = 18,0\ldots \text{ Fußen}$$

2) Nachdem wir den Abſtand $K''s$ der Schwerpunctslinie $\pi n \mu s$ der Uebermauerung von der Stelle K'' gefunden haben, ſo wollen wir den vorhin erwähnten Seitendruckszuſatz $\mathfrak{S}z$ berechnen.

A. Das Gewicht g' der Uebermauerung, welches wir uns vorhin in Gewichten als $\mathfrak{S}'$, $\mathfrak{S}''$ ꝛc. auf die Keile des Bogens vertheilt gedacht haben, würkt auf den Bogen eben ſo, als wenn es in der Stelle μ ſeines Rückens, durch welche die Linie $\pi n \mu s$ geht, beiſammen angebracht wäre; denn wenn die Uebermauerung in dieſer Stelle aufgehängt würde, ſo würde ſie weder rechter, noch linker Hand einen Ausſchlag geben können (vergleiche die Vorſtellungsweiſe am Anfange der vor. Nr. 1). Ferner übt g' in K'' und A' einen lothrecht abwärts gehenden Druck aus; wir bezeichnen den in K'' durch $\mathfrak{K}$ und den in A' durch $\mathfrak{k}$.

Das Moment des in der Linie μs den Bogen abwärts ziehenden Gewichtes g' iſt rückſichtlich der Umdrehungsſtelle K'' der Hebellinie $K''A'$,

$$K''s \cdot g' = y \cdot g'.$$

Eine Kraft $\mathfrak{k}$, die in A' lothrecht aufwärts ziehend dem g' das Gleichgewicht halten ſoll, muß, bey der Entfernung $K''\mathfrak{B}$ der Richtungslinie ihres Würkens von der Umdrehungsſtelle K'', ſo groß ſeyn, daß ihr Moment

$$K''\mathfrak{B} \cdot \mathfrak{k} = y \cdot g',$$

iſt, woraus $\mathfrak{k} = \frac{y \cdot g'}{K''\mathfrak{B}}$ folgt.

Alſo übt g' in der Stelle A einen lothrecht abwärts gehenden Druck $= \mathfrak{k}$ aus. — Eine Kraft $\mathfrak{K}$ ferner, die in K'' lothrechrecht aufwärts ziehend mit dem g' rückſichtlich der Umdrehungsſtelle A' im Gleichgewichte ſeyn ſoll, muß, bey der Ent-

fernung $A's = TS = K''\mathfrak{B}$ der Richtungslinie $K''S$ ihres Würkens von der Stelle A', ſo groß ſeyn, daß ihr Moment

$$K''\mathfrak{B} \cdot \mathfrak{K} = s\mathfrak{B} \cdot g' = (K''\mathfrak{B} - K''s)\ g' = (K''\mathfrak{B} - y)\ g' \text{ iſt,}$$

$$\text{woraus } \mathfrak{K} = \frac{(K''\mathfrak{B} - y)\ g'}{K''\mathfrak{B}} \text{ folgt.}$$

Demnach übt g' auf die Stelle K'' einen lothrecht abwärts gehenden Druck $= \mathfrak{K}$ aus. Die beiden Kräfte $\mathfrak{K}$ und $\mathfrak{k}$ geben in Summe das Gewicht g', wie es ſich gehört, und würden, an jener in Nr. 1 erwähnten der Uebermauerung untergelegten veſten Fläche $K''uA'$ in A' und K'' lothrecht aufwärts ziehend unter einander ſelbſt und auch mit dem g' in μ im Gleichgewichte ſeyn, folglich bewürken, daß der Bogen $K'K''A'A$ gar nicht von der Uebermauerung gedrückt würde.

B. Die in A' lothrecht abwärtsgehende Preſſung $\mathfrak{k}$ iſt abgehalten, den Bogen oder die Hebellinie $K''A'$ in Bewegung zu ſetzen, und zwar dadurch, daß dieſe zwiſchen die beiden veſten Ebenen in $K''K'$..... und $A'T$ eingeſtemmt iſt. Deswegen zerlegt ſich dieſe Preſſung $\mathfrak{k}$ in einen horizontalen Seitendruck $A'r$ oder $\mathfrak{T}$ und in einen nach der Richtung der Hebellinie $A'K''$ gehenden Seitenſchub $A'q$ oder $\mathfrak{S}$ und es muß hier, wenn der Winkel $A'K''\mathfrak{B} = v$ iſt, ſeyn:

$$A'r \text{ oder } \mathfrak{T} = A't \cdot \text{Cot. } v = \mathfrak{k} \cdot \text{Cot. } v = \frac{y \cdot g'}{K''\mathfrak{B}} \cdot \text{Cot. } v,$$

$$A'q \text{ oder } \mathfrak{S} = A't \cdot \text{Cosec. } v = \mathfrak{k} \cdot \text{Cosec. } v = \frac{y \cdot g'}{K''\mathfrak{B}} \cdot \text{Cosec. } v.$$

C. Der Schub $\mathfrak{S}$ würkt in K'' gegen das Widerlager von K'' nach w hin und bringt da einen Seitendruck $K''z$ oder $\mathfrak{S}z$ nnd einen lothrechten Druck $K''x$ oder $\mathfrak{D}$ hervor. Es iſt aber hier

$$K''z \text{ oder } \mathfrak{S}z = K''w \cdot \text{Cos. } v = \mathfrak{S} \cdot \text{Cos. } v = \frac{y \cdot g'}{K''\mathfrak{B}} \cdot \text{Cosec. } v \cdot \text{Cos. } v$$

$$= \frac{y \cdot g'}{K''\mathfrak{B}} \cdot \text{Cot. } v \text{ (wie oben bey } A'\text{) und}$$

$$K''x \text{ oder } \mathfrak{D} = K''w \cdot \text{Sin. } v = \mathfrak{S} \cdot \text{Sin. } v = \frac{y \cdot g'}{K''\mathfrak{B}} \cdot \text{Cosec. } v \cdot \text{Sin. } v$$

$$= \frac{y \cdot g'}{K''\mathfrak{B}}.$$

Dieſer $\mathfrak{D}$ giebt, wenn man ihn zu dem Drucke $\mathfrak{K}$ in Nr. A addirt, das ganze Gewicht g'; es drückt alſo die Uebermauerung vermittelſt des Bogens mit ihrem ganzen Gewichte g' lothrecht abwärts auf das Widerlager.

D. In der Gleichung

$$\mathfrak{S}_z = \frac{y \cdot g'}{K''\mathfrak{B}} \cdot \text{Cot. } v$$

iſt $K''\mathfrak{B} = (R+b)\,\text{Sin.}\,n\alpha$, der Winkel v oder $A'K''\mathfrak{B}$ iſt $= AK'B$ und Cot. v iſt $= K'B$ oder $\mathfrak{W}$, aber für den Halbmeſſer AB oder $\mathfrak{H}$ genommen, weswegen die für den Halbmeſſer $= 1$ genommene $\text{Cot } v = \frac{\mathfrak{W}}{\mathfrak{H}}$ iſt; endlich iſt (nach vor. Nr. 1, D) die Entfernung

$$y = \frac{m + m' - m''}{\mathfrak{F}}$$

und das Uebermauerungsgewicht g′ wird erhalten, wenn man den Quadratinhalt $\mathfrak{F}$ der Stirnfläche K″STuK″ der Uebermauerung mit der Dicke L derſelben und dem ſpecif. Gewichte g multiplicirt, alſo

$$g' = \mathfrak{F} \cdot Lg$$

ſetzt. Wendet man die hier angegebenen Ausdrücke in der obigen für $\mathfrak{S}_z$ erhaltenen Gleichung an, ſo hat man

$$\mathfrak{S}_z = \frac{y \cdot g'}{K''\mathfrak{B}} = \frac{(m + m' - m'') \cdot \mathfrak{F} \cdot Lg}{\mathfrak{F}\,(R+b)\,\text{Sin. } n\alpha} \cdot \frac{\mathfrak{W}}{\mathfrak{H}}$$

$$= \frac{(m + m' - m'')\;Lg \cdot \mathfrak{W}}{(R+b)\;\text{Sin. } n\alpha \cdot \mathfrak{H}} \quad (\mathfrak{h}).$$

3) Rechnungsbeiſpiel für unſern Probebogen.

Nach Nr. 1, C iſt bey dieſem

$m + m' - m'' = 13210$ und dieſe Größe giebt nach der vorigen Gleichung ($\mathfrak{h}$)

$$\mathfrak{S}_z = \frac{13210}{80 \cdot 0{,}8 \ldots} \cdot \frac{60}{30} \cdot Lg = \frac{13210 \cdot 2}{64}\,Lg = 412{,}81\;Lg.$$

§. 63.

Berechnung des Seitendruckszuſatzes Σ^{***}, welchen die dem Bogen K′K″A′A aufgelegte Uebermauerung, wenn dieſer aus Keilen beſteht, erzeugt.

1) Aus unſeren Berechnungen wiſſen wir Folgendes:

In unſerem übermauerten Probebogen war nach §. 42, Nr. I, 7, B, e der ganze Seitendruck

$$\Sigma^{*} = 988{,}5211 \cdot Lg\ \text{℔}.$$

In unſerem nackten Probebogen aber war nach §. 42, Nr. I, 7, A, e der ganze Seitendruck

$$\Sigma^{**} = 489{,}2807 . \text{Lg} \; \text{℔}.$$

Alſo iſt hier die Differenz

$$\Sigma^{*} - \Sigma^{**} \text{ oder } \Sigma^{***} = 500{,}2404 . \text{Lg} \; \text{℔}.$$

„So viel Seitendruckszuſatz Σ^{***} bringt alſo in unſerem aus 47 Keilen „beſtehenden und alſo durch 46 Schnitte geſchwächten Bogen K′K″A′A „die ihm aufgelegte Uebermauerung hervor.“

Aus Nr. 3 des vorigen Paragraphens aber wiſſen wir ferner auch, daß dieſelbe Uebermauerung unſeres Probebogens K′K″A′A einen Seitendruckszuſatz

$$Sz = 412{,}81 \text{ Lg} \; \text{℔}$$

erzeugt, falls dieſer Bogen nur aus einem Stücke beſtände, alſo durch keine Fugenſchnitte geſchwächt wird.

2) Vergleichen wir nun Sz mit Σ^{***}, ſo ergiebt ſich die Differenz der Seitendruckszuſätze, welche dieſelbe Uebermauerung in dem in Keile zerſchnittenen und dadurch geſchwächten und in dem nur aus einem Stücke beſtehenden und alſo ungeſchwächten Bogen K′K″A′A hervorbringt. Dieſe iſt bey unſerem Probebogen

$$\Sigma^{***} - Sz = 500{,}2404 . \text{Lg} - 412{,}81 . \text{Lg} \; \text{℔} \quad = 87{,}43 . \text{Lg} \; \text{℔},$$

wofür wir hier, indem wir die ſchädliche Folge der 46 Schwächungen unſeres Bogens etwas höher annehmen,

$$88 \text{ Lg} \; \text{℔}$$

ſetzen.

3) Der Seitendruckszuſatz $Sz = 412{,}81$ Lg . ℔ iſt die ihr eigenes Wachsthum $\Sigma^{***} - Sz = 88$. Lg ℔ bewürkende und die 46 Schnitte ſind die dieſes Wachsthum veranlaſſende Urſache und wir können ſetzen,

„daß die Urſache Sz, die bey 46 Schwächungen des Bogens K′K″A′A um eine „Größe = 88 Lg ℔ anwächſt, bey r Schwächungen um eine Größe x anwachſe, „welche der Proportion

$$46 \text{ Schwächungen} : r \text{ Schwäch.} = 88 . \text{Lg} \; \text{℔} : x . \text{℔}$$

„entſpricht, daß alſo ſey:

$$x = \frac{r}{46} . 88 \text{ Lg} \; \text{℔}.$$

Durch dieſe Satzung wird der zu r Schnitten oder Schwächungen des Bogens K′K″A′A gehörende Seitendruckszuſatz x ℔, um welchen jener Seitendruck Sz, den die dem Bogen in ſeinem unzerſchnittenen Zuſtande aufgelegte Uebermauerung erzeugen würde, und wodurch er in

$$\text{Sz} + x \cdot \text{℔}$$

übergehen muß, ganz gewiß nicht zu klein in Rechnung gebracht, wie aus Folgendem erhellet:

A. Der Sz muß bey nur einem Schnitte des Bogens um eine gewiſſe Größe a anwachſen; kommt noch ein zweiter Schnitt dazu, ſo muß das Wachsthum des Sz größer, es muß nun $a + \delta$ ſeyn; kommt noch ein dritter Schnitt dazu, ſo muß das Wachsthum des Sz abermals größer, es muß nun $a + \delta^1 + \delta^2$ ſeyn, u. ſ. w., und hierbey müßen die Zunahmen δ^1, δ^2 ꝛc. nothwendig immer größer werden, weil mit der Vermehrung der Schnitte der Bogen immer ſchwächer, der Seitendruck aber immer größer wird. Es iſt alſo abſolut gewiß, daß die Reihe der mit einer einfachen, einer doppelten ꝛc. einer 46fachen Schwächung des Bogens in Verbindung ſtehenden Zunahmen des Seitendruckes Sz der Uebermauerung folgende ſeyn müße:

$$a;\ (a + \delta');\ (a + \delta^2 + \delta^1);\ (a + \delta^1 + \delta^2 + \delta^3);\ \ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots;\ (a + \delta^1 + \delta^2 + \ldots\ldots\ldots + \delta^{r-1});\ \ldots\ldots;\ (a + \delta^1 + \delta^2 + \ldots\ldots + \delta^{45})$$

und daß darin die δ^1, δ^2 ꝛc. wachſen.

B. Theilt man nun den ganzen durch 46 Schwächungen erzeugten Zuſatz $\Sigma^{***} - \text{Sz}$ in 46 gleiche Theile und ſetzt, die Reihe der mit einer einfachen, doppelten, dreifachen, ..., 46fachen Schwächung des Bogens verbundenen Zunahmen des Sz ſey folgende:

$$\tfrac{1}{46}(\Sigma^{***} - \text{Sz});\ \tfrac{2}{46}(\Sigma^{***} - \text{Sz});\ \tfrac{3}{46}(\Sigma^{***} - \text{Sz});\ \ldots\ldots$$
$$\ldots\ldots\ldots\ \tfrac{r}{46}(\Sigma^{***} - \text{Sz});\ \ldots;\ \tfrac{46}{46}(\Sigma^{***} - \text{Sz});$$

ſo iſt nach der erſteren und wahren Reihe

die durch r Schwächungen des Bogens erzeugte den Sz betreffende Zunahme

$$x' = (a + \delta^1 + \delta^2 + \ldots\ldots\ldots\ldots + \delta^{r-1})\ \text{℔},$$

aber nach der zweiten und nur hypothetiſchen Reihe iſt

die durch r Schwächungen des Bogens erzeugte den Sz betreffende Zunahme

$$x = \frac{r}{46}(\Sigma^{***} - \text{Sz})\ \text{℔}$$

$$= \frac{r}{46}(a + \delta^1 + \delta^2 + \ldots\ldots\ldots + \delta^{45})\ \text{℔},$$

weil ja nach der erſtern Reihe $(\Sigma^* - \text{Sz})$ nothwendig $= (a + \delta^1 + \delta^2 + \ldots\ldots\ldots + \delta^{45})$ ſeyn muß.

C. Wenn man aber über dieſe beiden Zunahmen x^1 und x eben ſolche Betrachtungen anſtellt, wie in §. 53, Nr. 4 und 5 über die z' und z rückſichtlich des nackten Bogens angeſtellt worden ſind, ſo erhält man auch hier, wie dort, das Reſultat,

„daß man verſichert ſeyn könne, man rechne nicht zu wenig, wenn man die „durch r Schnitte und Schwächungen des Bogens K′K″A′A erzeugte Zunahme x „des Seitendruckes Sz nach der Gleichung

$$x = \frac{r}{46} (\Sigma^{***} - Sz) \text{ ℔}$$

„beſtimme.

4) Der von den Abmeſſungen unſeres übermauerten Probebogens abhängige Seitendruck Sz, den wir im vorigen Paragraphen berechnet haben, iſt die in dieſem Bogen würkſame Kraft, welche bey 46 Schnitten des Bogens verurſacht, daß ſie ſelbſt um $\Sigma^{***} - Sz = 88 \cdot$ Lg ℔ und bey r Schnitten ganz gewiß noch nicht um x . Lg ℔ anwächſt. — Wenn alſo in einem andern Bogen der für ſeine Abmeſſungen nach dem vorigen Paragraphen möglichſt genau berechenbare Seitendruck Sz größer oder kleiner, als der Sz = 412,81 Lg ℔ (vor. §., Nr. 3) bey unſerem Probebogen, iſt, ſo muß nach dem Grundſatze, daß ſich die Würkungen verhalten, wie die gehörig für alle Umſtände, von denen ſie abhängen, berechneten Kräfte, der in dem andern Bogen für ſeine Abmeſſungen nach dem vorigen Paragraphen berechnete Seitendruck Sz bey r Schnitten dieſes Bogens eine Zunahme ꝛ ſeines eigenen Werthes Sz bewürken, die in Vergleichung mit der x bey unſerem Probebogen der Proportion

$$412{,}81 \text{ Lg} : Sz = x : ꝛ$$

entſpricht, und es muß alſo, wenn wir hier, um ꝛ etwas größer zu erhalten, ſtatt 412,81 Lg den etwas geringer berechneten Ausdruck 412,7892 Lg ſetzen, ſeyn:

$$ꝛ = x \cdot \frac{Sz}{412{,}7892 \text{ Lg}} = \frac{r}{46} \cdot 88 \text{ Lg} \cdot \frac{Sz}{412{,}7892 \text{ Lg}}$$

$$= \frac{r \cdot Sz \cdot 44}{23 \cdot 412{,}7892} = 0{,}0046344 \cdot r \cdot Sz \text{ ℔}.$$

6) Addiren wir zu dem Seitendrucke Sz, welchen die Uebermauerung eines Bogens hervorbringen muß, falls er nicht in Keile zerſchnitten wäre, die Zunahme ꝛ des Sz, welche durch die r Keilſchnitte des Bogens veranlaßt wird, ſo ergiebt ſich der ganze von der Uebermauerung des Bogens herrührende Seitendruck

$$\Sigma^{***} = Sz + ꝛ = Sz + 0{,}0046344 \cdot r \cdot Sz$$
$$= (1 + 0{,}0046344 \cdot r) \cdot Sz \text{ ℔}.$$

6) Nach §. 61 iſt $\Sigma^{*} = \Sigma^{**} - \Sigma^{***}$, nehmen wir nun aus §. 54, Nr. 3 den Seitendruck

$$\Sigma^{**} = \sigma^{**} \cdot (1 + 0{,}0060919 \cdot r) \text{ ℔}$$

und aus vor. Nr. 5 den Seitendruck

$$\Sigma^{***} = Sz\,(1 + 0{,}0046344\,.\,r)$$ ℔,

ſo haben wir für den aus n oder r + 1 Keilen beſtehenden und alſo r mal durchſchnittenen übermauerten Bogen den geſammten Seitendruck

$$\Sigma^{*} = \sigma^{**}.(1 + 0{,}0060919\,.\,r) + Sz.(1 + 0{,}0046344\,.\,r)$$ ℔.

§. 64.

Regeln

für die Berechnung des geſammten Seitendruckes eines übermauerten Bogens mit einem nach dieſen durchgeführten Rechnungsbeiſpiele für einen Bogen, welcher, wie die Bögen der neuen Donaubrücke bey Ulm, eine halbe Weite W von 30′ und innere Höhe H von 10′ haben und worin die untere Sehnendicke δ eines Keiles 1,4′, alſo der Schlußſtein unten 2,8 Fuße dick ſeyn ſoll.

I. Aus W und H berechnet zuvörderſt die Gewölbdicke oder Keilhöhe b nach der Regel in §. 60.

Für W = 30′ und H′ = 10′ iſt nach der dortigen Regel

$$b = 4 \text{ Fußen}$$

gefunden worden.

II. Hierauf berechnet nach den Regeln in §. 55 den Seitendruck Σ^{**}, welchen euer aus Keilen componirter Bogen, falls er ein nackter wäre, ausüben müßte.
Nach dem Dortigen iſt für den hier angenommenenen Bogen der

$$\Sigma^{**} = 216\ Lg$$ ℔.

III. Nun ſuchet nach §. 32 b die Scheiteldicke A′T (Fig. 13) oder h, welche der Uebermauerung K″STA′uK″ zukommen muß, wenn man die Geſimsſteine, Brüſtungsmauern, Fußwegplatten, Gerinnſteine, das Straßenpflaſter und die Nutzlaſt L auf eine Steinlage reducirt, welche in der durch die Linie A′σ gehenden Horizontalebene der Uebermauerung in gleicher Dicke h aufliegt, die aus eben ſolcher Steinart beſteht, woraus die Uebermauerung genommen ſeyn ſoll, und die eben ſo viel, als die hier genannten Gegenſtände, wiegt.

Für die Berechnung der A'T oder $\mathfrak{h}$ nehmen wir hier rückſichtlich der Geſimsſteine, der Bruſtmauern, der Fußwegplatten, der Gerinnſteine und des Straßenpflaſters alle die in §. 32 b angenommenen Abmeſſungen, die nicht von $\mathfrak{W}$ und $\mathfrak{H}$ abhängen, an und ſetzen, daß die Uebermauerung aus Tuffſtein, wovon ein Würtemberg. Cubikfuß 64 Würt. ℔ wiegt, beſtehen ſolle. Wenn wir ferner für $\mathfrak{W} = 30'$ und $\mathfrak{H} = 10'$ die Länge $A\sigma$ oder K''$\mathfrak{B}$ berechnen, welche = 32,4 Fußen ſeyn muß, wenn wir die Breite L des Brückenbogens 32 Fuße groß ſeyn laſſen und die Einrichtung ſo treffen, daß das Straßenpflaſter zwiſchen den Gerinnſteinen 29,5 Fuße breit iſt, und wenn wir ſetzen, daß man für einen Quadratfuß Straßenpflaſter ein Gewicht von 70 Würt. ℔ in Rechnung zu bringen habe, ſo finden wir, daß hier die in §. 32 b durch $\mathfrak{G}^* = \mathfrak{g} + \mathfrak{g}'$ bezeichnete Gewichtsſumme = 592 + 442 = 1034 Würt. Cent. ſeyn müße.

Für die Nutzlaſt $\mathfrak{L}$ nehmen wir hier vorſetzlich nur 161 Cent an, damit wir nachher erkennen, wie auch bey einer gewiß nicht übertrieben groß angenommenen Nutzlaſt die Widerlagerdicke dennoch bedeutend groß ſeyn müße.

Suchen wir nun aus der Gewichtsſumme

$$\mathfrak{G}^{**} = \mathfrak{G}^* + \mathfrak{L} = 1034 + 161 = 1195 \text{ Cent.}$$
$$= 119500 \text{ ℔}$$

nach §. 31 b die Höhe A'T oder $\mathfrak{h}$, ſo finden wir

$$\mathfrak{h} = 1{,}8 \text{ Fuß.}$$

IV. Hierauf berechnet den Seitendruckszuſatz $\mathfrak{S}_z$, welchen die Uebermauerung eueres Bogens mit der dieſer eingerechneten Nutzlaſt $\mathfrak{L}$ (§. 32 b) in dem Falle ausüben würde, wenn der Bogen nur aus einem Stücke beſtände. Dieſe Berechnung nehmt ihr auf folgende Weiſe vor.

1) Zuerſt berechnet das Moment m des Dreieckes K''ST (Fig. 13) nach der Gleichung $m = \frac{1}{6}(R + b)^2 \times (\text{Sin. } n\alpha)^2 \times \mathfrak{H}'$, worin $\mathfrak{H}'$ oder K''S = BΓ = $\mathfrak{H} + b + \mathfrak{h} - K''k' = \mathfrak{H} + b + \mathfrak{h} - b \text{ Cos. } n\alpha$ iſt.

Für $(R + b) = 50 + 4 = 54$ iſt $54^2 = 2916$, für $n\alpha = 36°, 53'$ iſt $(\text{Sin. } n\alpha)^2 = (\text{Sin. } 36°, 53')^2 = (0{,}60018\ldots.)^2 = 0{,}36\ldots\ldots$; alſo iſt hier

$$(R + b)^2 \times (\text{Sin. } n\alpha)^2 = 1049{,}76$$

Ferner iſt für $\mathfrak{H} = 10'$, $b = 4'$, $\mathfrak{h} = 1{,}8$ die Höhe K''S oder $\mathfrak{H}' = 10 + 4 + 1{,}8 - 4 \text{ Cos. } 36°{,}53' = 15{,}8 - 4 \cdot 0{,}7998593 = 12{,}6006$ Fußen, dieſe aber giebt

$$m = \frac{1}{6}(R + b)^2 \times (\text{Sin. } n\alpha)^2 \cdot \mathfrak{H}' = \frac{1}{6} \cdot 1049{,}76 \times 12{,}6006 = 2204{,}496$$

2) Fener berechnet das Moment m' das Dreieckes K''TA' nach der Gleichung

$$m' = \frac{1}{3}(R+b)^2 \times (Sin.\ n\varkappa)^2 \cdot \mathfrak{h}$$

Nach voriger Nr. 1 erhält man für $\mathfrak{h} = 1{,}8'$

$$m' = \frac{1}{3} \cdot 1049{,}76 \cdot 1{,}8 = 629{,}856q'$$

3) Die vorigen Momente geben euch durch Addition des Trapeziums Moment

$$m^* = m + m'.$$

Für $m = 2204{,}496$ (vor. Nr. 1) und $m' = 629{,}856$ iſt m^* oder $m + m' = 2834{,}352q'$

4) Ferner ſuchet das Moment m'' des Segmentes $K''TuK''$ nach der Gleichung $m'' = \phi\,(R+b)\ Sin.\ n\varkappa - \frac{A^3}{12} Sin. \frac{1}{2} n\varkappa$, worin (nach §. 62, 1, B) das Zeichen ϕ den Flächeninhalt des Segmentes und A die Sehne $K''A'$ des Bogens bedeutet.

A) Für unſeren Bogen iſt der Flächeninhalt des mit dem Radius CK'' oder $R + b = 50 + 4 = 54$ Fußen gezogenen Kreiſes $= 3{,}14 \cdot (R+b)^2 = 3{,}14 \cdot 2916 = 9156{,}24$ Quadratfußen.

Sucht man nun für den Winkel $n\varkappa = 36°, 53' = 2213'$ die Fläche $K''CuA'$ des Kreisausſchnittes, ſo erhält man dafür

$$\frac{36°,\ 53'}{360°} \cdot 9156{,}24 = \frac{2213'}{21600'} \cdot 9156{,}24 = 938{,}09q'$$

Sucht man ferner den Flächenraum des Dreieckes $K''CB$,

ſo iſt dieſer $= \frac{1}{2} K''A' \cdot Cn = nA' \cdot Cn$

$$= (R+b) \cdot Sin. \tfrac{1}{2} n\varkappa \cdot (R+b) \cdot Cos. \tfrac{1}{2} n\varkappa$$
$$= (R+b)^2 \cdot Sin. \tfrac{1}{2} n\varkappa \cdot Cos\ \tfrac{1}{2} n\varkappa$$
$$= (R+b)^2 \cdot \tfrac{1}{2} Sin. \cdot n\varkappa$$
$$= (50+4)^2 \cdot \tfrac{1}{2} Sin.\ 36°,\ 53'$$
$$= 54^2 \cdot \tfrac{1}{2} \cdot 0{,}6 \ldots\ldots = 874{,}8q'.$$

Zieht man dieſen Flächenraum von dem des Ausſchnittes ab, ſo erhält man den Quadratinhalt des Segmentes $K''TuK''$ oder

$$\phi = 938{,}09 - 874{,}8 = 63{,}29q'$$

B. Für unſeren Bogen iſt die Länge A der Sehne $K''A' = 2\,(R+b)\ Sin. \frac{1}{2} n\varkappa = 2\,(50+4)\ Sin. \frac{1}{2}\,(36°{,}53') = 108 \cdot Sin.\ (18°{,}26\frac{1}{2}') = 108 \cdot 0{,}316339 = 34{,}1646\ldots\ldots$ Hiernach iſt

$$\frac{A^3}{12} = \frac{34{,}1646^3\ldots\ldots}{12} = \frac{39877{,}5975}{12} = 3323{,}1331\ldots\ldots\ldots$$

und das giebt, wenn man es mit $\text{Sin.}\ \frac{1}{2}\, n\alpha = 0{,}316339$ multiplicirt, $\frac{A^3}{12} \cdot \text{Sin.}\ \frac{1}{2}\, n\alpha$ $= 1051{,}2366.$

C. Nach Nr. A und B iſt nun des Segmentes Moment

$$m'' = \phi\,(R+b)\ \text{Sin.}\ n\alpha - \frac{A^3}{12} \cdot \text{Sin.}\ \tfrac{1}{2}\, n\alpha$$
$$= 63{,}29 \cdot 54 \cdot 0{,}6 \ldots - 1051{,}2366$$
$$= 2050{,}596 - 1051{,}2366$$
$$= 999{,}3594^{\square\prime}$$

5) Dieſes Moment m'' ſubtrahiret nun von dem in Nr. 3 erhaltenen Momente $m^* = m + m'$, wodurch ihr das Uebermauerungsmoment

$$m^{**} = m + m' - m''$$

in Quadratfußen ausgedrückt erhaltet, welches, um es in Pfunden zu erhalten, mit Lg multiplicirt werden müßte. — Für die bisher berechneten Werthe von $m + m'$ und m'' iſt

$$m^{**} = 2834{,}352 - 999{,}3594 = 1834{,}9926 \text{ oder } 1835^{\square\prime}.$$

Dieſe Zahl mit Lg multiplicirt, giebt in Pfunden

$$m^{**} = 1835 \cdot Lg$$

6) Das in Pfunden ausgedrückte m^{**} multipliciret mit W, ſo habt ihr das Product $m^{**} \cdot Lg \cdot W$.

Dieſes dividiret mit $(R+b)\ \text{Sin.}\ n\alpha \cdot H$, wodurch ihr den Seitendruckszuſatz

$$Sz = \frac{m^{**} \cdot W \cdot Lg}{(R+b) \cdot \text{Sin.}\ n\alpha \cdot H}$$

erhaltet.

Für den bisher angenommenen Bogen iſt

$$Sz = \frac{1835 \cdot 30 \cdot Lg}{54 \cdot 0{,}6 \cdot 10}$$
$$= \frac{55050}{324}\, Lg = 170\, Lg \text{ lb.}$$

V. Aus dieſem Sz berechnet den durch die r Schnitte des Bogens vergrößerten Seitendruck

$$\Sigma^{***} = Sz\,(1 + 0{,}0046344 \cdot r) \text{ lb},$$

welchen die Uebermauerung ausüben muß. Für den bisher angenommenen Bogen iſt

$$\Sigma^{***} = 170\,(1 + 0{,}0046344 \,.\, 22)\,Lg$$
$$= 170\,(1 + 0{,}1019568)\,.\,Lg$$
$$= 187{,}33\ldots.\,Lg \text{ oder } 188\,.\,Lg \text{ ℔}$$

VI. Dieſen Seitendruck Σ^{***} addiret zu dem in Nr. II. erhaltenen Σ^{**}, ſo habt ihr den geſammten Seitendruck

$$\Sigma^{*} = \Sigma^{**} + \Sigma^{***}$$

welchen der übermauerte Keilbogen horizontal gegen das Widerlager ausübt.

Für den bisher angenommen Bogen iſt nach Nr. I der $\Sigma^{**} = 216$ Lg und nach Nr. IV iſt der $\Sigma^{***} = 188$ Lg, das giebt alſo hier

$$\Sigma^{*} = 216\,Lg + 188\,Lg = 404\,Lg \text{ ℔}.$$

*) Setzt man $L = 32'$ und $g = 64$ ℔ (bey Tuffſtein) ſo iſt $\Sigma^{*} = 404 \times 2048 = 827392$ ℔ oder 8274 Centner.

Hiernach kommt auf 1 Fuß der 32 Fuße großen Breite L ein Seitendruckstheil

$$\frac{8274}{32} = 258\tfrac{18}{32} = 258\tfrac{9}{16} \text{ Cent.}$$

IV.

Regeln

für die Berechnung der Widerlagerſtärke eines übermauerten Bogens

mit einem

nach dieſen durchgeführten Rechnungsbeiſpiele für einen Bogen, welcher, wie die Bögen der neuen Donaubrücke bey Ulm, eine halbe Weite von 30′ eine innere Höhe $\mathfrak{H}$ von 10′ haben ſoll, und wobey die untere Sehnendicke δ der Keile $=1{,}4'$ und die innere Widerlagerhöhe $H=9'$ geſetzt iſt.

§. 65.

Zuerſt müßt ihr die dem Auswärtsgleiten des Widerlagers auf ſeiner Grundfläche in ED reagirende Widerlager-Länge oder Stärke ED oder St^{a} berechnen, und zwar nach dem Ausdrucke

$$\mathfrak{St}^a = \frac{\Sigma^* - \frac{1}{2}\mathfrak{G} + \frac{1}{2} b \,\mathrm{Sin.}\; n\alpha\, (\mathfrak{H} + b)\, Lg}{\frac{1}{2}(H + \frac{1}{2} b \,.\, \mathrm{Cos.}\; n\alpha)\, Lg + \frac{1}{2}(\mathfrak{H} + b) Lg}.$$

Dabey verfahret ihr ſo:

1) Nach dem vorigen Paragraphen berechnet den Seitendruck Σ^*, welchen der Keilbogen K'K''A'A (Fig. 13) mit dem ihm aufliegenden und die Nutzlaſt L (§. 32b) in ſich begreifendeu Uebermauerungsgewichte horizontal gegen das Widerlager ausübt.

Bey unſerem Bogen iſt $\Sigma^* = 404$ Lg ℔ im vor. Paragraphen gefunden worden.

2) Ferner berechnet das Gewicht $\mathfrak{G}$ des Bogens mit ſeiner Uebermauerung, wie hier folgt:

A. Für den nackten Bogen K'K''A'A iſt ſchon in §. 55, Nr. 4, E das Gewicht, welches dort $\mathfrak{G}$ hieß und hier durch g bezeichnet werden ſoll, weil hier $\mathfrak{G}$ das Bogen- und Uebermauerungsgewicht zuſammengenommen bedeutet, gefunden worden. Es iſt nach dem Dortigen das Gewicht

$g = 133{,}829 \,.\, Lg$ ℔., wofür wir nur 133 Lg ℔. ſetzen.

B. Für die Uebermaueaung muß das Gewicht g', wie hier folgt, geſucht werden.

a) Berechnung des Flächenraumes des Trapeziums K''A'TSK''.

Ihr ſucht die größte Höhe K''S deſſelben. Es iſt aber die $K''S = BT - B\mathfrak{B} = BA + AA' + A'T - B\mathfrak{B} = \mathfrak{H} + b + \mathfrak{h} - K''k = \mathfrak{H} + b + \mathfrak{h} - b\ \mathrm{Cos.}\ n\alpha = \mathfrak{H} + \mathfrak{h} + b(1 - \mathrm{Cos.}\ n\alpha)$

Für unſern Bogen iſt hiernach

$$\begin{aligned} K''S &= 10 + 1{,}8 + 4\,(1 - \mathrm{Cos.}\ 36^\circ{,}53') \\ &= 11{,}8 + 4\,(1 - 0{,}7998593) \\ &= 11{,}8 + 0{,}8 = 12{,}6 \text{ Fußen} \end{aligned}$$

Nun nehmet die kleinſte Höhe T'A oder $\mathfrak{h} = 1{,}8'$, die ihr euch nach §. 32b, Nr. 5 berechnet habt, und addiret ſie zu der K''S, ſo habt ihr die Summe

$K''S + TA' = 12{,}6 + 1{,}8 = 14{,}4$ Fußen.

Dieſe Summe multiplicirt mit der halben Länge

$\frac{1}{2}\,TS = \frac{1}{2}\,(R + b)\ \mathrm{Sin.}\ n\alpha$

des Trapeziums, wodurch ihr deſſen Quadratinhalt bekommet. Es iſt hier

$$\begin{aligned} \tfrac{1}{2}\,TS &= \tfrac{1}{2}\,(50 + 4)\,.\,\mathrm{Sin.}\ 36^\circ,\ 53' \\ &= \tfrac{1}{2}\,.\,54\,.\,0{,}6\ldots\ldots = 16{,}2 \text{ Fußen} \end{aligned}$$

und alſo der Quadratinhalt des Trapeziums $K''A'TS = 14{,}4 \times 16{,}2 = 233{,}28$ Quadratfußen

b) Berechnung des Flächenraumes Φ des Kreisſegmentes K″uA′K″

Die Berechnung deſſelben iſt in Nr. III., 4, A des vor. Paragraphen gezeigt und es iſt da $\Phi = 63{,}291'$ gefunden worden.

c) Berechnung des Flächenraumes der Uebermauerung K″uA′TSK″:

Dieſer wird erhalten, wenn ihr den in Nr. a gefundenen Flächenraum das Trapeziums nehmet und von dieſem den in Nr. c gefundenen Flächenraum des Segments abziehet. — Hier iſt alſo

$$K''uA'TSK'' = 233{,}28 - 63{,}29 = 169{,}99 \text{ Quadratfußen,}$$

wofür wir hier nur 169 Quadratfuße ſetzen.

d) Dieſer Inhalt mit Lg multiplicirt giebt das Uebermauerungsgewicht

$$g' = 169 . gL \text{ ℔.}$$

C. Nun addirt das Gewicht g′ zu dem g in Nr. A, ſo habt ihr des Bogens und ſeiner Uebermauerung Gewicht

$$\mathfrak{G} = g + g' = 133 \text{ Lg} + 169 \text{ Lg} = 302 \text{ Lg ℔.}$$

3) Von dem in Nr. 1 erhaltenen Seitendrucke Σ^* ziehet $\frac{1}{2}\mathfrak{G}$ ab, ſo habt ihr den Unterſchied

$$\Sigma^* - \tfrac{1}{2}\mathfrak{G}, \text{ hier } 404 \text{ Lg} - \tfrac{1}{2} . 302 \text{ Lg} = 253 \text{ Lg ℔.}$$

4) Nun nehmet den Sin. $n\alpha$, multipliciret ihn mit der halben Bogendicke $\frac{1}{2}$ b und das Product dann mit ($\mathfrak{H}$ + b) Lg, wodurch ihr die Größe

$$\tfrac{1}{2} b . \text{Sin. } n\alpha\ (\mathfrak{H} + b) \text{ Lg}$$

erhaltet. Dieſe iſt hier

$$\tfrac{1}{2} . 4 . 0{,}6004 \ldots\ldots \times (10 + 4) \text{ Lg} = 1{,}2008 . 14 \text{ Lg} = 16{,}8112 \text{ Lg oder } 17 \text{ Lg.}$$

5) Dieſe Größe addiret zu dem Reſte $\Sigma^* - \frac{1}{2}\mathfrak{G}$ in Nr. 3, ſo erhaltet ihr in der vorhin für St[u] angegebenen Formel

$$\text{den Dividendus} = \Sigma^* - \tfrac{1}{2}\mathfrak{G} + b \text{ Sin. } n\alpha\ (\mathfrak{H} + b) \text{ Lg}$$

$$\text{alſo hier } 253 \text{ Lg} + 17 \text{ Lg} = 270 . \text{ Lg ℔.}$$

6) Nun ſuchet auch für jene Formel den Diviſor. Für die innere Widerlagerhöhe H = 9′ und $n\alpha = 36°{,}53'$ erhaltet ihr hier

$$\tfrac{1}{2}(H + \tfrac{1}{2} b . \text{Cos. } n\alpha) \text{ Lg} = \tfrac{1}{2}(9 + \tfrac{1}{2} . 4 . 0{,}7998593) \text{ Lg}$$

$$= \tfrac{1}{2} . 10{,}5997 \ldots \text{ Lg} = 5{,}2998 \ldots\ldots \text{ Lg.}$$

Wenn ihr dazu $\frac{1}{2}$ ($\mathfrak{H}$ + b) Lg, hier $\frac{1}{2}$ (10 + 4) Lg oder 7 Lg addirt, ſo habt ihr den Diviſor $= \frac{1}{2}(H + \frac{1}{2} b . \text{Cos.}\, n\alpha)\, Lg + \frac{1}{2}(\mathfrak{H} + b)\, Lg$

$$= 5{,}2998\, Lg + 7\, Lg = 12{,}2998\, Lg$$

7) Endlich dividiret dieſen Diviſor in den in Nr. 5 erhaltenen Divldendus, ſo habt ihr die dem Auswärtsgleiten des Widerlagers zureichend groß genug berechnete Widerlagerſtärke ED oder St^a. Es iſt hier

$$St^a = \frac{270{,}0000}{12{,}2988} = 21{,}95 \text{ oder } 22 \text{ Fußen.}$$

§. 66.

Habt ihr St^a gefunden, ſo müßt ihr dieſe Größe in der Gleichung $u + u' + u'' = U$ (§. 42, Nr. II., 2, B, d) an die Stelle der St^a ſetzen und ſehen, ob ſie dieſer Gleichung ein Genüge leiſtet, welches bey nicht ſehr großen Widerlagerhöhen allemal der Fall ſeyn wird. Wenn dieſes nicht Statt hat, ſo müßt ihr nach den dortigen Vorſchriften verfahren.

Fünftes Hauptſtück.

Von den

korbbogenförmigen mit gleich= großen und ſchweren Keilen verſehenen Gewölbbögen.

Erſter Abſchnitt.

Die Conſtruction und Berechnung der Korblinien.

§. 67.

Die nach Kreisſegmenten conſtruirten Gewölbbögen, die man eigentlich nicht gedrückte, ſondern flache Bögen nennen ſollte, haben wegen der gänzlich einförmigen Krümmung, in welcher ſie fortlaufen, kein ſo angenehmes Anſehen, als die eigentlichen gedrückten Bögen, deren innere Wölbungslinien vom Gewölbſcheitel herunter gegen die Widerlager hin nach Bogentheilen, die in ſanften und nur wenig merklichen Graden immer krümmer werden, fortlaufen. Unter den gedrückten Wölbungslinien zeichnet ſich die Ellipſe wegen ihrer ſtetig fort veränderten Krümmung aus, aber die Conſtruction derſelben zu großen Gewölbbögen und die Zeichung der bey ihr anzuwendenden Fugenſchnitte iſt mit ſo großen Schwierigkeiten verbunden, daß ihre Anwendung bey dem Baue beträchtlich großer Gewölbbögen ein wahrer unnützer Luxus ſeyn würde. Um Curven zu großen Gewölbebögen zu erhalten, die ſich leichter conſtruiren laſſen und auch eine leichtere Zeichnung der Fugenſchnitte geſtatten, als die Ellipſen, aber doch eine dieſen ähnliche Geſtalt haben, hat man Curven aus Kreisbögen, die ſich ſtetig, alſo in den Richtungen ihrer Tangenten an einander ſchließen und mit immer kleiner werdenden Halbmeſſern gezogen ſind, componirt und hat dieſen den Namen Korblinien gegeben, weil ſie den Curven ähnlich ſind, die ſich ergeben, wenn man länglich geſtrickte Körbe in den Mitten ihrer Breiten der Länge nach auseinander=

geſchnitten ſich vorſtellt. Man hat dergleichen Linien aus dreien Bögen, einem Mittelbogen und zweien Seitenbögen, deren Halbmeſſer kleiner, als der des Mittelbogens iſt, und auch aus mehr als dreien Bögen zuſammengeſetzt und hat daher einfache und weniger einfache Korbbögen zu unterſcheiden. Dieſe Bögen können, wie man gewöhlich thut, ſo conſtruirt ſeyn, daß die Elemente der Seitenbögen auf der horizontalen Weitenlinie unter rechten Winkeln, alſo lothrecht aufſitzen, in welchem Falle wir ſie volle Korblinien nennen, es kann aber auch das Gegentheil Statt haben, in welchem Falle wir ſie abgekürzte Korblinien deswegen nennen, weil eine ſolche Linie allemal erhalten werden kann, wenn man von einem vollen Korbbogen an ſeinen beiden Seitenbögen gleichgroße Stücke dieſer Bögen abſchneidet.

§. 68.

Von den aus dreien Kreisbögen conſtruirten Korbbögen.

1) Wenn für einen Gewölbbogen die halbe Weite ac (Fig. 14) oder W und die innere Höhe cd oder H gegeben iſt, ſo iſt auch dadurch die Sehne ad $= \mathfrak{W}^2 + \mathfrak{H}^2$ gegeben und ein aus der Mitte m der ad durch die verlängerte lothrechte Mittellinie dC.... des Bogens gezogenes Perpendickel ſchneidet die dC..... in einer Stelle C und giebt da das Mittelpunct C und den Halbmeſſer, Cd oder R $= \frac{\mathfrak{W}^2 + \mathfrak{H}^2}{2\mathfrak{H}}$ an, vermittelſt deſſen ſich durch die gegebenen beiden Weitenpuncte a und b und das gegebene Höhenpunct d ein Kreisſegment adb führen läßt, deſſen Hälfte ad am Mittelpuncte C ein Winkel aCd oder w entſpeicht, der ſich nach §. 20 b berechnen läßt.

2) Wenn man nun auf der verlängerten Linie dC unterhalb der Stelle C ein Punct 𝔈 annimmt und aus dieſem mit einem Halbmeſſer

$$\mathfrak{C}d \text{ oder } R' > Cd \text{ oder } R$$

von d an einen Kreisbogen du zieht, indem man den Halbmeſſer 𝔈d um einen gewiſſen Winkel d𝔈u = w′ aus ſeiner lothrechten Lage ſeitwärts bewegt, ſo beſchreibt dieſer einen Bogen du, welcher flacher iſt, als der unter ihm liegende mit Cd = Cu′ = R beſchriebenen Bogen du′ des Kreisſegmentes adba, und der weiter fortgeführt die in a rückwärts verlängerte Weitenlinie ab in einer Stelle a trifft, dem alſo bey der gegebenen Höhe cd oder H eine halbe Bogenweite ac > ac oder W zugehört.

3) Von einem ſolchen vergrößerten Halbmeſſer 𝔈d oder R′ läßt ſich aber allemal in ſeiner Lage 𝔈u ein Stück pu oder r finden, welches, wenn man mit ihm aus p einen Bogen von u an abwärts zieht, dieſen in die gegebene Weitenſtelle a führt, und dabey muß die Curve dua nothwendig in der Compoſitionsſtelle u der beiden verſchie-

dengekrümmten Bögen ſtetig fortlaufen, weil die Tangenten der beiden Bögen au und du in der Stelle u aufeinander fallen.

4) Hiernach kann man alſo für die gegebene halbe Bogenweite ac = W und die Bogenhöhe cb = H ſtatt des einförmigen Segmentbogens au'd einen verſchieden gekrümmten und alſo weniger einförmigen componirten Bogen aud erhalten, welcher über dem Segmentbogen hinweg läuft und der folglich nebſt dem, daß er nicht ganz einförmig iſt, auch noch mehr Seitenſchwung hat, als der Bogen au'd, und auch ſteiler in a auf der Weitenlinie ab aufſitzt.

5) Je größer man den Halbmeſſer Cd oder R' nimmt, deſto mehr erhebt ſich in u das erſte Bogenſtück des componirten Bogens über die Stelle u' des Kreisſegmentes au'da, deſto höher läuft alſo der ganze conponirte Bogen über dem au'da hinweg und deſto ſteiler ſitzt er mit ſeinem unterſten Elemente in der Stelle a der Weitenlinie ab auf. Je größer man ferner den Winkel w' nimmt, deſto höher ſteigt ebenfalls der Bogen du über den au'd hinauf und deſto ſteiler wird der ganze componirte Bogen in der Stelle a. Für den Winkel dCv = dCu + uCv oder w' + x oder w'' z. B. ſteigt der Bogen um vv' > uu' über den Segmentbogen av'u'd hinauf, und wenn man nun für dieſe andere Lage des von d bis v geführten Halbmeſſers Cd oder R' auf der Linie Cv das Punct π ſucht, aus welchem ſich mit dem Halbmeſſer πv oder ρ ein Bogen va ziehen läßt, welcher in der Anfangsſtelle a der Weitenlinie ab eintrifft, ſo findet man, daß nun dieſer Halmeſſer πv oder ρ kleiner ſeyn muß, als vorhin der pu oder r ſeyn mußte, und dabey erhält man, wie man ſieht, einen componirten Bogen, welcher noch höher über dem Segmentbogen au'd wegläuft, als vorhin der Bogen aud darüber hinweg lief.

6) „Es giebt alſo ein über den Halbmeſſer Cd oder R hinaus vergrößerter „Radius Cd oder R', aber auch bey dieſem ein vergrößerter Abweichungswinkel w'' „deſſelben von der lothrechten Linie dC....., einen Bogen, welcher über dem Segmentbogen au'd hinwegläuft, weniger einförmig iſt und mehr Schwung hat, als der au'd.

7) Es iſt möglich, daß man dem Halbmeſſer Cd oder R' und dem Winkel dCv oder w'' eine ſolche Größe gebe, bey welcher das geſuchte Mittelpunct π, aus welchem der zu dem Bogen dv gehörende in a eintreffende Seitenbogen av mit dem Halbmeſſer πv oder ρ gezogen werden muß, in die Weitenlinie ab hinein fällt, in welchem Falle dann der Seitenbogen av mit ſeinem Elemente in a auf der ab ſenkrecht ſteht. In dieſem Falle wird dann die Korblinie nach den im vorigen Paragraphen aufgeſtellten Begriffen eine volle; liegt aber π unter der ac und es ſtehet das Seitenſtück av nicht in a ſenkrecht auf der Weitenlinie ab, ſo wird die Korblinie eine abgekürzte.

§. 69.

Aufgabe.

„Es ſey zu der Conſtruction einer **vollen** Korblinie (Fig. 15) die Bogenweite „$ac + cb = \mathfrak{W} + \mathfrak{W}$ und Bogenhöhe $cd = \mathfrak{H}$ gegeben, man ſoll den Halbmeſſer „Cd oder R' des **Mittelbogens** ede und den Halbmeſſer $na = ne$ oder ϱ des „Seitenbogens $ae = be$, wie auch die Winkel eCd oder w' und ena oder w'' „berechnen und dann vermittelſt der Radien die Korblinie $aedeb$ ziehen.

Aufloſung: 1) Die halbe Bogenweite $ac = \mathfrak{W}$ und die Höhe cd oder $\mathfrak{H}$ giebt die Hypotenuſe ad oder $\mathfrak{S} = \sqrt{(\mathfrak{W}^2 + \mathfrak{H}^2)}$. Ferner iſt

$$nc = ac - na = \mathfrak{W} - \varrho \text{ und } nC = Ce - ne = Cd - ne = R' - \varrho.$$

2) Nimmt man nun hier an, was geſchehen kann, was aber freilich auch nur eine **ſpecielle** Aufloſung der Aufgabe giebt, „daß derjenige Radius Ce des **Mittel**„bogens, in deſſen Stelle n der Radius ne oder ϱ des **Seitenbogens** ae anfängt, die „Hypotenuſe ad in m **ſenkrecht** ſchneide," ſo iſt das Dreieck amn in m **rechtwinklicht**, alſo dem acd und auch dem ncC **ähnlich**, weswegen auch $acd \backsim ncC$ ſeyn muß, was der Fall nicht wäre, wenn Cm nicht in m ſenkrecht auf der ad ſtände. Da nun iſt

$$acd \backsim ncC$$

ſo müßen folgende Proportionen Statt haben:

$$ac : cd = Cc : cn, \text{ d. h.}$$
$$\mathfrak{W} : \mathfrak{H} = (R' - \mathfrak{H}) : (\mathfrak{W} - \varrho)$$
$$\text{und auch } ac : ad = Cc : Cn, \text{ d. h.}$$
$$\mathfrak{W} : \mathfrak{S} = (R' - \mathfrak{H}) : (R' - \varrho).$$

3) Aus der **erſten** dieſer Proportionen folgt aber

$$\mathfrak{W}^2 - \mathfrak{W}\varrho = R'\mathfrak{H} - \mathfrak{H}^2,$$

$$\text{alſo } \frac{\mathfrak{W}^2 + \mathfrak{H}^2 - \mathfrak{W}\varrho}{\mathfrak{H}} = R', \text{ oder}$$

$$\frac{\mathfrak{S}^2 - \mathfrak{W}\varrho}{\mathfrak{H}} = R',$$

weil nämlich $\mathfrak{W}^2 + \mathfrak{H}^2 = \mathfrak{S}^2$ iſt.

Aus der **andern** der beiden obigen Proportionen folgt ferner

$$\mathfrak{W}R' - \mathfrak{W}\varrho = \mathfrak{S}R' - \mathfrak{S}\mathfrak{H},$$

$$\text{alſo } \mathfrak{S}\mathfrak{H} - \mathfrak{W}\varrho = (\mathfrak{S} - \mathfrak{W})\, R', \text{ woraus ſich}$$

$$\text{nun } \frac{\mathfrak{S}\mathfrak{H} - \mathfrak{W}\varrho}{\mathfrak{S} - \mathfrak{W}} = R' \text{ ergiebt.}$$

4) Dieſe beiden hier erhaltenen Werthe von R′ geben

$$\frac{\mathfrak{S}^2-\mathfrak{W}\varrho}{\mathfrak{H}} = \frac{\mathfrak{S}\mathfrak{H}-\mathfrak{W}\varrho}{\mathfrak{S}-\mathfrak{W}}.$$

Daraus folgt aber

$$(\mathfrak{S}^2-\mathfrak{W}\varrho)(\mathfrak{S}-\mathfrak{W}) = \mathfrak{S}\mathfrak{H}^2-\mathfrak{W}\mathfrak{H}\varrho$$

und $\mathfrak{S}^2(\mathfrak{S}-\mathfrak{W})-\mathfrak{W}\varrho(\mathfrak{S}-\mathfrak{W}) = \mathfrak{S}\mathfrak{H}^2-\mathfrak{W}\mathfrak{H}\varrho$, alſo

iſt $[-\mathfrak{W}(\mathfrak{S}-\mathfrak{W})+\mathfrak{W}\mathfrak{H}]\varrho = \mathfrak{S}\mathfrak{H}^2-\mathfrak{S}^2(\mathfrak{S}-\mathfrak{W})$ und

folglich $\varrho = \dfrac{\mathfrak{S}\mathfrak{H}^2-\mathfrak{S}^3+\mathfrak{S}^2\mathfrak{W}}{\mathfrak{W}(\mathfrak{H}+\mathfrak{W}-\mathfrak{S})}$

$$= \frac{\mathfrak{W}\mathfrak{S}^2-\mathfrak{S}(\mathfrak{S}^2-\mathfrak{H}^2)}{\mathfrak{W}(\mathfrak{W}+\mathfrak{H}-\mathfrak{S})} = \frac{\mathfrak{W}\mathfrak{S}^2-\mathfrak{S}\mathfrak{W}^2}{\mathfrak{W}(\mathfrak{W}+\mathfrak{H}-\mathfrak{S})}$$

$$= \frac{\mathfrak{S}(\mathfrak{S}-\mathfrak{W})}{\mathfrak{W}+\mathfrak{H}-\mathfrak{S}},$$

wobey ſtatt $\mathfrak{S}^2-\mathfrak{H}^2$ die Größe $\mathfrak{W}^2$ geſetzt worden iſt.

5) Dieſen Werth von ϱ ſetze man in einen der vorhin für R′ erhaltenen Ausdrücke, z. E. in den erſten, ſo erhält man

$$R' = \frac{\mathfrak{S}^2-\mathfrak{W}\varrho}{\mathfrak{H}} = \frac{\mathfrak{S}^2}{\mathfrak{H}} - \frac{\mathfrak{W}}{\mathfrak{H}} \cdot \frac{\mathfrak{S}(\mathfrak{S}-\mathfrak{W})}{\mathfrak{W}+\mathfrak{H}-\mathfrak{S}}$$

$$= \frac{\mathfrak{S}^2(\mathfrak{W}+\mathfrak{H}-\mathfrak{S})-\mathfrak{W}\mathfrak{S}(\mathfrak{S}-\mathfrak{W})}{\mathfrak{H}(\mathfrak{W}+\mathfrak{H}-\mathfrak{S})}$$

$$= \frac{\mathfrak{S}^2\mathfrak{W}+\mathfrak{S}^2\mathfrak{H}-\mathfrak{S}^3-\mathfrak{W}\mathfrak{S}^2+\mathfrak{W}^2\mathfrak{S}}{\mathfrak{H}(\mathfrak{W}+\mathfrak{H}-\mathfrak{S})}$$

$$= \frac{\mathfrak{S}^2\mathfrak{H}-\mathfrak{S}^3+\mathfrak{W}^2\mathfrak{S}}{\mathfrak{H}(\mathfrak{W}+\mathfrak{H}-\mathfrak{S})} = \frac{\mathfrak{S}^2\mathfrak{H}-\mathfrak{S}(\mathfrak{S}^2-\mathfrak{W}^2)}{\mathfrak{H}(\mathfrak{W}+\mathfrak{H}-\mathfrak{S})} = \frac{\mathfrak{S}^2\mathfrak{H}-\mathfrak{S}.\mathfrak{H}^2}{\mathfrak{H}(\mathfrak{W}+\mathfrak{H}-\mathfrak{S})}$$

$= \dfrac{\mathfrak{S}(\mathfrak{S}-\mathfrak{H})}{\mathfrak{W}+\mathfrak{H}-\mathfrak{S}}$, wobey $\mathfrak{S}^2-\mathfrak{W}^2=\mathfrak{H}^2$ geſetzt worden iſt.

6) Nach dem Vorigen iſt alſo der Halbmeſſer cd des Mittelbogens ede oder

$$R' = \frac{\mathfrak{S}(\mathfrak{S}-\mathfrak{H})}{\mathfrak{W}+\mathfrak{H}-\mathfrak{S}}$$

und der Halbmeſſer an des Seitenbogens ae oder

$$\varrho = \frac{\mathfrak{S}(\mathfrak{S}-\mathfrak{W})}{\mathfrak{W}+\mathfrak{H}-\mathfrak{S}},$$

alſo verhält ſich

$$R' : \varrho = (\mathfrak{S} - \mathfrak{H}) : (\mathfrak{S} - \mathfrak{W})$$

Wäre z. B. die halbe Weite ac oder $\mathfrak{W}$ in Abtheilungen, von welchen jede n Fuße enthält, eingetheilt und enthielte $\mathfrak{W}$ vier, $\mathfrak{H}$ aber 3 ſolcher Abtheilungen ſo würde die Hypotenuſe ad oder $\mathfrak{S} = \sqrt{(\mathfrak{W}^2 + \mathfrak{H}^2)} + \sqrt{(4^2 + 3^2)} = \sqrt{25} = 5$ ſolchen Abtheilungen ſeyn, es wäre demnach hier

$$\mathfrak{S} - \mathfrak{H} = 5 - 3 = 2,$$

$$\mathfrak{S} - \mathfrak{W} = 5 - 4 = 1,$$

es verhielte ſich alſo hier

$R' : \varrho = 2 : 1$ und es wäre

$R' = 2\varrho$ und $\varrho = \frac{1}{2} R'$.

*) Gauthey hat in ſeinem vorn angeführten Werke eine andere Auflöſung der Aufgabe, die wir hier auf unſere Weiſe gelöſt haben, gegeben, hat daher auch andere Ausdrücke für R' und ρ erhalten, die aber dieſelben Werthe geben.

7) Die Berechnung der Winkel w' und w'' iſt folgende:

In dem Dreiecke ncC iſt $Ce = Cd - cd = R' - \mathfrak{H}$ und $nC = Ce - ne = R' - \varrho$; es ſind alſo, weil R' und ϱ berechenbare Größen ſind, die Größen Cc und nC hier tauglich zur Beſtimmung der Winkel w' und w''. In dem bey c rechtwinklichten Dreiecke iſt

$$cC = nC \text{ Cos. } w',$$

woraus $\frac{cC}{nC} = \text{Cos. } w'$ folgt.

Hat man hieraus w' geſucht, ſo hat man auch

$$w'' = 90° - w'.$$

8) Die Zeichnung der Korblinie aedeb iſt nun folgende:

Auf der gezogenen Weitenlinie $ab = 2\mathfrak{W}$ errichte man in der Mitte c ein Perpendickel $cd = \mathfrak{H}$ und verlängere dieſes rückwärts gehörig weit. Aus d trage man auf dieſem Perpendickel abwärts den berechneten Halbmeſſer Cd oder R' auf, wodurch man C erhält, auf ab aber trage man von a aus einwärts den berechneten Halbmeſſer an = ne oder ϱ, wodurch man n erhält. Durch n ziehe man aus C den Halbmeſſer Ce = $Cd = R'$ und ziehe damit den Bogen ed, mit $na = \varrho$ aber ziehe man den Bogen ne; eben ſo verfahre man auf der andern Seite der Linie dC, ſo erhält man die volle Korblinie aedeb für die Data $cd = \mathfrak{W}$ und $cb = \mathfrak{H}$.

§. 70.

In dem vorigen Paragraphen iſt die Conſtruction einer vollen aus dreien Bögen beſtehenden Korblinie für den Fall

„daß dazu nur die Data ac = W und cd = H gegeben ſeyen und daß der Halb„meſſer Ce oder R′ durch die Hypotenuſe in der Stelle m ſenkrecht gehe,“

gezeigt worden. Man kann aber dieſelbe Aufgabe auch für den Fall löſen, daß nicht blos die halbe Weite W und die Höhe H gegeben und dadurch auch der Winkel dCe = w′ deswegen beſtimmt ſey, weil bey m ein rechter Winkel ſeyn ſoll, man kann den Winkel w′ vorſchreiben, ſo daß bey m nicht gerade ein rechter Winkel Statt haben muß. Dieſe allgemeinere Auflöſung findet man S. 199 ꝛc. in Langsdorfs Straßen- und Brückenbau (1817), ſie iſt aber nicht ſonderlich nützlich, weil ſie in den meiſten Fällen irrationale Werthe für R′ und ρ und giebt, die ſich in der Praxis nicht gebrauchen laſſen.

§. 71.

Wenn man den Winkel dCe oder w′ giebt, ſo geſchieht das in der Abſicht, daß die Korblinie bey der für ſie gegebenen Weite ab = 2W und Höhe cd = H auf den Seiten nicht zu ſehr gebaucht werde und wegen der zu auffallenden Differenz zwiſchen den Krümmungen der Seitenbögen und des Mittelbogens ein unangenehmes Ausſehen erhalte. Durch Proben hat man gefunden, daß eine Korblinie der bisher betrachteten Art eine vorzüglich gute Form erhalte, wenn man die Coſtruction derſelben für die Forderung, von den beiden Radienwinkeln eCe und ane oder bne ſolle jeder 60 Grade enthalten, einrichte. Die Auflöſung dieſer Aufgabe beſteht in Folgendem:

1) Wenn man zu den Datis ac = cb = W und cd = H auch noch hinzunimmt, daß der Winkel eCe oder 2w′ = 60° ſeyn ſolle, ſo muß dann in dem Dreiecke nCn auch jeder von den Winkel n = 60°, es muß alſo das Dreieck nCn ein gleichſeitiges und ſomit die nc = ½ nC und 2.nc = nC ſeyn. Wenn man nun hier die Linie nc berechnet, ſo kann man die beiden Halbmeſſer Cd oder R′ und na oder ρ finden

2) Die cn oder ½ nC, die ich hier durch x bezeichne, liegt in dem bey c rechtwinklichten Dreiecke Cnc.

Darin iſt die Cc = Cd — cd = Ce — H = Cn + ne — H = 2x + na — H = 2x + ac — cn — H = 2x + W — x — H = x + W — H. Ferner hat man darin

$$cn^2 = Cn^2 - Cc^2, \text{ d. h. hier,}$$

$$x^2 = (2x)^2 - (x + W - H)^2$$

$$\text{oder } x^2 = 4x^2 - x^2 - 2x\,(W - H) - (W - H)^2, \text{ woraus}$$

$$0 = 2x^2 - 2x\,(W - H) - (W - H)^2,$$

alſo $\frac{1}{2}(\mathfrak{W}-\mathfrak{H})^2 = x^2 - (\mathfrak{W}-\mathfrak{H})\,x$ und ferner

$$x = \frac{1}{2}(\mathfrak{W}-\mathfrak{H}) + \sqrt{\left[\frac{1}{2}(\mathfrak{W}-\mathfrak{H})^2 + \frac{1}{4}(\mathfrak{W}-\mathfrak{H})^2\right]}$$

$$= \frac{1}{2}(\mathfrak{W}-\mathfrak{H}) + \sqrt{\left[\frac{3}{4}(\mathfrak{W}-\mathfrak{H})^2\right]}$$

$$= \frac{\mathfrak{W}-\mathfrak{H}+\sqrt{3\,(\mathfrak{W}-\mathfrak{H})^2}}{2}$$

$$= \frac{(\mathfrak{W}-\mathfrak{H})+(\mathfrak{W}-\mathfrak{H})\sqrt{3}}{2} = \frac{(\mathfrak{W}-\mathfrak{H})(1+\sqrt{3})}{2}$$

folgt. Nachdem man nun die Linie cn oder x gefunden hat, ſo iſt

3) der kleinere Radius na oder $\rho = \mathfrak{W} - x = \mathfrak{W} - \frac{(\mathfrak{W}-\mathfrak{H})(1+\sqrt{3})}{2}$

und der größere Radius Cd oder $R' = Cn + ne = 2 \,.\, nc + \rho = 2x + \rho$

$$= 2\,.\,\frac{(\mathfrak{W}-\mathfrak{H})(1+\sqrt{3})}{2} + \mathfrak{W} - \frac{(\mathfrak{W}-\mathfrak{H})(1+\sqrt{3})}{2} = \mathfrak{W} + \frac{(\mathfrak{W}-\mathfrak{H})(1+\sqrt{3})}{2}.$$

4) Die Conſtruction der Linie iſt nun folgende:

Man ziehe die gegebene horizontale Weitenlinie ab = 2𝔚 und errichte in ihrer Mitte die gegebene Höhenlinie cd = ℌ. Dieſe verlängere man rückwärts und trage von d aus abwärts den nach der vorhin gefundenen Formel berechneten Werth von dC oder R'. Von c aus trage man auf die ca oder 𝔚 die berechnete Länge cn oder x und ziehe durch C und n eine gerade Linie Cne = R'. Endlich ziehe man mit R' den Mittelbogen ede und mit an = ne = ρ die Seitenbögen ae und be.

§. 72.

Es iſt leicht einzuſehen, daß bey den bisher gezeigten Conſtructionen einer vollen und nur aus dreien Kreisbögen componirten Korblinie die Ungleichförmigkeit ihres Ganges deſto auffallender werden und alſo die Linie deſto weniger ſchön in das Auge fallen muß, je größer der Unterſchied zwiſchen der gegebenen Bogenweite ab = 2𝔚 und Bogenhöhe cd = ℌ, je kleiner alſo der Verdrückungsbruch $\frac{\mathfrak{H}}{2\mathfrak{W}}$ iſt. Je geringer nämlich die Bogenhöhe ℌ gegen die Bogenweite 2𝔚 iſt, deſto flacher wird der Mittelbogen ede und deſto auffallender muß die Abweichung ſeiner Krümmung von der Krümmung der Seitenbögen werden.

Da nun dieſes ſo iſt ſo bedient man ſich der blos aus dreien Kreisbögen componirten vollen Korblinie nur in ſolchen Fällen, wenn der Verdrückungsbruch größer, als ein $\frac{1}{3}$ oder $= \frac{1}{3}$ iſt. Fällt der Bruch $\frac{\mathfrak{H}}{2\mathfrak{W}}$ zwiſchen $\frac{1}{3}$ und $\frac{1}{4}$, ſo bedient man

ſich ſolcher Korbbögen, die aus 5 oder 7 ꝛc. Kreisbögen componirt ſind, und wenn die Verdrückung noch über $\frac{1}{4}$ hinaus geht, d. h., wenn die Bogenhöhe H noch weniger, als $\frac{1}{4}$ der Bogenweite 2W beträgt, ſo wählt man gar keine Korbbögen mehr, ſondern man behält dann blos die Kreisſegmentbögen als Wölbungslinien bey.

Aus den hier angegebenen Satzungen iſt leicht abzunehmen, daß ſie auf großer Willkührlichkeit beruhen, und ferner ſieht man auch dabey gar nicht ein, warum man in ſolchen Fällen, in welchen eine Höhe H gegen die Weite 2W ſo gering iſt, daß man dafür keine ſchön geformte nur aus dreien Bögen componirte volle Korblinie zeichnen kann, nicht doch eine ſchön geformte Korblinie, die keine volle iſt, ſolle nehmen können, da doch eine ſolche Linie noch bei Weitem mehr Seitenſchwung hat und alſo auch ſchöner ausſieht, als ein bloſer Kreisſegmentbogen.

§. 73.

Aufgabe:

„Man ſoll eine volle Korblinie ſo, daß jeder Schenkel CE derſelben (Fig. 16) „aus einer verlangten Anzahl von Kreisbögen, die zu verſchiedenen Halbmeſſern gehö„ren und ſich ſtetig an einander ſchließen, z. B. aus 6 Bögen, beſteht, für eine vor„gegebene halbe Gewölbeweiee fE = W conſtruiren.“

Auflöſung: 1) Man ziehe die halbe Weite fE = W und errichte in f eine auf der fE ſenkrechte Höhenlinie fC. Die fE theile man in ſo viele Theile, als die Zahl der Bögen, woraus der Schenkel CE der Korblinie beſtehen ſoll, groß iſt, hier z. B. in 6 Theile, und dieſe Theile nehme man von E an gegen f hin ſo, daß ſie nach einer gewiſſen Progreſſion, z. B. nach der Progreſſion 1, 2, 3, 4, 5, 6 wachſen. Das geſchieht dadurch, daß man die Progreſſionsglieder addirt und auf Ef ſo viele gleiche Theile aufträgt, als die Progreſſionsſumme, hier $(1+6)\frac{6}{2} = 7 \cdot 3 = 21$, Einer enthält, und ſodann aus dieſen gleichen Theilen die Progreſſionsglieder, hier E1, 1...2, 2...3, 3...4 ꝛc. auf der Ef zuſammenſetzt.

2) Nun verlängere man die fC rückwärts nach F hin ſo, daß die fF beliebig größer werde, als die halbe Weitenlinie fE, und theile die Verlängerung fF in ſo viele Theile, als die um einen Einer verringerte Anzahl der Bogenſtücke, die der Schenkel CE der Korblinie erhalten ſoll, fordert, alſo hier in 5 Theile, dieſe aber mache man gleich groß und bezeichne von f nach F hin die Theilpuncte durch I., II., III. ꝛc.

3) Hierauf ziehe man aus den Punkten I, II, III, IV, V, durch die ihnen correſpondirenden Puncte 1, 2, 3, 4, 5 gerade Linien I1..., II2..., III3..., ꝛc. lang genug aufwärts. Auf dieſen nehme man ab:

1.... 1 = 1E,	$c\gamma = c\beta$,
$a\varkappa$ = a1	$d\delta = d\gamma$, da wird
$b\beta = b\varkappa$,	$F\delta$ = FC.

Da ſind nun die Punkte 1, a, b, c, d, F die 6 Mittelpuncte, aus welchen man mit den Halbmeſſern 1E, a1, bα, cβ, dγ; Fδ die Bögen E1, 1α, $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\gamma\delta$, δC, welche den Schenkel CE der Korblinie geben, zu componiren hat. — Eben ſo wird der zweite Schenkel componirt.

Anmerkung: Die gebrochene Linie E1abcdF nennt man die zu der Curve CE gehörende Evolute, deren Rectificationslänge die Linie CF iſt. Will man den Korbſchenkel unten ſtärker aufſteigend haben, ſo muß man die Progreſſion mit einer Zahl über der 1 anfangen, muß z. B. 2, 3, 4, 5, 6, 7 oder 3, 4, 5, 6, 7, 8 nehmen. Auch iſt noch zu merken, daß es gar nicht nothwendig ſey, daß die Zahlen eine würkliche arithmetiſche Progreſſion bilden. — Je kleiner man die Verlängerung fF der Cf nimmt, deſto mehr erhebt ſich die Curve E1$\alpha\beta\gamma\delta$C über die Stelle f, und umgekehrt; man kann alſo auf die angegebene Weiſe für einerley fE oder W ſehr verſchieden gedrückte Bögen conſtruiren. Iſt nebſt der halben Weite W auch die Höhe fC oder H gegeben, ſo muß man die Verlängerung fF, welche der H zugehört, berechnen. Nach Langsdorf iſt näherungsweiſe

$$fF = \frac{4W^2 - H^2}{4H}.$$

Eine weitläufige Abhandlung von den Korblinien findet man in Wiebekings theoretiſch-praktiſcher Waſſerbaukunſt, S. 609—628 von dem baieriſchen Ingenieur Kammerloher bearbeitet.

§. 74.

Es iſt leicht begreiflich, daß die Conſtruction ſolcher Korblinien, deren Schenkel aus mehr, als dreien Kreisbögen beſtehen und mit ihren unterſten Elementen ſenkrecht auf der horizontalen Weitenlinie aufſitzen, die alſo volle ſind, bey ihrer Anwendung zu großen Brückenbögen mit vielen Schwierigkeiten verbunden ſey. Wenn man bedenkt, daß man doch bey Bögen, die ſtärker, als bis auf ein Viertel ihrer Weite gedrückt ſind, nach §. 72 die Kreisſegmentbögen als Wölbungslinien beibehalten ſolle, daß aber dieſe nicht mit ihren unterſten Elementen auf der horizontalen Weitenlinie ſenkrecht aufſitzen und daß man ja ſtatt der vollen aus mehr als dreien Bögen componirten Korblinien auch nicht volle, die nur aus dreien Bögen beſtehen und dennoch ein weit beſſeres Anſehen haben, als die Kreisſegmentbögen, conſtruiren könne, daß aber die Anwendung ſolcher Linien zu großen Brückenbögen bey Weitem leichter ſey, als die der ſehr componirten und vollen Korblinien, ſo ergiebt ſich, „daß die Anwendung „der letzt genannten Korblinien bey Gewölbbögen im Grunde in einer bloſen luxuriöſen „Spitzfindigkeit beſtehe." Man ſollte faſt meinen, daß die großen Brückenbaumeiſter, denen es nicht gelingen wollte, eine tüchtige ſtatiſche Berechnung über die bey ihren Werken anzuwendenden Bogendicken und Widerlagerſtärken anzuſtellen, ihrem

Genie eine Satisfaction dadurch zu verſchaffen ſuchten, daß ſie eine übertriebene äſthetiſche Tendenz durch Anwendung recht ſehr componirter Korblinien ausübten und dadurch ihr Anſehen als große Künſtler erhöhten. — Zeichne man für eine vorgegebene Bogenweite $2\mathfrak{W}$ (Fig. 16) und Bogenhöhe $\mathfrak{H}$ eine volle und aus mehr als dreien Kreisbögen componirte ſchön ausſehende Korblinie EC...., wie man auch immerhin wolle, zeichne man unter dieſe das zu derſelben Weite und Höhe gehörende Kreisſegment, allemal wird man auch noch zwiſchen dieſe beiden Curven für dieſelbe Weite und Höhe ſehr viele nicht volle Korblinien, die nur aus dreien Bögen componirt ſind, zeichnen können und es wird ſich unter dieſen eine wählen laſſen, die eine ſchöne Form und bey Weitem mehr Schwung hat, als der Kreisſegmentbogen, alſo dieſem mit Recht vorzuziehen iſt, und die von der ſehr componirten vollen Korblinie in ſolchem Grade wenig abweicht, daß es nur ein lächerlicher Eigenſinn wäre, wenn man ſie, da ſie eine weit einfachere Linie iſt, die in Hinſicht ihrer Anwendung keine ſonderlichen Schwierigkeiten verurſacht, nicht der componirteren vollen Korblinie vorziehen wollte. — Deswegen folgt nun noch die nachſtehende Aufgabe.

§. 75.

Zu einer nicht vollen nur aus dreien Bögen zu componirenden Korblinie audub (Fig. 14) ſey die Weite ab $= 2\mathfrak{W}$ und die Höhe cd $= \mathfrak{H}$ gegeben und für dieſe Data ſey durch Zeichnungsverſuche rückſichtlich der ſchönſten Form der Linie der Halbmeſſer Cd oder R′ des Mittelbogens udu und auch der Winkel dCu oder w′, welcher der Hälfte du dieſes Bogens zugehören ſoll, ausgemittelt worden, man ſoll aus dieſen Datis

„den Halbmeſſer pu oder ρ der Seitenbögen au, bu und den Winkel apu oder „α", unter welchem der kleine Halbmeſſer pa = pu oder ρ von dem großen Cu = Cd „oder R′ in der Stelle p abweicht, berechnen."

Auflöſung: 1) Für die beiden Data Cd oder R′ und dCu oder w′ iſt

$$ue = R'.\text{Sin. } w' \text{ und } Ce = R'.\text{Cos. } w', \text{ alſo}$$
$$de = R' - R'.\text{Cos. } w' = R'(1 - \text{Cos. } w')$$

2) Für die Data ac $= \mathfrak{W}$ und cd oder $\mathfrak{H}$ iſt alſo auch, wenn man die ug parallel cd zieht,

$$ag = ac - gc = \mathfrak{W} - R'\text{Sin. } w',$$
$$ug = cd - ed = \mathfrak{H} - R'(1 - \text{Cos. } w').$$

3) In dem bey g rechtwinklichten Dreiecke ugh iſt der Winkel guh = w′ und in dem darneben liegenden rechtwinklichten Dreiecke uga iſt der Winkel aug durch die beiden Katheten ag und ug (Nr. 2) beſtimmbar.

Es iſt da $$ag = ug \cdot \text{Tang. } aug,$$

alſo $$\frac{ag}{ug} = \text{Tang. } aug, \text{ d. h.}$$

$$\frac{\mathfrak{W} - R' \text{ Sin. } w'}{\mathfrak{H} - R'(1 - \text{Cos. } W')} = \text{Tang. } aug.$$

4) Aus dieſer Formel berechne man den Werth von Tang. aug, ſchlage dieſen in den Tafeln auf und nehme aus dieſen den W. aug. Dieſen addire man dann zu dem Winkel guh = w′, ſo hat man den Winkel

$$aup = aug + w' \text{ oder } z.$$

5) Ferner berechne man die Sehne oder Hypotenuſe au in agu; man erhält da

$$au = \sqrt{(ag^2 + gu^2)}, \text{ d. h.}$$

$$au = \sqrt{[(\mathfrak{W} - R' \text{ Sin. } w')^2 + (\mathfrak{H} - R'[1 - \text{Cos. } w'])^2]}$$

6) So weis man nun in dem gleichſchenklichten Dreiecke aup die Baſis au und den Winkel aup = z = uap. Man theile nun die Sehne au in Hälften $a\mu = \mu u = \frac{1}{2}$ au, ziehe aus μ eine auf au ſenkrechte Linie μp, welche den Halbmeſſer Cu oder R′ des Mittelbogens udu in einer Stelle p trifft und dadurch die Länge up oder ρ des Halbmeſſers des Seitenbogens au giebt. Da hat man ein bey μ rechtwinklichtes Dreieck $u\mu p$, worin $\mu u = \frac{1}{2}$ au und auch der W. aup oder z bekannt iſt (Nr. 4 und 5); man erhält alſo darin

$$pu = pa \text{ oder } \rho = \mu u \cdot \text{Sec. } aup = \tfrac{1}{2} au \cdot \text{Sec. } z$$

und kann nun pu hieraus berechnen.

7) Der Winkel apu oder α^* ergiebt ſich ſo: Im dem Dreiecke $p\mu u$ iſt

$$\mu u = pu \cdot \text{Sin. } \tfrac{1}{2}\alpha^* = \rho \cdot \text{Sin. } \tfrac{1}{2}\alpha^*, \text{ alſo iſt}$$

$$\frac{\mu u}{\rho} = \text{Sin. } \tfrac{1}{2}\alpha^* = \frac{\frac{1}{2} au}{\rho}$$

und man kann aus dem berechneten Werthe von au (Nr. 5) und von ρ (Nr. 6) den Sin. $\frac{1}{2}\alpha^*$ berechnen, dieſen aufſchlagen und dadurch den Winkel apu oder α^* finden.

§. 76.

Nach dem Bisherigen hat man man auf folgende Weiſe zu verfahren: Wenn man für eine vorgegebene Bogenweite ab oder 2W (Fig. 14) und Bogenhöhe cd oder H eine Korblinie zu wählen hat und das Verhältniß zwiſchen 2W und H von der Art iſt, daß es keine ſchön geformte volle und nur aus dreien Kreisbögen componirte Korblinie geſtattet, ſo ſuche man unter den verſchiedenen möglichen nicht vollen nur aus dreien Kreisbögen beſtehenden Korblinien, die ſich für

die gegebene Weite 2W und Höhe H construiren laſſen, diejenige, welche die ſchönſte Form hat. Bey dem Ausmitteln einer ſolchen Linie aber hat man völlige Freiheit, weil man, nachdem man für die gegebene halbe Weite ac oder W und Höhe cd oder H den dazu gehörenden Kreisſegmentshalbmeſſer Cd oder $R = \frac{W^2 + H^2}{2H}$ berechnet hat, dieſen nach Belieben von C an abwärts verlängern und in einen Mittelbogen-Halbmeſſer $\mathfrak{C}d = R' > R$ verwandeln und auch den Mittelbogenwinkel $d\mathfrak{C}u$ oder w' nach Belieben annehmen kann. Hat man durch mehrfache Zeichnungsproben die ſchicklichſten zu W und H paſſenden Größen R′ und w′ ausgemittelt, ſo kann man dann nach dem vorigen Paragraphen den Seitenbogenhalbmeſſer ap oder ϱ und den Seitenbogenwinkel apu oder α^* berechnen. Dieſe Berechnung nehme man aber erſt vor, nachdem man auf die Weiſe, die wir in dem folgenden Kapitel angeben werden, aus der untern Keildicke δ und dem Halbmeſſer R′ den Keilwinkel α für den Mittelbogen geſucht hat, wobey man, damit man für dieſen Bogen eine ganze Anzahl von Keilen bekomme, den vor der Hand nur hypothetiſch angenommenen Winkel $d\mathfrak{C}u$ oder w' um ein Geringes abändern und erſt den eigentlichen Werth von w' veſtſetzen muß, wodurch aber die Form der Korblinie, die man ſich durch Zeichnungsproben ausgemittelt hat, nicht merklich verändert wird. Hat man ſo den eigentlichen Werth von w' gefunden, ſo berechnet man dann hieraus die Größen ϱ und α^* und zeichnet die Korblinie audub nochmals.

Zweiter Abſchnitt.

Die Berechnungsweiſe der Keilwinkel und Keilzahlen in den korbbogenförmigen Gewölbbögen.

§. 77.

Wir geben dieſe Berechnungsweiſe hier für einen Gewölbbogen an, deſſen Wölbungslinie audub eine nur aus dreien Kreisbögen udu (Fig. 14), ua und ub componirte und nicht volle Korblinie iſt. Man wird aus dieſer Angabe leicht abnehmen können, wie man in andern Fällen zu rechnen habe.

§. 78.

Zu der eben genannten Korblinie ſey für die vorgegebene Weite ab = 2W und Höhe cd = H der Halbmeſſer $\mathfrak{C}d$ oder R′ des Mittelbogens udu und der zu der Hälfte

ud dieſes Bogens gehörende Winkel uCd oder w′ gehörig nach der vorhin gegebenen Vorſchrift gewählt und zu dem ſey auch die unterſte Sehnendicke δ, die ein Keil mit Inbegriff der beiden Mörtelfugen haben ſoll, gegeben worden. Dafür iſt nun die obgenannte Berechnung folgende:

1) Für den halben Mittelbogen du

A. Die untere Sehnendicke δ, die ein Keil haben ſoll, iſt nach §. 23, Nr. 6 der doppelte Sinus der Hälfte des Keilwinkels α, und zwar hier für den Halbmeſſer, mit welchem für die innere Wölbungslinie der Mittelbogen udu gezogen ſeyn und der hier = Ed oder R′ ſeyn ſoll. Man hat alſo hier

$$\delta = R'. 2 \,\text{Sin.}\, \tfrac{1}{2}\alpha,$$

woraus $\frac{\delta}{2R'} = \text{Sin.}\, \frac{1}{2}\alpha$ folgt.

Dieſen Sinus berechne man, ſchlage ihn in den Tafeln auf und nehme den ihm zugehörenden Winkel $\frac{1}{2}\alpha$ doppelt, ſo hat man den Keilwinkel α für den Mittelbogen udu.

B. Dieſen Mittelbogen-Keilwinkel dividire man in den einſtweilen nur hypothetiſch angenommenen halben Mittelbogenwinkel uCd oder w′, ſo erhält man einen Quotienten $\frac{w'}{\alpha}$. Die in dieſem enthaltene ganze Zahl n nehme man für die wahre Keilzahl des halben Mittelbogens du an.

Mit dieſer Zahl n multiplicire man den Keilwinkel α und ſetze nun, daß n.α der dem halben Mittelbogen du zugehörende wahre Bogenwinkel dCu oder w′ ſeyn ſolle.

C. Für dieſen Winkel nα oder w′ berechne man nun erſt nach dem vorigen Paragraphen den Halbmeſſer pu = pa oder ρ des Seitenbogens au und den zu dieſem Bogen gehörenden Winkel apu oder α*.

2) Für den Seitenbogen au.

A. Für die vorgegebene untere Keildicke δ, für welche vorhin α berechnet worden iſt, berechne man nun den Seitenbogen-Keilwinkel α′. Dieſen erhält man aus δ und dem berechneten Halbmeſſer pa oder ρ nach der Formel

$$\frac{\delta}{2\rho} = \text{Sin.}\, \tfrac{1}{2}\alpha'.$$

Dieſen Sinus berechne man, ſchlage ihn auf, wähle deſſen Winkel $\frac{1}{2}\alpha'$ gehörig und nehme dieſen Winkel doppelt, ſo hat man den Seitenbogen-Keilwinkel α′

B. Dieſen dividire man in den aus $w' = n\alpha$ ꝛc. berechneten Seitenbogenwinkel apu oder α^*, ſo erhält man einen Quotienten $\frac{\alpha^*}{\alpha'}$. Iſt dieſer faſt eine ganze Zahl n′, ſo nehme man ſie als würkliche ganze Zahl und als die wahre Seitenbogen Keilzahl n′ an, wobey dann der Widerlagerkeil um ein Geringes dünner wird, als die übrigen Keile; wenn aber n′ nicht faſt eine ganze Zahl iſt, ſo muß man δ etwas vergrößern und Rechnungsproben ſo lange anſtellen, bis man zu dem verlangten Zwecke gelangt.

3) Hat man die Keilwinkel α und α' und die die dazu gehörenden Keilzahlen n und n′ gefunden, ſo addire man n und n′, wodurch man für den halben Gewölbbogen von a bis d hin die ihm zugehörende Keilzahl n oder $r + 1 = n + n'$ und folglich die Fugenzahl $n - 1 = r = n + n' - 1$ erhält.

Dritter Abſchnitt.

Die Berechnungsweiſe der Bogendicke, der Seitenpreſſung und Widerlagerſtärke für die korbbogenförmigen Gewölbbögen.

§. 79.

1) Es ſey K′K″yA′A (Fig. 12) ein gleichdicker gerader Balke, dieſer ſey in K′K″ gegen ein Widerlager angeſtemmt und in AA′ an eine veſte Fläche angelehnt, ſein Gewicht ſey G und der Aufſtellungswinkel AK′B oder mmB ſey v. Das G ſtrebt die Maſſe des Balkens in der lothrechten Schwerpunctslinie νz abwärts zu ziehen und wenn der Balke in der Stelle K′ ſo mit dem Widerlager verbunden wäre, daß er von dieſem zwar nicht getrennt, aber doch um die Stelle K′ deſſelben abwärts gedreht werden könnte, ſo würde ihn, wenn die veſte Ebene in AA′ etwas auswiche, das Gewicht G mit einem Momente $K'z . G = \frac{1}{2} K'B . G = \frac{1}{2} W . G$ um die Stelle K′ abwärts drehen. Sollte dieſes durch eine in der Richtung AA′ am Balken lothrecht aufwärts ziehende Kraft k verhindert werden, ſo müßte das Moment $K'B . k$ oder $W . k$ dieſer k dem Momente $\frac{1}{2} W . G$ gleich, es müßte folglich auch

$$k = \frac{1}{2} G$$

ſeyn. Es iſt alſo das Gewicht G der Balkenmaſſe auf ſolche Weiſe in dieſer würkſam, als wenn an ihr in der lothrechten Linie A′AB eine Kraft $= \frac{1}{2}$ G lothrecht ab-

wärts zöge. Dieſe Kraft $\frac{1}{2}\mathfrak{G}$ iſt durch die veſte Wand in AA′ und durch das Widerlager in KK′ gehindert, ihrem Zuge zu folgen, und übt daher gegen die veſte Wand in AA′ einen Druck D aus, deſſen Maximum derjenige iſt, welcher in der auf der Wand ſenkrechten Richtung mn würkt, gegen das Widerlager in K′K″ aber übt ſie in der Richtung des Balkens einen Schub S aus. Sucht man nun vermittelſt des Parallelogrammes mrqn die eben erwähnten Seitenkräfte D und S, worein ſich die hier betrachtete Kraft $\frac{1}{2}\mathfrak{G}$ zerlegen muß, und leitet dann aus dem auf K′K″ würkſamen Schub S vermittelſt des mabc den horizontalen Seitendruck ma oder s, welchen der Balke gegen das Widerlager ausübt, ab, ſo erhält man, wenn BA = $\mathfrak{H}$ iſt,

$$s = \mathfrak{G}\,(1 - \tfrac{1}{2})\ \text{Cot. } v = \mathfrak{G}\,(1 - \tfrac{1}{2})\ \frac{\mathfrak{W}}{\mathfrak{H}}.$$

2) Statt des gleichdicken geraden Balkens werde nun zwiſchen denſelben veſten Flächen in K′K″ und A′A ein gleichdicker kreisbogenförmig krummer Balke K′K″A′A ſo aufgeſtellt, daß der Neigungswinkel AK′B zwiſchen ſeiner Sehne AK′ und der Horizontallinie K′B auch = v iſt, und auch das Gewicht dieſes Balkens ſey jenem Gewichte $\mathfrak{G}$ des geraden Balkens völlig gleich. Die lothrechte Schwerpunctslinie yz dieſes krummen Balkens liegt der Umdrehungsſtelle K′ näher, als die xz des geraden Balkens, deswegen aber iſt das Umdrehungsmoment, welches dem krummen Balken rückſichtlich der Stelle K′ zukommt, kleiner, als jenes des geraden Balkens und man braucht alſo auch in der Richzuug AA′ keine ſo große Kraft k an dem krummen Balken lothrecht aufwärts ziehen zu laſſen, um ihn bey Wegnahme der veſten Wand iu AA′ in ſeiner Lage zu erhalten, wie es bey dem geraden Balken in dieſem Falle nöthig iſt; der krumme Balke drückt demnach in der Richtungslinie A′AB weniger ſtark lothrecht abwärts, als der gerade Balke und es muß demnach auch ſein Schub S, den er in der Richtung ſeiner Sehne gegen das Widerlager in K′K″ ausübt und der von dieſem herrührende Seitendruck σ^{**} kleiner ſeyn, als der S und s bey dem geraden Balken iſt. Sucht man für den krummen Balken den Seitendruck σ^{**}, ſo erhält man, nach §. 51, Nr. 4,

$$\sigma^{**} = \mathfrak{G}\,(1 - \tfrac{1}{2}\ \text{Sec. } \tfrac{1}{2}\, n\alpha)\ \frac{\mathfrak{W}}{\mathfrak{H}},$$

worin $n\alpha$ den Bogenwinkel K′CA oder w bedeutet.

Der Subtractor $\frac{1}{2}$ Sec. $\frac{1}{2}\, n\alpha$ iſt hier größer, als der Subtractor $\frac{1}{2}$ in der Formel für s in Nr. 1, weil die Sec. $\frac{1}{2}\, n\alpha$ ſtets größer als 1 iſt, und es iſt demnach würklich σ^{**} kleiner als s.

3) Die Erhöhung des krummen Balkens K′K″A′A über die Sehne K′A hinauf, in deren Richtung der gerade Balke K′K″yA′A liegt, hat alſo zur Folge, daß dieſer bey demſelben Gewichte $\mathfrak{G}$, welches dem geraden Balken zukommt, einen kleineren Seitendruck ausübt, als der gerade Balke, und der Grund hiervon iſt der, daß

ſein Schwerpunct y wegen ſeiner Krümmung der Widerlagerfläche in K′K″ näher liegen muß, als das Schwerpunct η des geraden Balkens.

4) Man denke ſich nun ſtatt des kreisbogenförmigen gleichdicken Balkens K′K″A′A einen korblinienförmigen gleichdicken Balken zwiſchen dieſelben beiden veſten Flächen in K′K″ und AA′ eingelegt und ſetze, daß dieſes Bogens Gewicht abermals das vorige G und der Aufſtellungswinkel wiederum der v ſey. Wie vorhin des über die Rückenlinie A′K″ des geraden Balkens K′K″yA′A ſich erhebenden kreisbogenförmigen Bogens K′K″A′A Schwerpunct y der Widerlagerſtelle K′ näher fiel, als das Schwerpunct η des geraden Balkens, und dieſer Umſtand mit ſich brachte, daß der Seitendruck σ^{**} kleiner, als der s ſeyn mußte, ſo muß nun auch ganz offenbar des an die Stelle des K′K″A′A geſetzten korblinienförmigen Bogens Schwerpunct noch näher, als η, gegen die Widerlagerſtelle K′ hin zu liegen kommen, weil ſich dieſer Bogen noch etwas mehr, als der vorige, über die Rückenlinie A′K″ des geraden Balkens erhebt, und es muß folglich auch der Seitendruck σ des korblinienförmigen Bogens etwas kleiner ſeyn, als der Seitendruck σ^{**} des eben ſo ſchweren kreisbogenförmigen Bogens K′K″A′A.

§. 80.

Wenn man nun in Erwägung zieht, daß man

1) aus dem Grunde, weil der Seitendruck σ eines korblinienförmigen Bogens, welchem dieſelbe Weite W, die Höhe H und das Gewicht G zugehört, kleiner ſey, als der Seitendruck eines eben ſo weiten, hohen und ſchweren kreisbogenförmigen Gewölbbogens, ganz gewiß nicht zu wenig rechne, wenn man bey dem erſteren Bogen die Dicke b, den Seitendruck Σ^* und die Widerlagerſtärke St eben ſo berechne, als wenn er ein bloſer für die Data W und H eingerichteter kreisbogenförmiger flacher Bogen wäre, daß man aber auch

2) aus dem Grunde, weil das Schwerpunct des erſteren Bogens nur um ein Geringes näher gegen das Widerlager hin fällt, als das Schwerpunct y des anderen Bogens, gewiß auch nicht in einem Uebermaaße zu viel rechne, wenn man die Berechnung der ihm zugehörenden Größen b, Σ^* und St gerade ſo vornehme, als wenn der Bogen blos nach einem Kreisſegmente conſtruirt wäre, ſo ergiebt ſich ohne Weiteres, daß die Aufſtellung einer beſonderen Theorie über die Art und Weiſe, wie man die Größen b, Σ^* und St bey korblinienförmigen Gewölbögen zu berechnen habe, ein gänzlich unnützes und Zeit verſchwendendes Unternehmen ſeyn würde, und daß man mit zureichender Genauigkeit und Sicherheit bey den letzt genannten Bögen die ihnen zugehörenden Größen b, Σ^* und St erhalte nach folgender

Regel.

„Nachdem man nach den vorhin gegebenen Regeln die innere und äußere Korblinie, zwiſchen welchen der Gewölbbogen laufen ſoll, conſtruirt und die Größen der

„Fugenwinkel und die Keilzahl n beſtimmt hat, ſo berechne man für die gegebene hal„be Bogenweite W und innere Bogenhöhe H nach §. 20 b denjenigen Halb„meſſer R, welcher dem durch die Endpuncte a, d, b (Fig. 14) laufenden Kreisſeg„mentbogen zugehört und ſuche dazu auch den Bogenwinkel aCd, der ſonſt durch K'CA „und durch w bezeichnet war. Hierauf berechne man das Gewicht des korblinien„förmigen Bogens geometriſch genau und wenn er ein übermauerter iſt, ſo be„rechne man auch das Uebermauerungsgewicht gehörig und ſodann nehme man „die Berechnung der Größen b, Σ*, St vermittelſt der Größen W, H, R, w, der „Keilzahl n oder r+1, der Fugenzahl r und der geſuchten Gewichte gerade „ſo vor, wie vorhin für die nach bloſen Kreisſegmenten conſtruirten Bögen gelehrt „worden iſt."

Sechstes Hauptſtück.

Von der rückwürkenden Veſtigkeit der Steine rückſichtlich des Brückenbaues.

§. 81.

Man wird wohl kaum Beiſpiele dafür, daß Steine in Brückenbögen zerquetſcht worden ſeyen, beibringen können und Verſuche und Berechnungen zeigen, daß die meiſten zum Brückenbaue tauglichen Steine noch bey Weitem mehr Veſtigkeit, als zur größten Sicherheit erforderlich iſt, haben; deſſen ohngeachtet ſoll man, beſonders bey ſehr ſtark beſchwert werdenden und beträchtlich weit geſprengten Brückenbögen ſo ſicher als möglich zu Werk gehen und ſich von dem Grade der Härte der Steinarten, die man dazu anwenden will, gehörig überzeugen. Das ſoll man um ſo mehr thun deswegen, weil die Veſtigkeit der Steine in einer langen Reihe von Jahren durch Feuchtigkeit und Froſt beträchtlich abnimmt und alſo darauf ſo genau als möglich bey der Wahl derſelben Rückſicht genommen werden muß.

§. 82.

Zur Beſtimmung der rückwürkenden Veſtigkeit, mit welcher verſchiedene Steinarten den Kräften, die auf das Zerquetſchen derſelben hinwürken, widerſtehen, hat man Steinwürfel, gewöhnlich 6 Zolle breit, lang und hoch, dieſe alſo 6^3 oder 216 Cu-

bikzolle groß genommen und hat ſie vermittelſt beſonderer Hebelmaſchinen zu zerquetſchen geſucht. Dergleichen Verſuche findet man z. E. in Wiebekings allgem. Waſſerbaukunſt, B. 3, S. 593. Die vorzüglichſten hieher gehörenden Reſultate dieſer Verſuche ſind folgende:

Steinarten.	Kleinſtes Zerſprengungsgewicht F.
1. Röthlicher eiſenhaltiger Sandſtein,	95916 Baier. ℔.
2. gelber Sandſtein,	18640 ‚ ‚
3. röthlicher ,	22194 ‚ ‚
4. Tuffſtein,	26475 ‚ ‚
5. Nagelflue oder Breccie,	17483 ‚ ‚

Aus der Lehre von der rückwürkenden Veſtigkeit der Körper weis man, daß der Grad ihrer Reaction, die ſie den für das Zerſpringen derſelben auf ſie würkenden Kräften entgegenſetzen, bey einerley Grundfläche mit ihrer Dicke, in deren Richtung ſie gepreßt werden, verändert wird. Deſſen ohngeachtet ſetzt man dieſen Umſtand in den Berechnungen der Kräftigkeit der Steine, die man zu Brücken nehmen will, bey Seite und ſchätzt dieſe, indem man immer nur 6 Zolle Dicke und Höhe in Anſchlag bringt, blos nach der Zunahme oder Abnahme des Quadratinhaltes der gepreßten Grundfläche. Z. E. Nach der vorigen Tafel hielt der gelbe Sandſtein, der in Würfelform auf einer Grundfläche von $6^2 = 36$ Quadratzollen lag und 6 Zoll hoch war, eine Preſſung von 18640 Baier. Pfunden aus, ehe er Sprünge bekam. Hiernach kommen auf 1 Quadratzoll der Grundfläche dieſes Würfels $\frac{18640}{36} = \frac{4660}{9} =$ 517,.... ℔, alſo, genau genug, 5 Cent. Demnach kommen auf die Grundfläche von 1 Quadratfuß oder 144 Quadratzollen $144 \times 5 = 720$ Cent. Vier Würfel alſo, jeder 36 Quadratzoll in der Grundfläche und 6 Zolle hoch, alſo 216 Cubiczolle ſtark, und an einander gewachſen zu einem halben 864 Cubiczolle haltigen Cubicfuße halten einen Druck von 720 Cent. aus. — Ganz offenbar muß ſich, wenn dieſer halbe Cubicfuß in ſeiner Höhe von 6 Zollen wächſt, auch ſeine Reactionskraft verändern.

§. 83.

Bey der Berechnung der Härte, welche die Steinart, deren man ſich bey dem Baue einer Brücke bedienen möchte, haben muß, iſt nöthig, daß man zuvörderſt den größten Druck *Z*, welchen ein Quadratfuß dieſer Steinart in der Brücke auszuhalten hat, wiſſe, damit man hieraus beurtheilen könne, ob die Veſtigkeit der Steinart,

die man ausgemittelt hat, zureichend ſey. Hat man dieſen größten Druck Z für einen Quadratfuß berechnet und man nimmt aus der vorigen oder aus einer noch weitläuftigeren Tafeln die Reactionskraft F, die 36 Zollen oder $\frac{1}{4}$ Quadratfuß zugehört, 4 mal, um die Kraft für 4 × 36 oder 144 Quadratzolle, d. h. für 1 Quadratfuß, zu erhalten, ſo hat man nun 4F mit Z zu vergleichen und zu erwägen, ob 4F zureichend genug größer ſey, als Z, welches natürlicher Weiſe ſeyn muß. Dazu aber iſt ein nach gewiſſen Gründen gewählter Maaßſtab erforderlich. Wiebeking hat ohne Grund angenommen, 4F müße 20 mal größer als Z ſeyn, es dürfe alſo Z nur $\frac{1}{20}$ von 4F betragen; nach dieſer Regel aber, die übertrieben iſt, würde bey großen und ſeichten Brückenbögen, wo Z groß iſt, kaum einer Steinart eine Kraft 4F zukommen, die 20 mal mehr als Z beträgt. Peronnet hat, aber ebenfalls ohne Angabe ſeiner Gründe, angenommen, daß 4F = 12Z, daß alſo Z nur $\frac{1}{12}$.4F = $\frac{1}{3}$ F ſeyn dürfe. Der größte Druck Z alſo, welchen ein Quadratfuß Steinfläche in der Brücke leidet, ſoll nach Peronnet nur $\frac{1}{3}$ der Reactionskraft F ſeyn, welche $\frac{1}{4}$ Quadratfuß (=36 Q. Zollen) Steinfläche nach der vorigen Tafel zeigte. — Langsdorf vermuthet, daß es wohl ſchon zureichend ſeyn möchte, wenn Z nur $\frac{1}{4}$ von 4F, alſo Z = F ſey, und behauptet,

„daß er ohne Anſtand bey einem berechneten größten Drucke Z mit einer ſolchen „Steinart verlieb nehmen würde, deren F = 1$\frac{1}{2}$ Z wäre.“

Hiernach iſt, weil auf einen Q. Fuß 4F gehören, 4F = 4 × 1,5Z = 6Z und $\frac{1}{6}$.4F = Z, d. h., es iſt hier der ſechſte Theil der auf einen Quadratfuß gehenden Reactionskraft 4F dem größten Drucke Z, den ein Quadratfuß Steinfläche in der Brücke leidet, gleich geſetzt. Das iſt gerade die Hälfte von dem, was Peronnet angenommen hat, denn nach dieſem ſoll 4F nicht = 6Z, ſondern 12Z ſeyn. — Man kann ohne Anſtand Langsdorfs Satz annehmen, da ja die Verſuche, welche ſich auf F beziehen, nur mit 6 Zolle dicken Steinwürfeln angeſtellt worden ſind, bey der Conſtruction einer jeden Brücke aber zum wenigſten 12 Zolle dicke Steine, die alſo ganz gewiß doppelten Druck aushalten, genommen werden. Das aber kann man um ſo mehr auch noch deswegen, weil bey den mit Steinwürfeln angeſtellten Verſuchen dieſe Würfel in ihren lothrechten Seitenflächen völlig frey lagen und alſo die Theile ſolcher Würfel durch keine von den Seiten her auf ſie würkenden Kräfte zurückgehalten wurden, der auf ſie würkenden Zerſprengungskraft nachzugeben.

§. 84.

1) Der größte Druck Z, welchen ein Quadratfuß Steinfläche in einem Brückenbogen leidet, iſt keineswegs, wie man gemeint hat, in der Fugenfläche des Schlußſteines zu ſuchen, ſondern in der Fläche eines von den Steinen, die in der unterſten Lage des Widerlagers liegen. Dieſe Steine werden vor allen über ihnen befindlichen Steinlagen des Widerlagers gepreßt und auch von dem Gewichte G des auf dem Widerlager aufliegenden Bogens K′K″A′A und der ihm aufgelegten Be-

laſtung. Iſt die Widerlagerhöhe $=$ H, deſſen Länge (nach der Richtung des Fluſſes) $=$ L, deſſen Dicke $=$ St Fußen und 1 Cubickfuß ſeiner Maſſe wiegt g℔, ſo iſt das ganze Widerlagergewicht $=$ H.St.Lg ℔; iſt ferner das Gewicht G des Bogens und ſeiner Belaſtung $=$ N.Lg, ſo iſt der ganze Druck auf die Unterſtützungsfläche des Widerlagers

$$= H.St.Lg + N.Lg \text{ ℔.}$$

Geſetzt nun, die unterſte Steinſchicht des Widerlagers wäre nur 6 Zolle hoch, ſo würde die Oberfläche derſelben von einer Laſt

$$[(H - \tfrac{1}{2})\, St + N]\, Lg \text{ ℔}$$

gepreßt. Dieſe Laſt iſt vertheilt auf St.L Quadratfuße und es iſt alſo der größte Druck Z, welchen 1 Quadratfuß der oberſten Fläche der unterſten Steinlage, falls dieſe nur ½ Fuß dick wäre, leidet, dieſer:

$$Z = \frac{(H - \frac{1}{2})\, St + N}{L.St} . Lg$$

$$= \left(H - \tfrac{1}{2} + \frac{N}{St}\right) g \text{ ℔.}$$

Er iſt aber ſtets kleiner, denn die unterſte Steinlage ſoll wenigſtens 2 Fuße hoch ſeyn; in der Oberfläche dieſer unterſten Steinlage leidet alſo ein Quadratfuß einen Druck

$$Z = \left(H - 2 + \frac{N}{St}\right) . g$$

2) Rechnungsbeiſpiel für den vorhin betrachteten Bogen. Für jenen Bogen war $H = 9'$, $St = 17'$, $G = 302$ Lg ℔., alſo $N = 302$. Setzen wir nun die unterſte Steinlage nur 2 Fuße dick, ſo leidet hier, wenn der Brückenbogen aus Tuffſtein, von welchem ein Cubicfuß 64 ℔. wiegt, beſteht, jeder Quadratfuß der oberen horizontalen Fläche der unterſten Steinlagen einen Druck

$$Z = \left(9 - 2 + \frac{302}{17}\right) . 64 = (7 + 18)\, 64$$

$$= 25 . 64 = 1600 \text{ ℔.} = 16 \text{ Centnern.}$$

§. 85.

1) Hat man den größten Druck Z, welchen ein Quadratfuß Steinfläche in einem Brückenbogen leidet, gefunden, ſo nehme man dieſen, nach Langsdorfs Regel (§. 83), 6 mal, ſo hat man 6Z. Dieſen Werth vergleiche man mit der aus der Tafel in §. 82 herausgenommen vierfachen Zahl 4F und ſehe, ob 6Z nicht größer, als 4F iſt.

Wäre 4F kleiner, als 6Z, ſo wäre die Steinart nicht mit zureichender Sicherheit anzuwenden.

2) Beiſpiel für den vorigen Bogen.

Bey dieſem iſt, nach dem vorigen Paragraphen,

$$Z = 16 \text{ Cent. und } 6Z = 96 \text{ Cent.}$$

Nach der Tafel in §. 82 hält aber $\frac{1}{4}$ Quadratfuß Tuffſtein einen Druck F von 264 Centnern aus und es iſt demnach hier

$$4F = 4 . 264 = 1056 \text{ ℔.}$$

Es iſt alſo hier 4F bey Weiten größer, als 6Z und mithin die hier angenommene Steinart überflüſſig veſt genug.

Siebentes Hauptſtück.

Gemeinfaßliches Werkmeiſter = Büchlein,

worin

alle Arbeiten, die man bey der Berechnung eines Gewölbbogens vorzunehmen hat, ordnungsmäßig und auf eine Weiſe aufgeſtellt und durch Rechnungsbeiſpiele erläutert ſind, bey welcher zu dem Verſtehen und Anwenden derſelben weiter nichts, als das, daß man mit Decimalbrüchen zu rechnen und einen gemeinen Bauriß zu machen verſtehe, erforderlich iſt.

---

§. 86.

Erſte Arbeit.

Beſtimmung des Halbmeſſers CA oder R der inneren kreisbogenförmigen Wölbungslinie des Gewölbbogens ꝛc.

Nachdem ihr euch die halbe Weite K'B oder W und die innere Höhe BA oder H (Fig. 13) beſtimmt habt, ſo ſpannet auf ein langes Reißbret einen Bogen Papier auf, welcher ſo breit iſt, daß ihr, wenn ihr jeden Fuß der W durch einen halben Zoll ausdrücket, dieſe W auf das Papier auftragen könnet und auf jeder Seite noch 1 Zoll übrig behaltet. Nun machet euch einen Maaßſtab, traget auf dieſen halbe Zolle, von welchen jeder einen Fuß bedeuten ſoll, und theilet einen Zoll in 10 Theile, von welchen jeder eine halbe Linie lang wird und jeder 1 Zoll bedeuten ſoll. Leget das Reißbret ſo vor euch hin, daß die kurze Seite des Papieres zwiſchen eueren Händen liegt und ziehet nun rechter Hand an der langen Seite herunter eine Linie, welche einen Zoll weit

vom Papierrande abſteht. Auf dieſe traget die Höhe BA oder H nach euerem Maaßſtabe ſo auf, daß das Punct A nach euerem Maaßſtabe noch 10 Fuße unter den obern Papierrand zu liegen kommt. Durch das Punct B zieht ein Perpendikel auf die BA und traget auf dieſes die K′B oder W. Die Puncte K′ und A verbindet durch eine gerade Linie K′A, theilet dieſe in zwey gleiche Theile K′M = MA und ziehet durch das Theilpunct M auf der K′A ein Perpendikel mMC. Dieſes ſchneidet die vorhin für das Auftragen der BA gezogene Linie in C und es iſt nun CA der Halbmeſſer R, mit welchem ihr von A aus nach K′ hin die innere Wölbungslinie vermittelſt eines Stangenzirkels genau und fein zu ziehen habt. Nun meſſet die Länge R des CA und ſchreibet euch dieſe in eine Tabelle auf, die ihr mit der Angabe der Werthe von W und H zum Eintragen aller folgenden Reſultate angefangen habt. Wollet ihr aber R berechnen, ſo findet ihr die Regel dazu in §. 20 b.

Exempel: Es ſey BA oder W = 30 Fußen und H = 10 Fußen, ſo findet ihr dafür CA oder R = 50 Fußen.

§. 87.

Zweite Arbeit.

Beſtimmung des dem Bogen K′A zugehörenden Centriwinkels w.

Ziehet aus C in K′ die Linie CK′.... und meſſet vermittelſt eines guten und großen Transporteurs den Winkel ACK′ in Graden. Ihr nehmt nämlich, wenn dieſer Winkel keine volle Zahl von Graden enthält, das Gradſtückchen, was ihm an der vollen Gradzahl fehlt, als vorhanden an. Die dadurch erhaltene Gradzahl w traget in euere Tabelle ein. (Und ſo immer fort.)

Exempel: Bey W = 30′ und H′ = 10′ findet ihr für w faſt 37 Grade und ihr ſetzt alſo in euere Tabelle w = 37°.

§. 88.

Dritte Arbeit.

Beſtimmung der Keilzahl n.

Nehmet für die unterſte Dicke eines Gewölbkeiles den kleinſten Werth D an, welchen ihr dieſer nach den euch vorliegenden Umſtänden geben wollet. Dieſen nehmet nach euerem Maaßſtabe zwiſchen den Zirkel und traget ihn auf den Bogen AK″ ſo oft, als es geht. Dabey wird euch ein Stück des Bogens AK″ übrig bleiben, welches keine ganze Keildicke mehr faßt. Nun nehmet die angenommene D ſo um etwas größer, daß ſie ſich nach einer ganzen Zahl n in den AK′ tragen läßt, und behaltet dieſe Zahl n als die Keilzahl bey.

Ex. Wenn ihr für die vorigen Abmeſſungen D faſt $=$ 1,4 Fuß ſetzet und traget dieſe D in den Bogen AK′, ſo bringt ihr dieſe 23 mal in den Bogen, es bleibt euch aber von dieſem ein Stückchen übrig und deswegen öffnet ihr nun den Zirkel ein Bischen ſtärker und zwar ſo, daß ſich die Oeffnung genau 23 mal in deu Bogen AK′ eintragen läßt.

§. 89.

Vierte Arbeit.

Beſtimmung der unteren Keildicke δ.

Nachdem ihr die Keilzahl n ausgemittelt und den Bogen AK″ genau nach dieſer eingetheilt habt, ſo meſſet die Sehne eines von den erhaltenen n Bogentheilen, bemerket aber dabey, daß von dieſer auf jeder Seite eine Linie für die Mörtelfuge abzuziehen ſey.

Exempel: Für den vorigen Bogen und ſeine Keilzahl 23 erhält die untere Keildicke δ eine Größe von 1,4 Fußen.

§. 90.

Fünfte Arbeit.

Beſtimmung der Gewölbbogendicke oder Keillänge b.

Dieſe Größe AA′ oder b findet ihr nach den Regeln in §. 48 und 59.

Exempel: Für W $= 30'$ und H $= 10'$ gab dort die Rechnung eine $b = 4\frac{3}{4}'$, von welcher ihr aber, wenn der Bogen übermauert iſt, nur den ſechsten Theil fünfmal zunehmen braucht, wofür ihr 4′ ſetzen könnet.

§. 91.

Sechſte Arbeit.

Beſtimmung des Halbmeſſers CA′ oder R′ der äußern Wölbungslinie ꝛc.

Der CA′ oder R′ iſt die Summe aus CA oder R und aus AA′ oder b. Mit dieſem ziehet den Bogen A′K″

Exempel: Für $R = 50$, und $b = 4'$ iſt R′ oder $R + b = 54'$

§. 92.

Siebente Arbeit.

Beſtimmung der oberen Keildicke Δ.

Nehmet den großen Halbmeſſer R′, multipliciret ihn mit der unteren Keildicke δ und die erhaltene Zahl dividiret durch den kleinen Halbmeſſer R′ ſo habt ihr Δ.

Dieſe Größe traget in euere Tabelle ein, bemerket aber dabey die für die Mörtelfuge abzuziehenden 2 Linien.

Exempel; Für $R' = 54$ Fußen und $\delta = 1{,}4$ iſt $R'.\delta = 54.1{,}4 = 75{,}6'$ und wenn ihr dieſe Zahl durch $R = 50$ dividiret, ſo habt ihr die $\Delta = 1{,}512' = 1', 5'', 1{,}2'''$.

§. 93.

Achte Arbeit.

Beſtimmung des Quadratinhaltes Q der Stirnfläche K'K''A'A des Bogens.

1) Multiplicirt den großen Halbmeſſer R' mit ſich ſelbſt und das, was heraus kommt, mit 3,14; das giebt euch die Anzahl F' der Quadratfuße, welche der mit R' gezogene Kreis in ſich faßt.

Exempel: Für $R' = 54$ Fußen iſt die Zahl $F' = 3{,}14.54.54 = 9156{,}24$ Quadratfußen.

2) Eben ſo ſuchet auch für den kleinen Halbmeſſer R die Anzahl F der Quadratfuße ſeiner Kreisfläche.

Exempel: Für $R = 50'$ iſt die Zahl $F = 3{,}14.50.50 = 7850$ Q. Fußen.

3) Dieſe beiden Kreisflächen F' und F nehmet und zieht die kleinere von der größeren ab, ſo erhaltet ihr den Quadratinhalt der Ringfläche ℜ von welcher K'K''A'A ein Theil iſt.

Exempel: Hier iſt $\mathfrak{R} = 9156{,}24 - 7850 = 1306{,}24$ Quadratfußen, wofür man 1306 ſetzen kann.

4) Dieſe ℜ multipliciret mit der Gradzahl w eueres Bogenwinkels ACK' und das, was herauskommt, dividiret mit 360, wodurch ihr Q erhaltet.

Exempel: Für $\mathfrak{R} = 1306$ Quadratfußen und $w = 37$ Graden (§. 87) iſt $Q = 134$ Quadratfußen.

Dieſen Werth traget ebenfalls in euere Tabelle ein.

§. 94.

Neunte Arbeit.

Berechnung des Quadratinhaltes ϕ des Kreisabſchnittes K''mA'K''.

1) Berechnet den Flächenraum ψ des Kreisausſchnittes K'CA'uK'', welcher dem mit CA' oder R' gezogenen Kreiſe zugehört und deſſen Flächenraum F' ihr in euerer

Tabelle habt. Das geſchieht dadurch, daß ihr F mit euerer Gradzahl w multipliciret und das Factum durch 360 dividiret.

Exempel: Für F = 9156,24 Q. Fußen, und w = 37 Graden iſt ψ = 941 Quadratfußen.

2) Berechnet den Flächenraum ψ′ des Dreieckes K″CA′K″, wobey ihr nach euerem Maaßſtabe die Baſis K″A und die Höhe Cm deſſelben meſſet, die beiden Maaßzahlen in einander multipliciret und das Factum halb nehmet.

Exempel: In euerer Zeichnung findet ihr, daß die K″A′ = 34,2 Fußen und die Cm = 51,2 Fußen ſey.

Das Factum aus dieſen beiden Zahlen iſt = 1751 und die Hälfte davon iſt ψ′ = 875 Q.Fußen.

3) Dieſen Flächenraum ψ′ ziehet von dem ψ ab, ſo habt ihr des Segmentes K″mA′uK″ Flächenraum

$$\phi = 941 - 875 = 66 \text{ Quadratfußen.}$$

Da ihr aber vorhin bey der Meſſung eueres Bogenwinkels w dieſen als voll angenommen habt, ſo habt ihr nun auch φ etwas zu groß erhalten, weswegen ihr etwa 3 Fuße wegnehmen und

$$\phi = 63 \text{ Quadratfußen.}$$

ſetzen könnet, damit ihr nachher die Uebermauerungsfläche K″STA′mK″ ganz ſicher nicht zu klein erhaltet.

§. 95.

Zehnte Arbeit.

Beſtimmung der Scheitelhöhe AT oder h der Uebermauerungsmaſſe.

1) Es ſey die Conſtruction der Geſimsſteinlagen, der Brüſtungsmauern, der Fußwege, der Abzugsrinnen und des Straßenpflaſters nach §. 32b beſtimmt worden, ſo habt ihr dann den körperlichen Inhalt des Mauerwerkes oxkadtsmnyo (Fig. 13 und §. 32b, Nr. 2) für die Länge K′B + K′k′ (Fig. 13) oder TS = λ auszurechnen und für die beiden Bogenſeiten doppelt zu nehmen.

Exempel: Nimmt man an, es ſey hier, wie in §. 32b, Nr. 2, der Quadratinhalt des genannten Mauerwerkes ox......yo (Fig. 13) = $14\frac{1}{4}$ Quadratfußen, ſo iſt für die Länge KS oder λ, die hier, wie wir nachher zeigen werden, 32,4 Fuße enthalten muß, der körperliche Inhalt 𝔎 des genannten Mauerwerkes = $(14\frac{1}{4}) \cdot 32{,}4$ Cubicfußen und das Doppelte hievon iſt

$$2𝔎 = 28{,}5 \cdot 32{,}4 = 923{,}4 \text{ Cubicfußen.}$$

2) Daraus berechnet für das Gewicht g eines Cubicfußes des Mauerwerkes das Gewicht g deſſelben, indem ihr g mit 2K multipliciret.

Exempel: Für das Gewicht = 64 Würtemb. ℔ eines Würtemb. Cubicfußes Tuffſtein iſt das Gewicht

$$g = 2K.g = 923{,}4.64 \text{ oder } 924.64$$
$$= 59139 \text{ ℔ oder } 592 \text{ Centner.}$$

3) Nun berechnet nach §. 32 b, Nr. 2, E das Gewicht g′ des zwiſchen den beiden Gerinnſteinen r (Fig. 10) liegenden Straßenpflaſters für die Länge TS oder λ und die dazu geſuchte Breite deſſelben.

Exempel: Es ſey auch hier, wie dort, die Breite des Pflaſters zwiſchen den Gerinnſteinnen 19½ Fuß und die Länge ſey hier die TS oder λ = 32,4 ſo enthält das Pflaſter

$$19{,}5.32{,}4 \text{ oder } 632 \text{ Quadratfuße.}$$

4) Daraus berechnet das Gewicht g′ des Pflaſters, indem ihr dieſen Quadratinhalt mit dem Gewichte, welches auf 1 Quadratfuß Pflaſtermaſſe kommt, multipliciret.

Exempel: Für 1 Quadratfuß rechnen wir 70 ℔. Würtemb. und dieſe geben hier

$$g' = 632.70 = 44240 \text{ ℔. oder } 442 \text{ Centner.}$$

5) Addirt die beiden Gewichte g und g′ zuſammen und ſucht ihre Summe G*. Dieſe traget ein.

Exempel: Hier iſt G* = g + g′ = 592 + 442 = 1034 Cent. Würt. Gewicht.

7) Nun ſuchet das Gewicht der gröſsmöglichſten zufälligen Belaſtung L der halben Brückenbahn, wobey ihr mit gehöriger Erfahrung zu Werk gehen müßt.

Exempel: Nach §. 32 b iſt bey einer Bahn, die zwiſchen den Brüſtungsmauern 4½ + 20 + 4½ oder 29 Fuße breit iſt und von der Hintermauerung an bis zu dem Gewölbſcheitel eine Länge = A′σ von 65 Fußen hat, gefunden worden, daß die dort angenommene Beſetzung derſelben durch Fuhrwerk, Begleitung deſſelben von Reitern und durch Fußgänger auf den Fußwegen das größte Gewicht L gebe und daß dieſes 652 Nürnb. Centner ausmache. Das beträgt in Würtemb. Centnern, wenn 100 Nürnberger Centner 108 Würtemberger geben, 710,68 Cent. Die dort angenommene 29 Fuße breite und der halben Länge nach 65 Fuße enthaltende Brückenbahn enthält 29.65 = 1885 Quadratfuße. Vertheilt man auf dieſe die Laſt von 710,68 Cent. oder 71068 Pfunden Würtemb. Gewicht, ſo kommen auf einen Quadratfuß, genau genug genommen, 58 Würtemb. Pfunde. Wollet ihr nun hiernach rechnen, ſo nehmet die Breite B euerer Brückenbahn, die hier ebenfalls 29 Fuße enthalten ſoll, multipliciret

ſie mit der halben Länge λ, z. B. hier mit $32,4'$, wodurch ihr den Quadratinhalt $B.\lambda$, hier $29 \cdot 32,4 = 939,6$ Quadratfuße, erhaltet. Dieſe multipliciret mit der auf einen Quadratfuß kommenden Belaſtung, hier mit 38 ℔. Würtemb., wodurch ihr die Belaſtung

$$\mathfrak{L}, \text{ hier} = B.\lambda.38 = 939,6 \cdot 38$$
$$= 36704 \text{ ℔. oder } 357 \text{ Centner Würtemb.}$$

erhaltet.

*) Scheint euch dieſe für die Bahn des Bogens $K'K''\lambda'A$ berechnete $\mathfrak{L}$ nicht nach eueren Forderungen zu ſeyn, ſo rechnet nach eueren Einſichten anders; wir halten ſie für übermäßig groß angenommen. Es iſt nämlich nicht geſtattet, daß 2 ſchwer-beladene ſechsſpännige Fuhrmannswagen neben einander über eine Brücke hinwegfahren, und wir nehmen daher hier die Berechnung der $\mathfrak{L}$ nur auf einen Fuhrmannswagen auf folgende Weiſe vor:

Die Länge einer Leiter eines großen Fuhrmannswagens enthält 16 und die Deichſel 12 Fuße, das giebt 28 Fuße Länge; wenn alſo der Wagen mit ſeinem Ende oberhalb der Stelle σ der Brückenbahn, die hier zwiſchen σ und A' eine Länge λ von 32,4 Fußen haben ſoll, ſteht, ſo befinden ſich ſchon die vier Vorderpferde auf der Bahn der zweiten Hälfte des Brückenbogens und man hat demnach hier von dem mit ſechs Pferden beſpannten Wagen nur 2 Pferde für die Bahn der erſten Hälfte des Bogens in Rechnung zu bringen. Der leere Wagen wiege mit Ketten 25 Würt. Cent., er ſey mit 6 mal 15 oder 90 Würtemb. Centnern beladen und jedes Pferd wiege mit Geſchirr 8 Centner. Das giebt für die Bahn der einen Hälfte des Brückenbogens eine Belaſtung von

$$25 + 90 + 16 = 131 \text{ Centnern.}$$

Rechnet man nun noch für den Fuhrmann und für Fußgänger und Reiter, welche zufällig neben dem Laſtwagen vorbey paſſieren 30 Centner, ſo erhält man eine Nutzlaſt

$$\mathfrak{L} = 131 + 30 = 161 \text{ Cent.,}$$

die wir hier in Speculation auf die nöthige Widerlagerſtärke vorſetzlich als zureichend groß genug annehmen wollen.

8) Die berechnete Nutzlaſt $\mathfrak{L}$ addiret zu dem Gewichte $\mathfrak{G}^*$, ſo erhaltet ihr die Gewichtsſumme

$$\mathfrak{G}^{**} = \mathfrak{G}^* + \mathfrak{L}$$

aller der Maſſen, die auf diejenige horizontale Durchſchnittsebene der Uebermauerung des Bogens, welche in dem Scheitel A' des Bogens liegt und von da bis σ läuft, preſſen.

Exempel: Für $\mathfrak{G}^* = 1034$ Cent. und $\mathfrak{L} = 161$ Cent. iſt $\mathfrak{G}^{**} = 1195$ Cent. $= 119500$ ℔.

9) Statt aller der bisher berechneten auf die durch $A'\sigma$ gehende Horizontalebene der Uebermauerung des Bogens preſſenden Maſſen denket euch nun auf die eben genannte Ebene von A' bis σ eine Steinlage in gleicher Dicke oder Höhe $A'T = \mathfrak{h}$ ausgebreitet, welche aus derſelben Steinart, woraus die Uebermauerung conſtruirt iſt, beſteht und welcher das Gewicht

$$\mathfrak{G}^{**} = \mathfrak{G}^{*} + \mathfrak{L}$$

zukommt. Dieſer Steinlage Dicke oder Höhe $\mathfrak{h}$ berechnet auf folgende Weiſe:

Multiplicirt die Länge $A'\sigma$ oder λ, die ſie haben ſoll, mit ihrer Breite L, ſo habt ihr den Quadratinhalt $L.\lambda$ ihrer in $A'\sigma$ vorgeſtellten horizontalen Lagerfläche.

Dieſen multipliciret mit dem Gewichte g eines Cubicfußes der Steinart der Uebermauerung und das Product $L.\lambda.g$ dividiret in das Gewicht $\mathfrak{G}^{**}$ welches die Steinlage haben ſoll, das, was hierbey herauskommt, iſt die ihr zugehörende Höhe $A'T = \mathfrak{S}$ oder

$$\mathfrak{h} = \frac{\mathfrak{G}^{**}}{L.\lambda.g}.$$

Exempel: Für den bisher angenommenen Bogen iſt

$$\mathfrak{h} = \frac{1195 \text{ ℔.}}{32 . 32{,}4 . 64 \text{ ℔.}} = \frac{119500 \text{ ℔.}}{66355 \text{ ℔.}} = 1{,}8' \ldots,$$

wofür wir hier 1,8' ſetzen können

10) Habt ihr dieſe Höhe $A'T = \mathfrak{h}$ aufgetragen und durch A' eine horizontale Linie $A'\sigma$ gezogen, ſo habt ihr die Stirnfläche K''STA'uK'' derjenigen Uebermauerung, welche die Brüſtungsmauern, Fußwegplatten, Gerinnſteine und das Straßenpflaſter mit der Nutzlaſt $\mathfrak{L}$ ſo eingerechnet enthält, daß es rückſichtlich des Druckes auf den Bogen K'K''A'A eben ſo gut iſt, als wäre dieſer von einer Uebermauerung, deren Profil K''STA'uK'' iſt, belaſtet.

§. 96.

Eilfte Arbeit.

Beſtimmung der hinteren Höhe K''S oder $\mathfrak{H}'$ der Uebermauerungsmaſſe.

Mit der Linie K'B ziehet gleichlaufend die K''𝔅 und errichtet auf der K''𝔅 in K'' ein Perpendickel K''S. Darauf traget von K'' aus die Länge 𝔅T und meſſet dieſe $\mathfrak{B}T = K''S$, ſo habt ihr $\mathfrak{H}'$. Ihr könnet aber auch dieſe Linie berechnen. Ziehet von dem Halbmeſſer CA oder R die Höhe BA oder $\mathfrak{H}$ ab und dividiret den Reſt $R - \mathfrak{H}$ durch R. Den hier erhaltenen Bruch multiplicirt mit der Bogendicke b und was ihr erhaltet, das ziehet von der Höhe $\mathfrak{B}T = \mathfrak{H} + b + \mathfrak{h}$ ab, wodurch ihr $\mathfrak{H}'$ erhaltet.

Exempel: Hier iſt $R - \mathfrak{H} = 50 - 10 = 40'$; dieſes durch $R = 50$ dividirt giebt den Bruch $\frac{40}{50} = \frac{4}{5} = 0,8$; dieſes mit $b = 4$ multipliciret giebt 3,2 und dieſes von $\mathfrak{H} + b + \mathfrak{h} = 10 + 4 + 1,8 = 15,8$ ſubtrahirt giebt K″S oder $\mathfrak{H}' = 12,6'$.

§. 97.

Zwölfte Arbeit.

Beſtimmung der Länge TS oder λ der Uebermauerung.

Meſſet in euerem Riſſe die Länge der Linie K′k′ und addiret dieſe zu der Weitenlinie K′B oder $\mathfrak{W}$ ſo erhaltet ihr die Uebermauerungslänge TS oder $\lambda = Bk'$. Wenn ihr $\mathfrak{W}$ durch R dividiret und den Bruch $\frac{\mathfrak{W}}{R}$ mit R′ multipliciret, ſo erhaltet ihr λ durch Rechnung.

Exempel: Ihr findet $K'k' = 2,4$ Fußen und es iſt alſo TS oder $\lambda = 30 + 2,4 = 32,4$ Fußen; daſſelbe giebt die Rechnung.

§. 98.

Dreizehnte Arbeit.

Beſtimmung des Quadratinhaltes q des Dreieckes K″ST.

Multipliciret die gefundene Länge λ deſſelben mit der Hälfte ſeiner Höhe $\mathfrak{H}'$ (§. 96), ſo habt ihr q.

Exempel: Für $\lambda = 42,4'$ und $\mathfrak{H}' = 12,6'$ erhaltet ihr $q = 204,12$ Q. Fußen.

§. 99.

Vierzehnte Arbeit.

Beſtimmung des Quadratinhaltes q′ des Dreieckes K″TA.

Multipliciret deſſen Baſis TA′ oder $\mathfrak{h}$ mit der Hälfte ſeiner Höhe K″$\mathfrak{B}$ oder λ.

Exempel: Für $\mathfrak{h} = 1,8'$ (§. 95) und $\lambda = 32,4'$ erhaltet ihr $q' = 29,16$ Quadratfußen.

§. 100.

Fünfzehnte Arbeit.

Beſtimmung des Quadratinhaltes der Fläche Q des Trapeziums K″STA′nK″.

Addiret die in euerer Tabelle ſtehenden Flächenräume q und q′, ſo habt ihr Q.

Exempel: Für $q = 204,12$ und $q' = 29,16$ iſt $Q = 233,28$ Q. Fußen.

§. 101.

Sechszehnte Arbeit.

Beſtimmung des Quadratinhaltes F der Stirnfläche K″STA′uK″ der Uebermauerung.

Von dem Flächenraume Q des Trapeziums ziehet den in euerer Tabelle ſtehenden Flächenraum φ des Segmentes K′uA′K″ (§. 94) ab, ſo habt ihr F.

Exempel: Für Q = 233,28□′ und φ = 63□′ iſt F = 170,28 Q.Fußen.

§. 102.

Siebenzehute Arbeit.

Beſtimmung des horizontalen Seitendruckes σ**, welchen der nackte Bogen K′K″A′A in dem Falle, wenn er nur aus einem Stücke beſtände, ausüben würde.

1) Nehmet aus euerer Tabelle den Flächenraum Q (§. 93) des hier genannten Bogens und multipliciret dieſen mit der Anzahl L der Fuße, die der Bogen nach der Richtung ſeiner Axe (alſo, wenn er ein Brückenbogen iſt, nach der Breie der Brücke) haben ſoll. Das Product giebt euch den körperlichen Inhalt des Bogens in Cubicfußen. — Dieſen multipliciret mit der Zahl g der Pfunde, die ein Cubicfuß wiegt, ſo habt ihr das Gewicht

$$G = Q.L.g, \text{ ℔, z. B. hier } 134\ Lg \text{ ℔.},$$

des Bogens K′K″A′A. Ihr braucht aber die Zahlen L und g nicht in die Zahl Q einzumultipliciren, weil ſie hernach doch in der Berechnung der Widerlagerſtärke St aus der Rechnung herausfallen.

Exempel: Für Q = 134□′, eine Breite L = 32′ und g = 64 ℔. (wir meinen Tuffſtein) iſt G = 4288 . 64 = 274432 ℔. = 2744 Centnern und 32 ℔.

2) Meſſet in euerer Figur das auf der Mitte M der Bogenſehne K′A ſtehende Perpendickel CM und dividiret dieſes in den Halbmeſſer CA oder R, ſo erhaltet ihr den Bruch $\frac{R}{CM}$.

Ex. In euerer Zeichnung iſt CM = 47,4′ und R = 50, alſo iſt hier der Bruch

$$\frac{R}{CM} = \frac{50}{47,4} = 1,054$$

3) Die Hälfte dieſes Bruches ziehet von der Zahl 1 ab und den Reſt multipliciret mit dem Bogengewichte G = Q.Lg (vor. Nr. 1)

Exempel: Für $\frac{R}{CM}$ = 1,054 iſt die Hälfte = 0,527.

Dieſe von der 1 abgezogen giebt den Reſt 0,473 und dieſe Zahl mit $G = Q.Lg = 134.Lg$ multipliciret giebt das Product

$$134.Lg.0,473 = 63,382.Lg$$

4) Dieſes Product multipliciret mit der Größe W und das, was ihr erhaltet, dividiret durch die Höhe H, wodurch ſich euch der Seitendruck σ^{**} des unzerſchnittenen Bogens ergiebt.

Exempel: Für $W = 30'$ und $H = 10'$ iſt hier

$$\sigma^{**} = \frac{63,382 . Lg . 30}{10} = 190 \text{ Lg } ℔.$$

*) Wäre die Breite L des Brückenbogens $= 32'$ und $g = 64$ ℔., ſo wäre $Lg = 2048$ und alſo $\sigma^{**} = 190.2048 = 389120$ ℔. $= 3891$ Cent., 20 ℔.

§. 103.

Achtzehnte Arbeit.

Beſtimmung des horizontalen Seitendruckes Σ^{**}, welchen der nackte Bogen ausübt, wenn er nach den Richtungen der Halbmeſſer des Bogens durch r Schnitte in (r+1) Keile zerſchnitten iſt.

Nehmet den Bruch 0,0060919, multipliciret dieſen mit der Zahl r der Keilſchnitte und zu der erhaltenen Zahl addiret 1; mit dieſer Summe multipliciret den vorhin berechneten Seitendruck σ^{**}, ſo habt ihr Σ^{**}.

Exempel: Für $(r+1) = 23$ Keilen iſt die Zahl r der Fugenſchnitte $= 22$. Dieſe mit dem Bruche 0,0060919 multiplicirt, giebt den Bruch 0,1340064. Dieſer giebt, wenn man ihn um 1 vermehrt und ſodann mit ihm den vorhin erhaltenen $\sigma^{**} = 190.Lg$ ℔ multipliciret, den $\Sigma^{**} = 190.Lg.1,1340064 = 216$ Lg ℔.

§. 104

Neunzehnte Arbeit.

Beſtimmung des Umdrehungsbeſtrebens m des Dreieckes K''ST um die Widerlagerſtelle K''.

Nehmet den in §. 98 berechneten Flächenraum q dieſes Dreieckes und multipliciret ihn mit der Länge der Linie K''s, welche ein Drittheil der K''B oder TS oder λ beträgt, ſo habt ihr $m = \frac{1}{3}.\lambda.q$. Den Werth von m traget ein.

Ex. Für $\lambda = 32,4$ und $q = 204,12$ iſt $m = \frac{1}{3} \cdot 32,4 \cdot 204,12 = 2204,496$ Q.Fßen, (welches mit Lg multiplicirt das Umdrehungsbeſtreben des zu dem Dreiecke K″ST gehörenden Körpers in Pfunden geben würde.)

§. 105.

Zwanzigſte Arbeit.

Beſtimmung des Umdrehungsbeſtrebens m′ des Dreieckes K″TA um die Stelle K″.

Nehmet den in §. 99 berechneten Flächenraum q′ dieſes Dreieckes und multipliciret ihn mit der Länge der Linie K″h, welche zwey Drittheile der K″B oder λ iſt, ſo habt ihr $m' = \frac{2}{3} \cdot \lambda \cdot q'$.

Exempel: Für $\lambda = 32,4'$ und $q' = 29,16\text{q}'$ iſt $m' = \frac{2}{3} \cdot 32,4 \cdot 29,16\text{q}' = 629,856\text{q}'$.

§. 106.

Ein und zwanzigſte Arbeit.

Beſtimmung des Umdrehungsbeſtrebens m* des Trapeziums K″STA′mK″ um die Stelle K″.

Addiret die beiden Umdrehungsbeſtrebungen m und m′ der beiden Dreiecke, woraus das Trapezium beſteht, ſo habt ihr das Umdrehungsbeſtreben m* des Trapeziums.

Exempel: Für $m = 2204,406$ (§. 104) und $m' = 629,856$ (§. 105) iſt m* oder $m + m' = 2834,352\text{q}'$

§. 107.

Zwey und zwanzigſte Arbeit.

Beſtimmung des Umdrehungsbeſtrebens m″ des Kreisſegmentes K″mA′uK″ um die Stelle K″.

1) Dividiret die halbe Weite K′B oder W durch den Halbmeſſer CA oder R, ſo erhaltet ihr den Bruch $\frac{W}{R}$; dieſen multipliciret mit dem großen Halbmeſſer CA′ oder R′, ſo erhaltet ihr das Product $R' \cdot \frac{W}{R}$; dieſes multipliciret noch mit dem in §. 94 gefundenen Flächenraume φ des Segmentes, ſo habt ihr ein Product

$$\Phi \cdot R' \cdot \frac{W}{R}$$

Exempel: Für $W = 30'$ und $R = 50'$ iſt $\frac{W}{R} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5} = 0{,}6$. Das giebt mit $R' = 50+4$ oder 54 multiplicirt das Product $R' \cdot \frac{W}{R} = 54 \cdot 0{,}6 = 32{,}4$. Dieſes mit dem in §. 94 gefundenen $\Phi = 63'$ multiplicirt giebt

$$\Phi \cdot R' \cdot \frac{W}{R} = 2041{,}2$$

2) Nun meſſet die Sehne K″A′ der äußeren Linie eueres Bogens K′K″A′A (wobey ihr 34,1 finden werdet.) Die Länge A derſelben multipliciret mit ſich ſelbſt und das Product A . A nochmals mit A, wodurch ihr A . A . A erhaltet. Dieſe Zahl dividiret durch 12, ſo habt ihr $\frac{1}{12}$. A . A . A.

Exempel: Für $A = 34{,}1$ iſt $A \cdot A = 1162{,}81$ und das giebt $A.A.A = 39651$.
Alſo iſt $\frac{1}{12} \cdot A \cdot A \cdot A = \frac{1}{12} \cdot 39651 = 3304$

*) Wenn ihr dieſe Zahl durch Φ dividiret, ſo ergiebt ſich der Abſtand Ci des Schwerpunctes des Segmentes von C (Fig. 13).

3) Ferner meſſet die aus der Mitte m des Bogens K′A auf die BA ſenkrecht gezogene Linie mp und dividiret ihre Länge durch den Halbmeſſer R, ſo erhaltet ihr den Bruch $\frac{mp}{R}$.

Exempel: In euerem Riſſe findet ihr, daß mp = 14,81 Fuße enthält, alſo iſt

$$\frac{mp}{R} = \frac{15{,}81}{50} = 0{,}316\ldots.$$

4) Dieſe Zahl multipliciret mit der Zahl $\frac{1}{12}$ A . A . A, ſo erhaltet ihr ein Product

$$\frac{1}{12} \cdot A \cdot A \cdot A \cdot \frac{mp}{R}.$$

Exempel: Für $\frac{1}{12} \cdot A \cdot A \cdot A = 3304$ und $\frac{mp}{R} = 0{,}316$ iſt $\frac{1}{12} \cdot A.A.A. \frac{mp}{R} = 3304 \cdot 0{,}316 = 1044$.

5) Dieſes Product ziehet von dem in Nr. 1 erhaltenen ab, ſo habt ihr das Umdrehungsbeſtreben m″ des Kreisſegmentes um die Stelle K″.

Exempel: Für das in Nr. 1 erhaltene Reſultat 2041,2 und die in Nr. 2 erhaltene Zahl 1044 iſt

$$m'' = 2041,2 - 1044 = 997,2.$$

§. 108.

Drey und zwanzigſte Arbeit.

Beſtimmung des Umdrehungsbeſtrebens m^{**} der Uebermauerung $K''STA'mK''$ um die Stelle K''.

Nehmet das in §. 106 berechnete $m^* = m + m'$ des Trapeziums und ziehet davon das m'' des Segmentes ab, ſo habt ihr

$$m^{**} = m + m' - m''.$$

Exempel: Für $m + m' = 2834,352$ (§. 106) und $m'' = 997,2$ iſt

$$m^{**} = 2834,352 - 997,2 = 1837,152 \text{ Q.Fußen.}$$

*) Vorn in der genauern Rechnung iſt für m^{**} der Werth 1835 Q.Fßen gefunden worden; dieſen behalten wir hier bey, damit wir nicht alle noch folgenden Rechnungen umändern müßen.

§. 109.

Vier und zwanzigſte Arbeit.

Berechnung des Seitendruckszuſatzes Sz, welcher die dem Bogen aufgelegte Uebermauerung mit der dieſer eingerechneten Nutzlaſt in dem Falle, wenn der Bogen nur aus einem Stücke beſtände, ausüben würde.

1) Den für m^{**} erhaltenen Werth multipliciret mit W und mit Lg, ſo habt ihr das Product $m^{**} . W . Lg$.

Exempel: Für $m^{**} = 1835q'$ und $W = 30'$ iſt

$$m^{**} . W . Lg = 1835 . 30 . Lg . = 55050 . Lg \text{ ℔.}$$

2) Nehmet den kleinen Halbmeſſer R, dividiret dieſen in W, ſo habt ihr den Bruch $\frac{W}{R}$; dieſen multipliciret mit dem großen Halbmeſſer R′ und das Product multiplicieret mit der Höhe H, wodurch ihr ein Product $R' . \frac{W}{R} . H$ erhaltet.

Exempel: Für $R = 50'$, $R' = 54'$, $\mathfrak{W} = 30'$ und $\mathfrak{H} = 10'$ iſt $R' . \frac{\mathfrak{W}}{R} . \mathfrak{H} = 54 . 0,6 . 10 = 54 . 6 = 324$.

3) Dieſes Product dividiret in das in Nr. 1 erhaltene, ſo habt ihr Sz. Dieſen Werth tragt in euere Tabelle ein.

Exempel: Für den bisher angenommenen Bogen iſt

$$Sz = \frac{55050 . Lg}{324} = 170 \; Lg \; ℔.$$

§. 110.

Fünf und zwanzigſte Arbeit.

Beſtimmung des Seitendruckes Σ^{***} der Uebermauerung und Nutzlaſt, welcher aus dem Sz dadurch, daß der Bogen durch r Schnitte in $(r+1)$ Keile zerſchnitten iſt, hervorgehet.

Nehmet den Bruch 0,0046344, multipliciret ihn mit der Anzahl r der Keilſchnitte und addiret ſodann zu dem Producte eine Einheit; dieſe Summe multipliciret mit Sz, ſo habt ihr Σ^{***}.

Exempel. Für $r = 22$ iſt $0,0046344 . r = 0,1019568$ und das giebt um 1 vermehrt den Bruch 1,1019568; multiplicirt man dieſen mit $Sz = 170 . Lg$, ſo erhält man

$$\Sigma^{***} = 187,33 \ldots . Lg \text{ oder } 188 . Lg \; ℔.$$

§. 111.

Sechs und zwanzigſte Arbeit.

Beſtimmung des ganzen Seitendruckes des Keilbogens.

Dieſen Seitendruck Σ^{*} erhaltet ihr, wenn ihr den in §. 103 berechneten Seitendruck Σ^{**} des Keilbogens nehmt und dieſem den Seitendruck Σ^{***}, welchen die ihm aufgelegte Belaſtung ausübt, beifügt.

Exempel. Für $\Sigma^{**} = 216$ Lg (§. 103) und $\Sigma^{***} = 188$ Lg (§. 110) iſt

$$\Sigma^{*} = (216 + 188) \; Lg = 404 \; Lg \; ℔.$$

*) Wenn ihr die Breite L des Bogens, z. E. 32′, mit dem ſpecifiſchen Gewichte eines Cubicfußes ſeiner Maſſe, z. B. bey Tuffſtein mit 64 ℔, multipliciret, ſo habt ihr $\Sigma^{*} = 404 . 32 . 64 = 827392$ ℔ oder 8274 Centn.

Das giebt auf jeden Fuß der 32 Fuße großen Breite L des Bogens $258\frac{9}{10}$ Cent.

§. 112.

Sieben und zwanzigſte Arbeit.

Beſtimmung der Widerlagerſtärke St^a, welche dem Auswärtsgleiten des Widerlagers auf ſeiner Grundfläche entgegen würkt.

I. Für den nackten Bogen K'K''A'A.

1) Nehmet den nach §. 93 berechneten Quadratinhalt Ω der Stirnfläche des Bogens und ziehet die Hälfte deſſelben von der Zahl ab, die in dem nach §. 103 berechneten Seitendrucke Σ^{**} bey dem Zeichen Lg ſteht, wodurch ihr einen Reſt U erhaltet. Z. B. Für den bisher angenommenen Bogen iſt gefunden worden:

$$\Omega = 134\text{q}' \text{ und } \Sigma^{**} = 216 \text{ Lg ℔},$$

$$\text{es iſt alſo hier } \tfrac{1}{2}\Omega = 67 \quad \text{und } U = 216 - 67 = 149.$$

2) Von dem Halbmeſſer CA oder R ziehet die innere Bogenhöhe $\mathfrak{H}$ ab, ſo erhaltet ihr den Reſt CB = R — $\mathfrak{H}$; dieſen dividiret durch R und den erhaltenen Bruch multipliciret mit der Hälfte der Bogendicke K''K' oder b, wodurch ihr das Product $\frac{1}{2}b \cdot \frac{R-\mathfrak{H}}{R}$ bekommt.

Exempel. Für R=50,, $\mathfrak{H}$=10' und b=4' iſt

$$\tfrac{1}{2}b \cdot \frac{R-\mathfrak{H}}{R} = 2 \cdot \frac{40}{50} = \frac{8}{5} = 1{,}6.$$

3) Dieſen Bruch addiret zu der inneren Höhe K'D oder H, die das Widerlager haben ſoll, nehmet die Summe halb und dividiret dieſe halbe Summe in den in Nr. 1 berechneten Reſt U; was hierbey herauskommt, das iſt die Widerlagerſtärke ED oder St^a, welche in der Grundfläche in ED einen ſolchen Reibungswiderſtand verurſacht, bey welchem ihr verſichert ſeyn könnt, daß das Widerlager nicht durch den Seitendruck auswärts geſchoben werden könne.

Exempel. Für die Annahme, daß die Höhe K'D oder H=9' Fußen ſeyn ſolle, giebt der in Nr. 2 erhaltene Bruch 1,6 mit der H die Summe 9+1,6=10,6', deren Hälfte =5,3 iſt. Wird dieſe in den in Nr. 1 erhaltenen Reſt U=149 dividirt, ſo erhält man

$$St^a = \frac{149}{5{,}3} = \frac{1490}{53} = 28{,}2 \text{ Fußen.}$$

II. Für den übermauerten Bogen, deſſen Uebermauerung die Nutzlaſt nach §. 95 eingerechnet iſt.

1) Nehmet den nach §. 93 berechneten Flächenraum Ω der Stirnfläche des Bogens K'K''A'A und den nach §. 101 berechneten Quadratinhalt F der Stirnfläche der Uebermauerung K''STA'mK'' in eine Summe zuſammen und von dieſer nehmet die Hälfte, ſo habt ihr $\frac{1}{2}(\Omega + F)$.

Exempel. Für Ω = 134q' und F = 170,28 iſt

$$\tfrac{1}{2}(\Omega + F) = \tfrac{1}{2}(134 + 170{,}28) = 152{,}12,$$

wofür man hier 152 ſetzen kann.

2) Dieſe Größe ziehet von der Zahl ab, die in dem vorhin berechneten Seitendrucke Σ^* bey Lg ſteht, ſo habt ihr einen Unterſchied U.

Exempel: Für $\Sigma^* = 404$ Lg ℔. iſt die bey Lg ſtehende Zahl 404; dieſe giebt mit der Zahl in Nr. 1 den Unterſchied

$$U = 404 - 152 = 252,$$

wofür man aus Vorſicht 253 ſetzen kann, weil dadurch St^a etwas vergrößert erhalten wird.

3) Dividiret die W durch den R, den hierbey erhaltenen Bruch $\frac{W}{R}$ multipliciret mit der Hälfte der Bogendicke b und das Product dann auch noch mit der Summe aus H und b, wodurch ihr die Größe

$$\tfrac{1}{2} b \cdot \frac{W}{R} \cdot (H + b) \text{ erhaltet.}$$

Exempel. Für den bisher angenommenen Bogen iſt dieſe Größe

$$\tfrac{1}{2} \cdot 4 \cdot \tfrac{30}{50} \cdot (10 + 4) = 2 \cdot \tfrac{3}{5} \cdot 14 = \tfrac{84}{5} = 16{,}8 \ldots,$$

wofür wir 17 ſetzen, weil dadurch St^a etwas vergrößert wird.

4) Dieſe Größe addiret zu U, ſo habt ihr den Dividendus des Ausdruckes für St^a.

Exempel. Für U = 253 und die Größe 17 iſt der eben genannte Dividendus

$$= 253 + 17 = 270.$$

5) Nun ſuchet den Diviſor für die Berechnung des St^a, wie hier folget. Ihr ſuchet erſt, wie in voriger Nr. I, 2, den Bruch $\frac{1}{2} b \cdot \frac{R - H}{R}$, addiret dieſen zu der inneren Widerlagerhöhe K'D oder H und nehmet die Summe halb; dieſe Summe

vermehret ihr dann um die Hälfte der Summe ($\mathfrak{H}+b$), wodurch ihr den Diviſor

$$\tfrac{1}{2}\left(H+\tfrac{1}{2}b\,.\,\frac{R-\mathfrak{H}}{R}\right)+\tfrac{1}{2}(\mathfrak{H}+b)$$

erhaltet.

Exempel. Für den bisher angenommenen Bogen iſt für $H=9'$ die hier angegebene Größe

$$\tfrac{1}{2}\left(9+\tfrac{1}{2}.4.\frac{50-10}{50}\right)+\tfrac{1}{2}(10+4)=\tfrac{1}{2}(9+1{,}6)+7=5{,}3+7=12{,}3.$$

6) Dieſen Diviſor dividiret in den in Nr. 4 erhaltenen Dividendus, ſo habt ihr die Widerlagerſtärke ED oder St^a, die groß genug iſt, um zu verhindern, daß das Widerlager auf ſeiner Grundfläche in ED auswärts geſchoben werden könne.

Exempel. Für den in Nr. 4 erhaltenen Dividendus 270 und den in Nr. 5 erhaltenen Diviſor 12,3 iſt

$$St^a=\frac{270}{12{,}3}=\frac{2700}{123}=21{,}90\ldots \text{ Fußen,}$$

$$\text{alſo } = 22 \text{ Fußen.}$$

*) Wäre die innere Widerlagerhöhe $H=10$ Fußen, ſo wäre der vorige Diviſor

$$=\tfrac{1}{2}(10+1{,}6)+7=12{,}8 \text{ und alſo}$$

$$St^a=\frac{270}{12{,}8}=\frac{2700}{128}=21{,}19\ldots \text{ Fußen.}$$

Für $H=12'$ iſt der vorige Diviſor

$$=\tfrac{1}{2}(12+1{,}6)+7=13{,}8 \text{ und folglich}$$

$$St^a=\frac{270}{13{,}8}=\frac{2700}{138}=19{,}57$$

u. ſ. w.

§. 113.

Acht und zwanzigſte Arbeit.

Unterſuchung, ob die dem Auswärtsgleiten des Widerlagers auf ſeiner Grundfläche widerſtehende Widerlagerſtärke St^a auch als diejenige Widerlagerſtärke St^u, welche der Umdrehung des Widerlagers um ſeine hintere Kante in E zu widerſtehen vermag, anerkannt werden könne.

Nur bey ſolchen Widerlagern, deren innere Höhe K'D oder H beträchtlich groß iſt, wird dieſe Unterſuchung nothwendig; dieſe habt ihr nach den in §. 42, Nr.

II, 2, B ꝛc. gegebenen Regeln vorzunehmen. Die dort durch die Sin. $n\alpha$ bezeichnete Zahl erhaltet ihr, wenn ihr die halbe Bogenweite K'B oder 𝔚 durch den Halbmeſſer CK' oder R dividiret.

Exempel. Für $\mathfrak{W} = 30'$ und $R = 50'$ iſt $\frac{\mathfrak{W}}{R} = \frac{30}{50} = \frac{3}{5} = 0{,}6$.

Und die dort durch Cos. $n\alpha$ bezeichnete Zahl ergiebt ſich, wenn ihr von dem Halbmeſſer R die innere Bogenhöhe 𝔥 ſubtrahiret und den Reſt durch R dividiret.

Exempel. Für $R = 50'$ und $\mathfrak{H} = 10'$ iſt $R - \mathfrak{H} = 40'$

$$\text{und } \frac{R - \mathfrak{H}}{R} = \frac{40}{50} = \frac{4}{5} = 0{,}8.$$

Ihr werdet für den bisher berechneten Bogen finden, daß die bey ihm anzuwendende St^{a} bey Weitem groß genug iſt, um das zu leiſten, was die St^{v} leiſten ſoll.

§. 114.

Neun und zwanzigſte Arbeit.

Organiſation der Tabelle über die in der Berechnung des Gewölbbogens und dem was dazu gehört, vorkommenden Größen.

Nachdem ihr die Tabelle über die Größen, die in der angeſtellten Berechnung des Gewölbbogens ꝛc. vorkommen, vollendet habt, ſo habt ihr dieſe ſo zu organiſiren und auf eueren Riß aufzutragen, daß in einer erſten Abtheilung die angenommenen, in einer zweiten aber die aus dieſen berechneten Größen in einer natürlichen Ordnung auf einander folgen, wozu wir hier ein Beiſpiel für den in gegenwärtigem Hauptſtücke angenommenen Gewölbbogen geben wollen.

I. Angenommene Größen.

(Fig. 13 und 10.)

Halbe Bogenweite	K'B	oder	𝔚	= 30'
Innere Bogenhöhe	BA	oder	𝔥	= 10'
Untere Keildicke			δ	= 1,4'
Geſimsſteindicke	di (Fig. 10)			= 1'
Geſimsſteinlänge	ab	„ „		= 4,5'
Gerinnſteinlänge	bs	„ „		= 2,5'
Gerinnſteindicke	bh	„ „		= 1'

Die Länge	ub + bs oder us	=	$6\frac{1}{4}'$
Obere Geſimsausladung	au	=	$\frac{3}{4}'$
Untere " " "	vd	=	$\frac{1}{2}$
Fußwegplattenlänge	$n\mu$	=	$4\frac{1}{2}' + \frac{1}{6}'$
Fußwegplattendicke	ng	=	$\frac{1}{2}'$
Bruſtmauerdicke	kl	=	$1\frac{1}{4}'$
Bruſtmauerhöhe	no	=	$3\frac{1}{2}'$
Brückenbreite L zwiſchen den äußerſten Flächen derſelben		=	32′
Pflaſterbreite zwiſchen den Rinnen-Steinen = 32′ — 2 (us)		=	$19\frac{1}{2}'$
Ganze Brückenbahnbreite = 32′ — 2 (kl)		=	$29\frac{1}{2}'$
Gewicht von 1 Cub. Fuß Tuffſtein		=	64 ℔ Würt.
Pflaſtergewicht auf 1 Quadratfuß			70 ℔ Würt.

II. Berechnete Größen.

Kleiner Halbmeſſer	CA oder	R	=	50′
Gewölbbogendicke	AA′ oder	b	=	4′
Großer Halbmeſſer	CA′ oder	R′	=	54′
Centriwinkel	ACK′ oder	w	=	37°
Keilzahl		n	=	23
Obere Keildicke		$\triangle$	=	1,512′
Uebermauerungslänge	TS oder	λ	=	32,4′
Scheitelhöhe der reducirten Uebermauerung, d. h.	A′T oder	$\mathfrak{h}$	=	1,8′
Länge der Linie	K″K′ oder	B𝔅	=	3,2′
Hintere Uebermauerungshöhe	K″S oder	$\mathfrak{H}'$	=	12,6′
Die Linie K″k			=	2,4′
Die Linie mp			=	15,81′

Der Abſtand K″e, der durch das Schwerpunct c des Dreieckes K″ST gehenden lothrechten Schwerpunctslinie dce von der Stelle K″ iſt = Sd = $\frac{1}{3}$ST oder $\frac{1}{3}\lambda$ = 10,8′

Der Abſtand $K''f$, der durch das Schwerpunct f des Dreieckes $K''TA'$ gehenden lothrechten Schwerpunctslinie gfh von der Stelle K'' iſt $= Sg = \frac{2}{3} ST$ oder $\frac{2}{3}\lambda$	$= 21{,}6'$
Die Länge A der Sehne $K''A'$ iſt	$= 34{,}1'$
Der Abſtand des Schwerpunctes i des Kreisabſchnittes $K''mA'K''$ von dem Puncte C iſt	$= 52{,}4'$
Der Abſtand $K''k$ der durch das Schwerpunct i gehenden lothrechten Schwerpunctslinie ik von der Stelle K'' iſt	$= 15{,}9'$

Die Gewölbbogenfläche $K'K''A'A$ oder Q. iſt	= 134 Q. Fußen.
Das Gewölbbogengewicht G iſt 134.32.64 ℔	= 274432 ℔.
Die Abſchnittsfläche $K''mTK''$ oder ϕ iſt	= 63 Q. Fußen.
Das Gewicht dieſes Abſchnittes iſt 63.32.64	= 129024 ℔.
Die Dreiecksfläche $K''ST$ oder q	= 204,12 Q. Fuß.
Die Dreiecksfläche $K''TA$ oder q'	= 29,6 Q. Fußen.
Die Trapeziumsfläche $K''STA'mK''$ oder Q	= 233,28 Q. Fuß.
Die Uebermauerungsfläche $K''STA'uK''$ oder F	= 170,28 Q. Fuß.
Das Gewicht der Uebermauerung, welcher eine Nutzlaſt L von 16100 ℔. eingerechnet iſt, beträgt	348734 ℔.
Das Gewicht des Bogens mit der ihm aufgelegten Uebermauerung beträgt oder 6231 Cent. 65,5 ℔.	623165,5 ℔,

---

Des Dreieckes $K''ST$ Umdrehungsbeſtreben m um die Stelle K'' iſt worin $L = 32'$ und $g = 64$ ℔. iſt.	= 2204,5....Lg ℔,
Des Dreieckes $K''TA'$ Umdrehungsbeſtreben m' um die Stelle K'' iſt	= 629,8.... Lg ℔.
Des Trapeziums Umdrehungsbeſtreben $m + m'$ um die Stelle K'' iſt	= 2834,3....Lg ℔.
Des Kreisabſchnittes $K''mA'K''$ Umdrehungsbeſtreben m'' um K'' iſt	= 997,2..Lg ℔.

Der Uebermauerung K″STuK″ Umdrehungsbeſtreben m** iſt = 1837,1 . Lg ℔,
wofür 1835 . Lg geſetzt wurde (§. 108).

Der Seitendruck σ** des nackten und nur aus einem Stücke beſtehenden Bogens K′K″A′K′ iſt = 190 Lg ℔,
worin Lg = 2048 ℔ iſt.

Der Seitendruck Σ** eben dieſes Bogens iſt, wenn er in 23 Keile zerſchnitten iſt, = 216 Lg ℔,
worin Lg ꝛc.

Der Seitendruckszuſatz Sz, welchen die dem Bogen K′K″A′K′ aufgelegte Uebermauerung, der die Nutzlaſt eingerechnet iſt, in dem Falle, wenn der Bogen nur aus einem Stücke beſtände, ausüben würde, iſt = 170 Lg ℔,
worin Lg ꝛc.

Der Seitendruck Σ***, welcher aus dieſem Sz dadurch, daß der Bogen in 23 Keile zerſchnitten iſt, hervorgeht, iſt 188 Lg ℔.

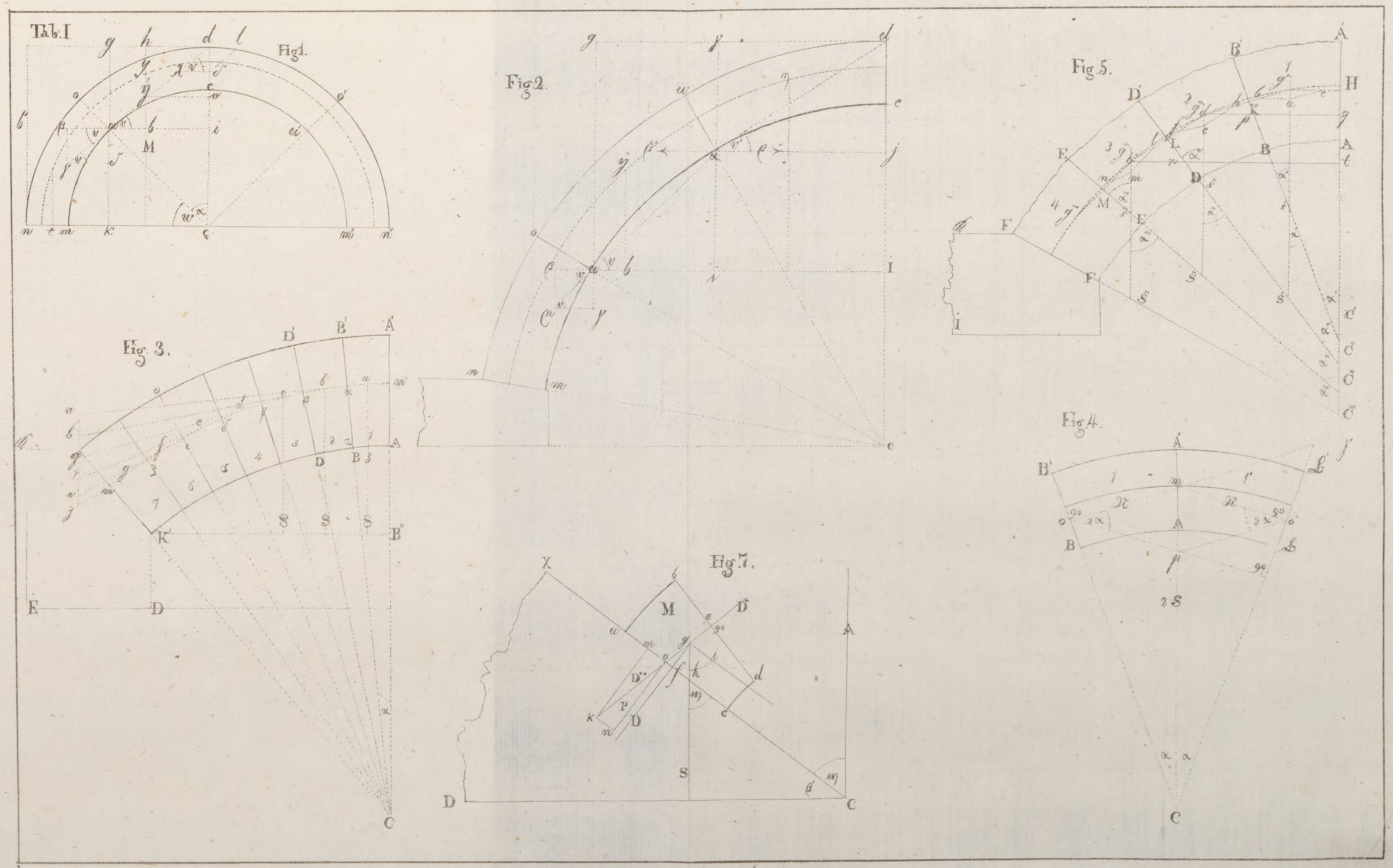
Der geſammte Seitendruck Σ* des übermauerten und durch eine Nutzlaſt von 16100 ℔ beſchwerten Bogens iſt 404 Lg ℔,
worin Lg = 2048 ℔ iſt und welches faſt 8274 Centn. Seitendruck giebt.

Die dem Auswärtsgleiten des Widerlagers auf ſeiner horizontalen Grundfläche in ED widerſtehende Stärke oder Dicke ED oder St^a iſt

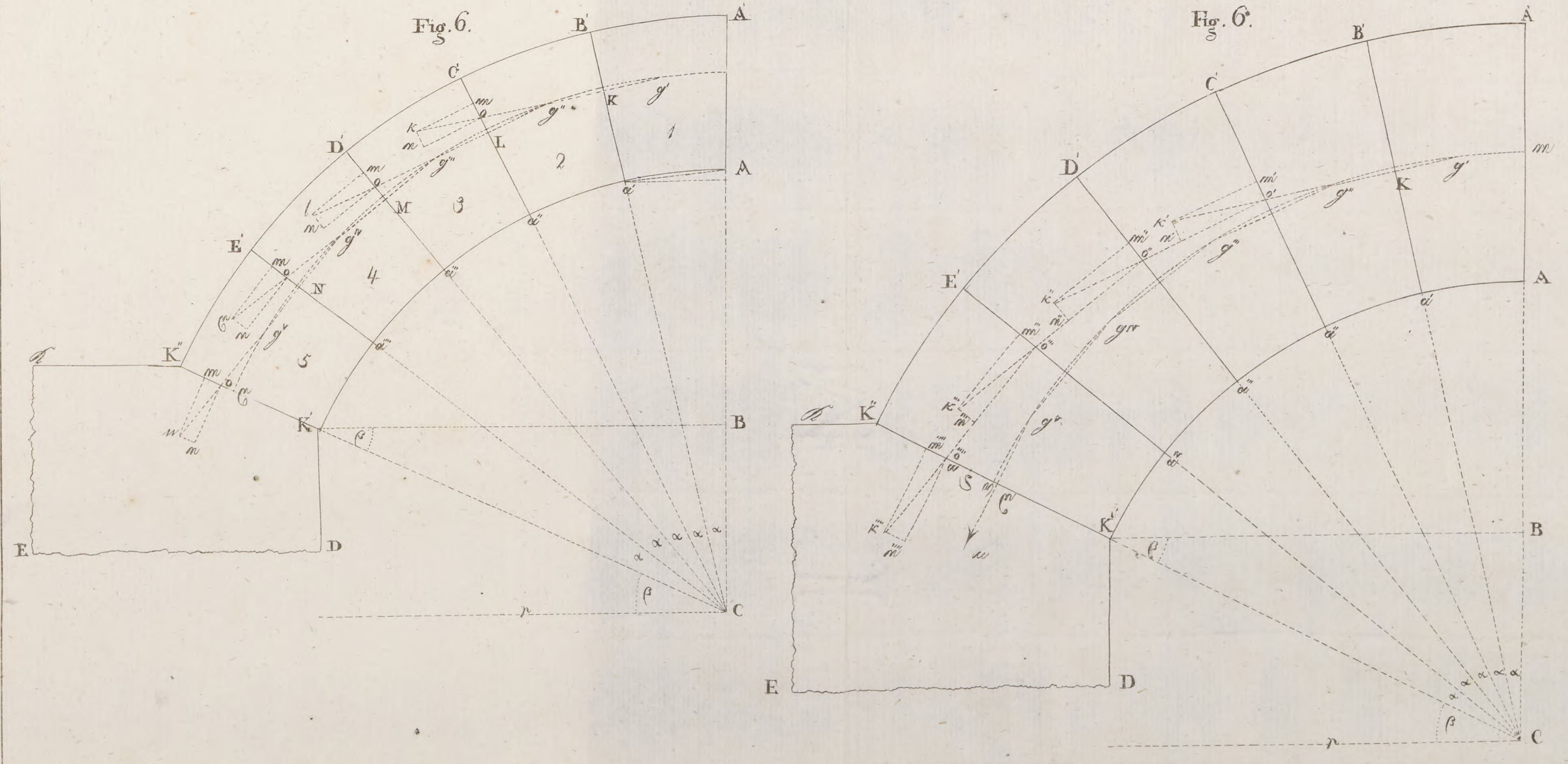
bey dem nackten Bogen . . . = 28,2′,

bey dem übermauerten Bogen . = 21,9′,

und zwar für eine innere Widerlagerhöhe K′D oder H von 9 Fußen; für eine größere H iſt St^a kleiner und für eine kleinere H iſt St^a größer.


Tab. I
Fig. 1.
Fig. 2.
Fig. 3.
Fig. 4.
Fig. 5.
Fig. 7.

Tab. II.



Tab. III.

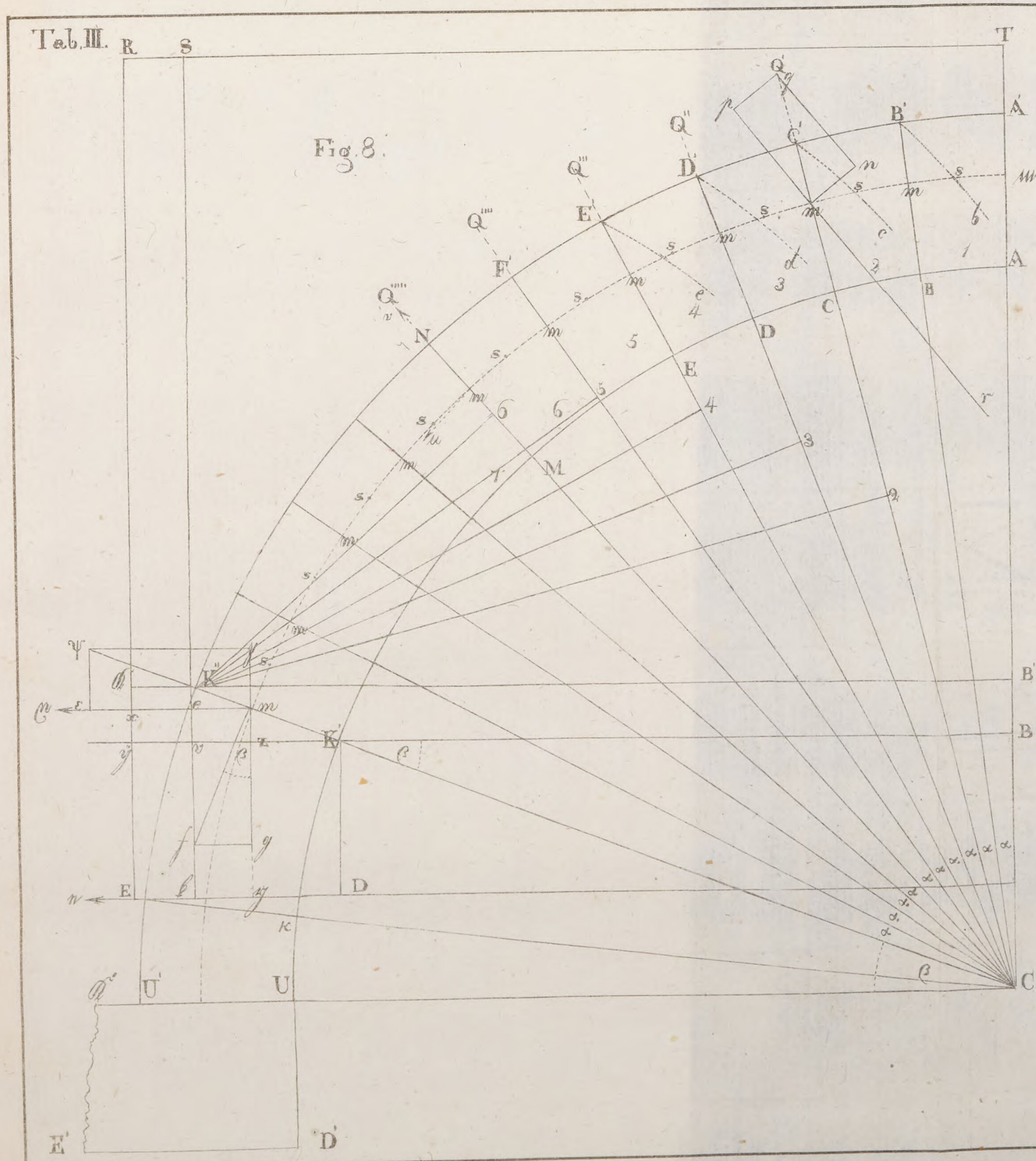


Fig. 8.

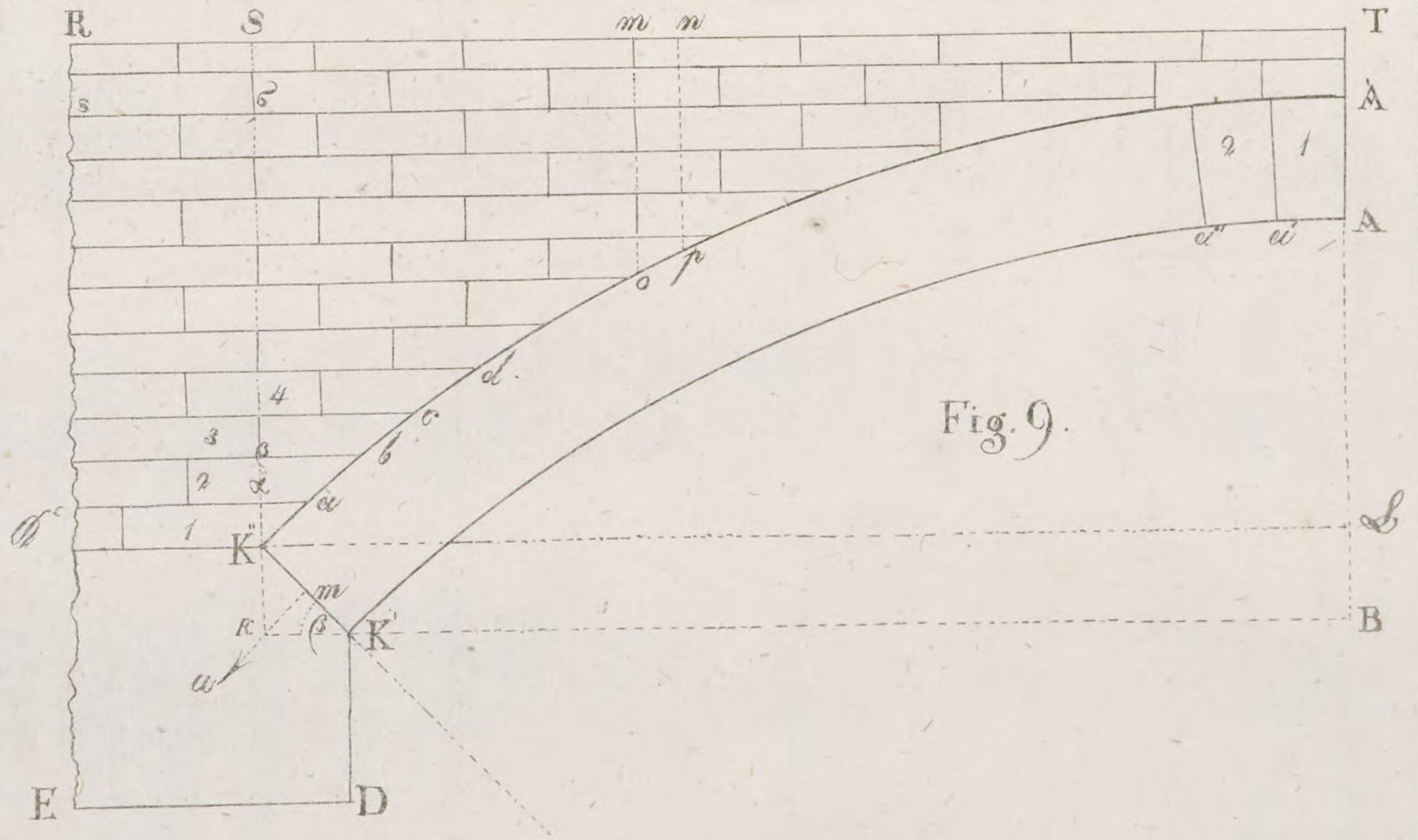


Fig. 9.

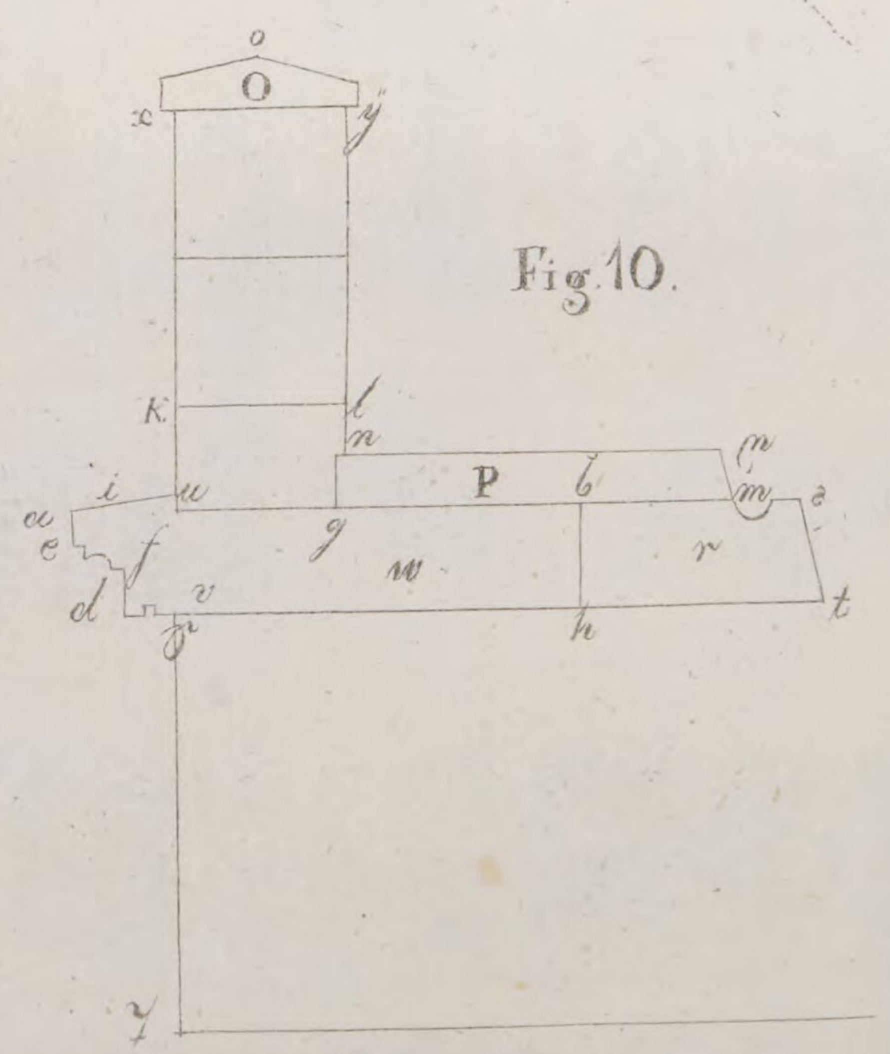


Fig. 10.

Tab. IV.

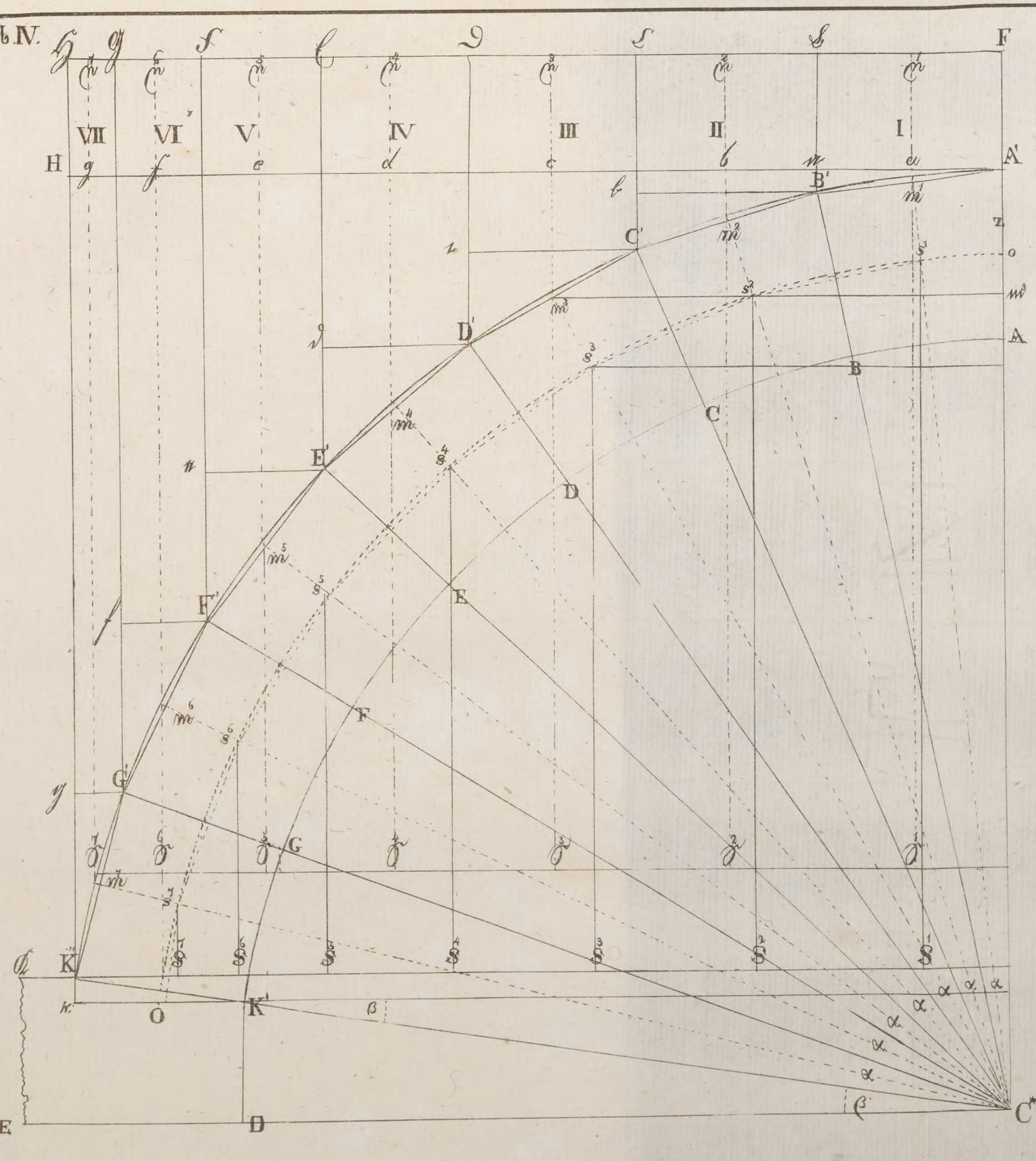


Fig. 11.

Fig. 12.

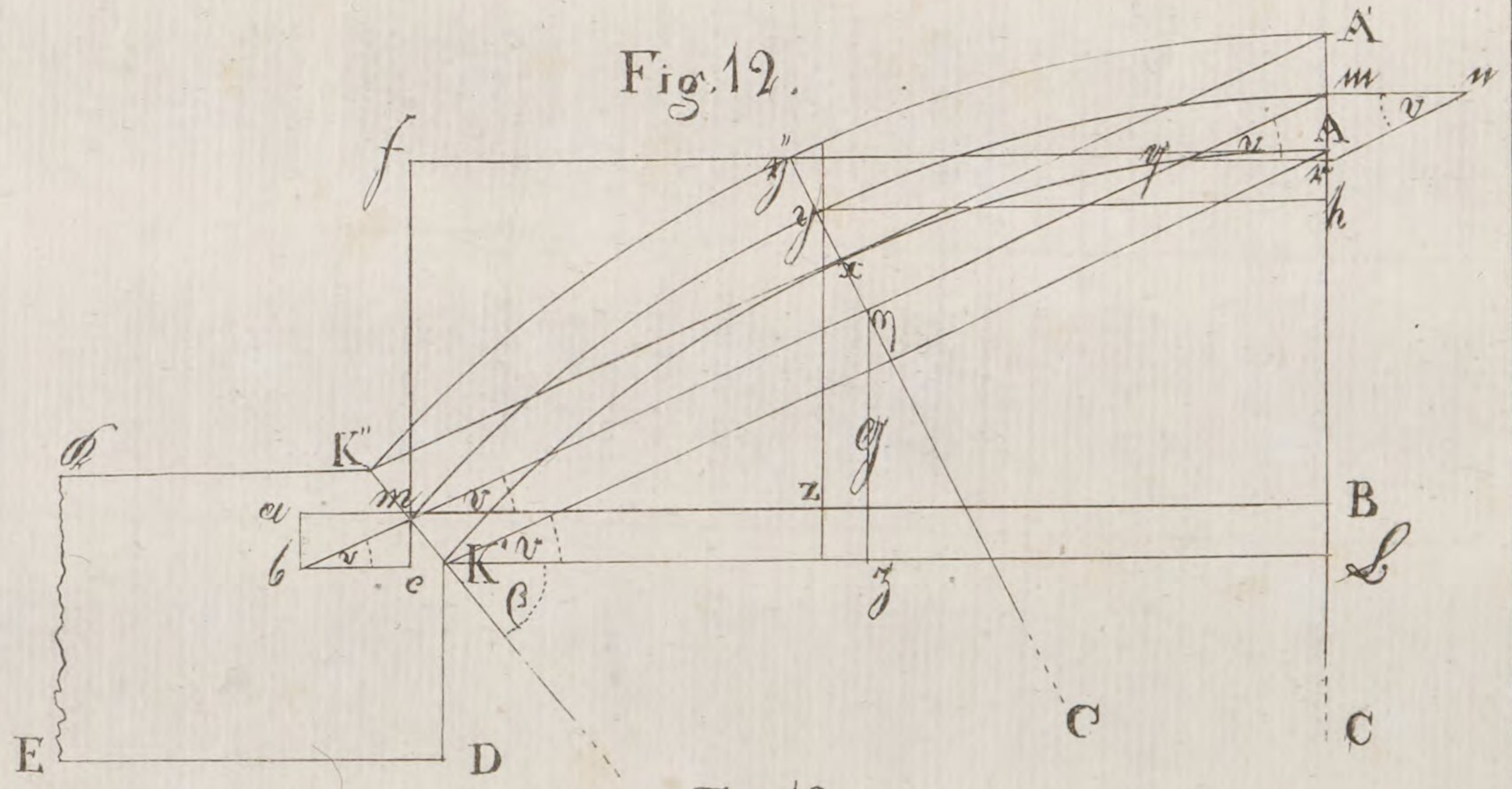
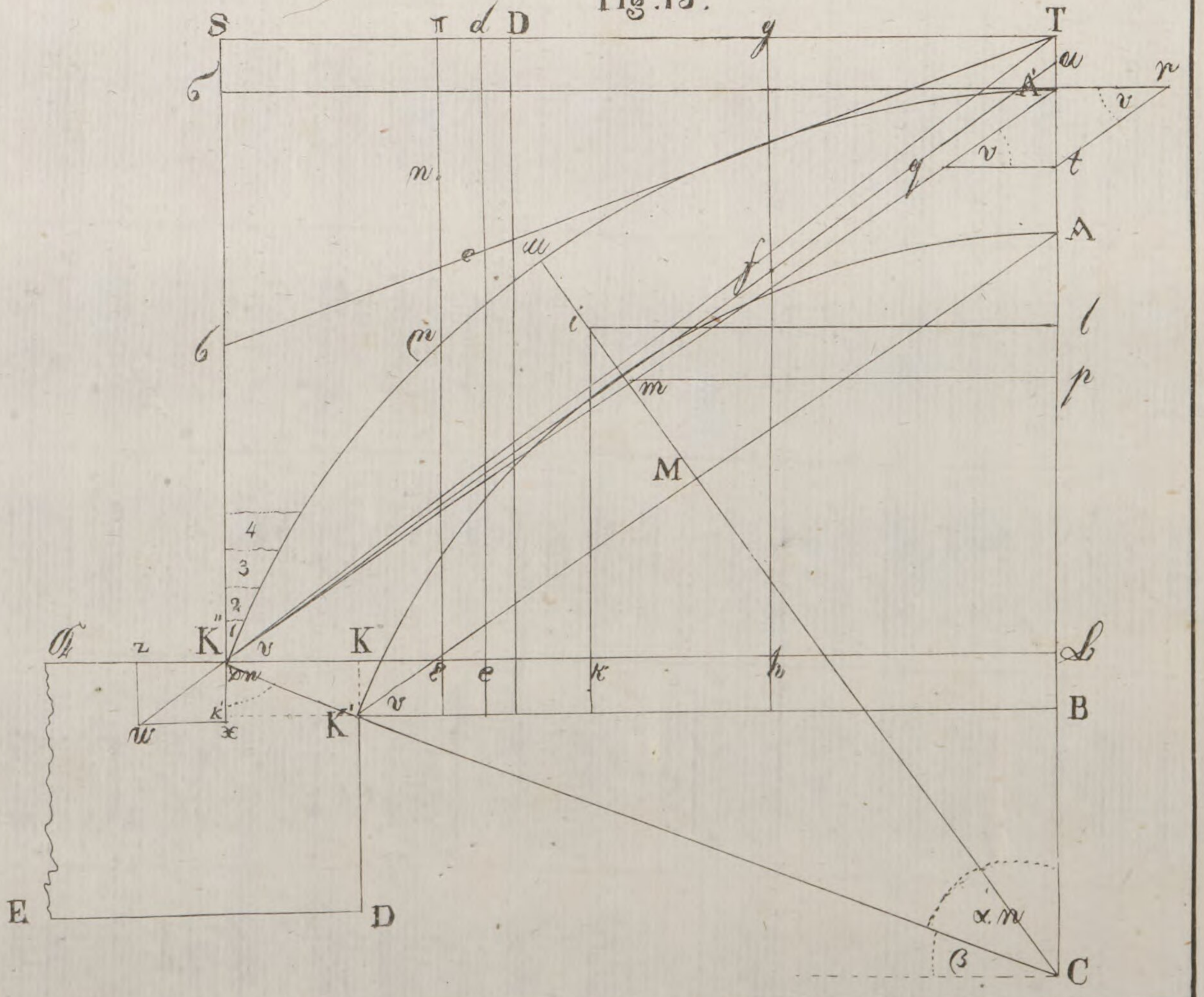
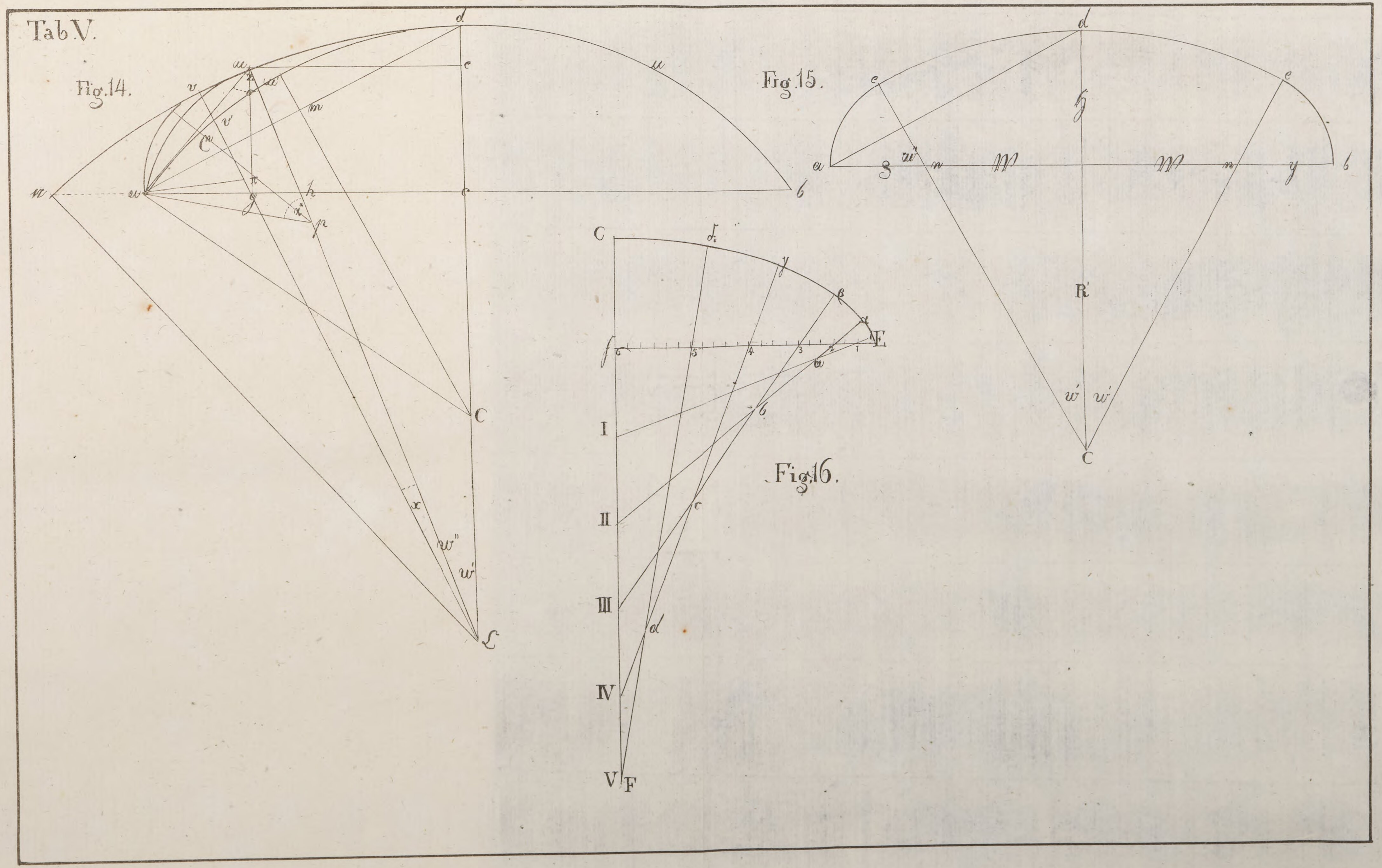


Fig. 13.




Tab.V.
Fig.14.
Fig.15.
Fig.16.

Rösling, Christian Lebrecht,

Neugegründeter und vollständiger Unterricht in dem Gewölb-Bogen-Bau, gestü
tzt auf Berechnung der Pressungen von Keil zu Keil gemeinfaßlich gegeben
und noch besonders nützlich gemacht durch Beifügung eines deutlichen
Werkmeister-Büchleins, welches die durch Rechnungsbeispiele verdeutlichten
Regeln für die Beantwortung aller möglichen in der Gewölbbogen-

Ulm 1829

4 A.civ. 65 r
urn:nbn:de:bvb:12-bsb10048466-3